П. А. РЫМКЕВИЧ

КУРС ФИЗИКИ

П. А. РЫМКЕВИЧ КУРС ФИЗИКИ

П. А. РЫМКЕВИЧ

КУРС ФИЗИКИ

ИЗДАНИЕ 2-е, ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

Допущено Министерством просвещения СССР в качестве учебного пособия для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов

МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1975

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

Предисловие 3

Введение 4

§ 1. Предмет, задачи и методы физики 4

§ 2. Развитие физики в нашей стране 6

Часть первая

Физические основы механики

Глава первая. Элементы кинематики и динамики

§ 3. Формы движения материи. Предмет механики. Относительность движения 8

§ 4. Некоторые сведения по кинематике 9

§ 5. Равномерное движение точки по окружности 11

§ 6. Криволинейное движение 12

§ 7. Примеры решения задач 13

§ 8. Первый закон Ньютона. Системы отсчета 14

§ 9. Второй закон Ньютона 15

§ 10. Третий закон Ньютона 18

§ 11. Закон сохранения количества движения 19

§ 12. Закон всемирного тяготения 21

§ 13. Вес тела 22

§ 14. Системы единиц 23

§ 15. Примеры решения задач 25

Глава вторая. Работа и энергия

§ 16. Работа, мощность 26

§ 17. Графическое изображение работы 29

§ 18. Энергия 30

§ 19. Закон сохранения механической энергии 33

§ 20. Удар шаров. Коэффициент восстановления 34

§ 21. Абсолютно неупругий удар 35

§ 22. Абсолютно упругий удар 36

§ 23. Опытное определение коэффициента трения скольжения 37

§ 24. Примеры решения задач 38

Глава третья. Вращательное движение абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси

§ 25. Кинематика вращательного движения 40

§ 26. Кинетическая энергия вращающегося тела. Момент инерции . . . 42

Стр.
§ 27. Скорость тела, скатившегося с наклонной плоскости 44
§ 28. Основное уравнение динамики вращательного движения 45
§ 29. Закон сохранения момента количества движения 46
§ 30. Примеры решения задач 49
Глава четвертая. Механика жидкостей и газов
§ 31. Силы вязкости. Формула Ньютона 50
§ 32. Идеальная жидкость. Стационарное течение. Трубка тока 53
§ 33. Давление в движущихся жидкостях и газах 54
§ 34. Уравнение Д. Бернулли 55
§ 35. Формула Пуазейля 58
§ 36. Ламинарное и турбулентное течения 59
§ 37. Тела в потоке жидкости или воздуха 60
§ 38. Число Рейнольдса 62
§ 39. Примеры решения задач 63

Часть вторая

Молекулярная физика и термодинамика

Введение 66
§ 40. Краткие исторические сведения 66
§ 41. Идеализм в физике 67
Глава пятая. Опытные газовые законы
§ 42. Изопроцессы идеального газа 68
§ 43. Уравнение состояния газа 72
§ 44. Универсальная газовая постоянная 73
§ 45. Энергетическое значение универсальной газовой постоянной . . . 74
§ 46. Примеры решения задач 74
Глава шестая. Кинетическая теория газов
§ 47. Основные понятия 76
§ 48. Основная формула кинетической теории газов 76
§ 49. Средние квадратичные скорости движения молекул газа 79
§ 50. Опытное определение скоростей движения молекул газа 80
§ 51. Закон распределения скоростей Максвелла 81
§ 52. Энергия поступательного движения молекул газа 82
§ 53. Связь давления газа с концентрацией его молекул и температурой . 83
§ 54. Среднее число столкновений молекул газа и средняя длина их свободного пробега 84
§ 55. Теплоемкости газов. Уравнение Р. Майера 87
§ 56. Внутренняя энергия газа. Степени свободы 88
§ 57. Теоретический подсчет теплоемкости газа 89
Глава седьмая. Явления переноса
§ 58. Понятие о явлениях переноса 91
§ 59. Диффузия газов 92
§ 60. Внутреннее трение в газах 94
§ 61. Теплопроводность газов 95
Глава восьмая. Основы термодинамики
§ 62. Две формы передачи энергии 97
§ 63. Первое начало термодинамики 98
§ 64. Изохорический и изобарический процессы 98
§ 65. Изотермический процесс 99
§ 66. Адиабатный процесс. Уравнение Пуассона 100
§ 67. Круговые процессы (циклы) 103
§ 68. Второе начало термодинамики 105
§ 69. Цикл Карно 106
§ 70. Обратимые и необратимые процессы 109

Стр.
§ 71. Вероятность 111
§ 72. Энтропия 112
§ 73. Статистический характер второго начала термодинамики. Гипотеза о «тепловой смерти» Вселенной 115

Глава девятая. Реальные газы и пары

§ 74. Реальные газы. Уравнение Ван-дер-Ваальса 117
§ 75. Изотермы Эндрьюса 119
§ 76. Исследование уравнения Ван-дер-Ваальса 120
§ 77. Испарение жидкостей 123
§ 78. Кипение 123
§ 79. Внутренняя энергия реального газа 124

Глава десятая. Жидкости

§ 80. Квазикристаллическое строение жидкостей 125
§ 81. Механические свойства жидкостей 127
§ 82. Молекулярное давление 129
§ 83. Поверхностное натяжение 130
§ 84. Смачивание и несмачивание. Мениски 133
§ 85. Влияние кривизны поверхности жидкости на молекулярное давление 134
§ 86. Капиллярность 136
§ 87. Абсорбция. Закон Генри 137

Глава одиннадцатая. Твердые тела

§ 88. Кристаллическое строение твердых тел 138
§ 89. Деформации твердых тел 140
§ 90. Изменение внутренней энергии тела при деформации 142
§ 91. Тепловое расширение твердых тел 143
§ 92. Теплоемкость твердых тел 144
§ 93. Сублимация. Адсорбция 146

Глава двенадцатая. Полимеры

§ 94. Внутреннее строение полимеров 147
§ 95. Механические свойства полимеров 149

Часть третья

Электричество и магнетизм

Глава тринадцатая. Электрические заряды. Электрическое поле .

§ 96. Два рода электричества. Закон сохранения заряда 152
§ 97. Закон Кулона 152
§ 98. Электрическое поле 154
§ 99. Напряженность 155
§ 100. Напряженность поля точечного заряда. Однородное электрическое поле 157
§ 101. Поле диполя 158
§ 102. Линии вектора напряженности 159
§ 103. Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского — Гаусса 161
§ 104. Применения теоремы Остроградского — Гаусса 163
§ 105. Примеры решения задач 166

Глава четырнадцатая. Потенциал

§ 106. Работа при движении заряда в электростатическом поле 168
§ 107. Определение потенциала. Единицы потенциала 169
§ 108. Разность потенциалов 170
§ 109. Потенциал поля точечного заряда 171
§ 110. Изопотенциальные поверхности и их свойства 172
§ 111. Опыт Милликена по определению заряда электрона 174
§ 112. Примеры решения задач 175

Стр.

Глава пятнадцатая. Электроемкость. Энергия поля

§ 113. Диэлектрическая проницаемость 177
§ 114. Поляризация диэлектриков 178
§ 115. Электрическое смещение 179
§ 116. Электроемкость. Единицы электроемкости 180
§ 117. Электроемкость шара и плоского конденсатора 181
§ 118. Соединения конденсаторов 183
§ 119. Энергия электростатического поля 184
§ 120. Пьезоэлектрический эффект 187
§ 121. Примеры решения задач 187

Глава шестнадцатая. Природа тока

§ 122. Основные представления о природе тока. Сила тока 189
§ 123. Характер движения свободных электронов по классической электронной теории 190
§ 124. Электронная теория тока 191
§ 125. Сопротивление проводников и их соединения 192
§ 126. Закон Ома по классической электронной теории 193

Глава семнадцатая. Законы тока

§ 127. Стационарное электрическое поле 194
§ 128. Закон Ома в векторной форме 196
§ 129. Работа тока. Тепловое действие тока 198
§ 130. Сторонние силы 200
§ 131. Электродвижущая сила. Закон Ома для полной цепи 201
§ 132. Переход от одного стационарного режима в цепи к другому и измерение э. д. с. 202
§ 133. Коэффициент полезного действия цепи 204
§ 134. Законы Кирхгофа 205
§ 135. Последовательное и параллельное соединения источников тока . . 206
§ 136. Мостик Уитстона 207
§ 137. Примеры решения задач 208

Глава восемнадцатая. Ток в металлах

§ 138. Работа выхода 211
§ 139. Контактная разность потенциалов 211
§ 140. Термоэлектричество 213
§ 141. Явление Пельтье 214
§ 142. Явление термоэлектронной эмиссии 215

Глава девятнадцатая. Ток в полупроводниках

§ 143. Полупроводники 217
§ 144. Свойства полупроводников 218
§ 145. Два механизма электропроводности полупроводника 219
§ 146. Некоторые технические применения полупроводников 221

Глава двадцатая. Электрический ток в газах

§ 147. Несамостоятельный газовый разряд 223
§ 148. Явление ударной ионизации и переход к самостоятельному разряду 224
§ 149. Переходная форма газового разряда 226
§ 150. Искра. Электрическая дуга 226
§ 151. Самостоятельный газовый разряд при пониженном давлении. Тлеющий разряд 227
§ 152 Катодные лучи 228

Глава двадцать первая. Магнитное поле

§ 153. Понятие о магнитном поле 229
§ 154. Магнитная индукция 230
§ 155. Суперпозиция магнитных полей 232

Стр.
§ 156. Линии вектора магнитной идукции . . . 233
§ 157. Закон Био — Савара и Лапласа . . . 234
§ 158. Поля кругового тока, прямолинейного проводника и внутри длинного соленоида . . . 236
§ 159. Параллельные токи . . . 237
§ 160. Магнитный поток . . . 238
§ 161. Работа при движении проводника с током в магнитном поле . . . 240
§ 162. Рамка с током в однородном магнитном поле . . . 241
§ 163. Примеры решения задач . . . 242

Глава двадцать вторая. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле

§ 164. Лоренцова сила . . . 244
§ 165. Движение электронов в однородном магнитном поле . . . 245
§ 166. Движение электронов в однородном электрическом поле . . . 247
§ 167. Эффект Холла . . . 249
§ 168. Примеры решения задач . . . 250

Глава двадцать третья. Электромагнитная индукция

§ 169. Открытие Фарадея . . . 251
§ 170. Закон Ленца . . . 253
§ 171. Вывод закона индукции . . . 254
§ 172. Возникновение синусоидального тока . . . 255
§ 173. Индукционный метод измерения магнитной индукции . . . 256
§ 174. Возникновение индукционного тока в проводниках . . . 256
§ 175. Явление самоиндукции. Индуктивность . . . 258
§ 176. Энергия магнитного поля . . . 261
§ 177. Вихревые токи. Поверхностный эффект . . . 261
§ 178. Примеры решения задач . . . 262

Глава двадцать четвертая. Магнитные свойства тел

§ 179. Магнитная проницаемость . . . 264
§ 180. Магнитные моменты молекул, атомов и электронов . . . 265
§ 181. Природа пара- и диамагнетизма . . . 266
§ 182. Ферромагнетики в магнитном поле . . . 267
§ 183. Гистерезис . . . 268
§ 184. Напряженность магнитного поля . . . 269

Часть четвертая

Колебания и волны

Глава двадцать пятая. Гармонические колебания

§ 185. Гармоническое колебательное движение . . . 271
§ 186. Энергия колеблющегося тела . . . 274
§ 187. Периоды колебаний пружинного, математического и физического маятников . . . 275
§ 188. Сложение двух одинаково направленных гармонических колебаний одного периода . . . 277
§ 189. Биения . . . 278
§ 190. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний . . . 279
§ 191. Затухающие колебания . . . 281
§ 192. Вынужденные колебания. Резонанс . . . 283
§ 193. Примеры решения задач . . . 284

Глава двадцать шестая. Волны

§ 194. Образование поперечных и продольных волн. Принцип Гюйгенса 286
§ 195. Уравнение волны . . . 289
§ 196. Интерференция волн . . . 290
§ 197. Стоячие волны . . . 292
§ 198. Примеры решения задач . . . 294

Стр.

Глава двадцать седьмая. Акустика

§ 199. Природа звука. Интенсивность звука 295
§ 200. Скорость звука 295
§ 201. Восприятие звука. Высота. Громкость и тембр звука. 297
§ 202. Ультразвуки, их получение и применение. Инфразвуки 298

Глава двадцать восьмая. Электромагнитные колебания и волны

§ 203. Электромагнитные колебания 300
§ 204. Магнитоэлектрическая индукция 304
§ 205. Основные свойства электромагнитных волн 305
§ 206. Работы Герца 308

Часть пятая

Оптика

Глава двадцать девятая. Природа света. Элементы геометрической оптики

§ 207. Развитие представления о природе света 310
§ 208. Электромагнитная и квантовая теории света 311
§ 209. Вывод формулы линзы по волновой теории. Главный фокус линзы 312
§ 210. Рассеивающие линзы 315
§ 211. Построение изображений в линзах 316
§ 212. Недостатки изображений в линзах 318
§ 213. Принцип действия оптических приборов 319

Глава тридцатая. Основы электронной оптики

§ 214. Отражение и преломление электронных пучков 321
§ 215. Электронный осциллограф 324
§ 216. Электронный микроскоп 325

Глава тридцать первая. Интерференция света

§ 217. Сущность явления интерференции света 326
§ 218. Способы получения когерентных источников. Интерференционная картина 328
§ 219. Цвета тонких пленок 330
§ 220. Кольца Ньютона 332
§ 221. Интерферометры 333
§ 222. Отрицательный результат опытов Майкельсона 334
§ 223. Возникновение теории относительности 336
§ 224. Явление Допплера для световых волн 337
§ 225. Примеры решения задач 338

Глава тридцать вторая. Дифракция света

§ 226. Прямолинейное распространение света 340
§ 227. Дифракция сферической волны (дифракция Френеля). 342
§ 228. Дифракция от одной щели 344
§ 229. Дифракционная решетка 345
§ 230. Примеры решения задач 348

Глава тридцать третья. Поляризация света

§ 231. Естественный и поляризованный свет. Поляроид 349
§ 232. Закон Малюса 351
§ 233. Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера 352
§ 234. Двойное лучепреломление 354
§ 235. Призма Николя 355
§ 236. Вращение плоскости поляризации 356
§ 237. Некоторые применения поляризованного света 358
§ 238. Примеры решения задач 359

Глава тридцать четвертая. Тепловое излучение

§ 239. Излучение и поглощение света. Абсолютно черное тело 340
§ 240. Квантовый характер излучения. Формула Планка 341
§ 241. Закон Стефана — Больцмана. Закон Вина 353
§ 242. Излучение нечерных тел. Закон Кирхгофа 354
§ 243. Световые величины и их единицы 355
§ 244. Примеры решения задач 356

Глава тридцать пятая. Квантовые свойства света

§ 245. Внешний фотоэффект. Фотоэлементы 360
§ 246. Внутренний фотоэффект 370
§ 247. Некоторые применения фотоэлементов 373
§ 248. Рентгеновские лучи 374
§ 249. Эффект Комптона 376
§ 250. Люминесцентное излучение 377
§ 251. Индуцированное излучение 380
§ 252. Квантовые генераторы и их применение 381
§ 253. Примеры решения задач 383

Часть шестая

Атомная и ядерная физика

Глава тридцать шестая. Строение атома

§ 254. Краткий исторический очерк 385
§ 255. Модель строения атома по Резерфорду 386
§ 256. Постулаты Бора 388
§ 257. Вывод формул спектральных серий 392
§ 258. Опыты Франка и Герца 401
§ 259. Ограниченность теории Бора 404

Глава тридцать седьмая. Элементы квантовой механики

§ 260. Волновые свойства электронов 405
§ 261. Дифракция электронов 406
§ 262. Соотношение неопределенностей Гейзенберга 408
§ 263. Волновая функция. Уравнение Шредингера 410
§ 264. Микрочастица в потенциальной яме 414
§ 265. Волновые свойства электронов и постулаты Бора 416
§ 266. Квантовые числа 417
§ 267. Строение многоэлектронных атомов и периодический закон 419

Глава тридцать восьмая. Радиоактивность

§ 268. Открытие радиоактивности. Работы Кюри 413
§ 269. Сущность радиоактивных процессов 414
§ 270. Альфа-излучение 417
§ 271. Бета-излучение 419
§ 272. Гамма-излучение 421
§ 273. Методы регистрации и измерения радиоактивных излучений 421

Глава тридцать девятая. Методы ускорения заряженных частиц

§ 274. Циклотрон 427
§ 275. Фазотрон и бетатрон 429
§ 276. Синхротрон и синхрофазотрон 431

Глава сороковая. Строение атомных ядер

§ 277. Опыты Резерфорда по искусственному превращению ядер 431
§ 278. Открытие нейтрона 433
§ 279. Состав атомного ядра. Изотопы. Ядерные силы 433
§ 280. Объяснение β-распада. Нейтрино. К-захват 434

Стр.

Глава сорок первая. Физические основы ядерной энергетики

§ 282. Энергия связи и дефект массы атомного ядра 435
§ 283. Удельная энергия связи 436
§ 284. Выделение энергии при ядерных реакциях 437
§ 285. Цепная реакция 438
§ 286. Ядерные реакторы 441
§ 287. Применение радиоактивных изотопов 443
§ 288. Термоядерные реакции 445
§ 289. Элементарные частицы 447

Ответы к задачам 454

530.1
Р 93
УДК 530. (075.8)

РЕЦЕНЗЕНТ — проф., докт. физ.-мат. наук М. С. БЕЛЕЦКИЙ

Рымкевич П. А.

Р 93 Курс физики. Изд. 2-е, перераб. и доп. Учеб. пособие для педагогических институтов. М., «Высш. школа», 1975.

464 с. с ил.

В книге кратко изложены вопросы курса физики, а также вопросы квантовой механики, индуцированного излучения и др., освещения которых требует современное состояние науки и техники. В пособии особое внимание уделяется качественному разъяснению физической сущности изучаемых явлений и закономерностей, раскрытию главных идей и принципов современной физики.

В пособии имеется ряд задач с решениями по важнейшим вопросам курса, а также даны вопросы и задачи для самостоятельного решения.

Предназначается для студентов физико-математических специальностей педагогических вузов. Может быть также использовано студентами-заочниками инженерно-экономических специальностей вузов.

Р $\frac{60602-130}{001(01)-75}$ 92—75

530.1

© Издательство «Высшая школа», 1975.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Изучение физики в высших учебных заведениях преследует двоякую цель: 1) расширить кругозор учащихся и способствовать развитию у них материалистического миропонимания; 2) подготовить их к сознательному изучению смежных с физикой дисциплин.

Данный «Курс физики» содержит материал, в основном соответствующий программе по физике для физико-математических факультетов педагогических институтов, и может быть использован в качестве учебного пособия наряду с другими более подробными учебниками.

Вместе с тем первое издание книги использовалось в ряде вузов, в которых физика изучалась по сокращенной программе, а также на заочных и вечерних факультетах некоторых технических вузов как основной учебник по курсу физики. В связи с этим к автору поступил ряд пожеланий о расширении некоторых разделов. Многие из этих пожеланий были учтены при подготовке второго издания книги. Были существенно изменены некоторые параграфы в разделах «Механика» и «Молекулярная физика», переработан раздел «Колебания и волны»; более подробно освещены и некоторые другие темы.

В составлении книги участвовали сотрудники кафедры физики ЛИВТа. Ряд параграфов в разделе «Молекулярная физика», а также некоторые главы из раздела «Атомная и ядерная физика» написаны И. И. Подгорновой, а в разделе «Электричество» — Э. В. Яблонским. Ответы к задачам, помещенным в учебнике, дала Л. Г. Егорова.

Автор

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Предмет, задачи и методы физики

Все науки изучают окружающий нас мир и происходящие в нем процессы, т. е. материю и ее движение. Так как мир делится на природу и общество, то и науки разделяются на естественные и общественные. Физика относится к числу естественных наук.

Предметом физики является изучение наиболее общих свойств материи, т. е. вещества и поля, и наиболее общих закономерностей и форм ее движения.

Напомним, что под движением в философском смысле понимают всякое изменение вообще. Оно является неотъемлемым свойством материи, формой ее существования. Подобно тому, как нет движения без материи, так нет и материи без движения.

Физика дает общие законы, которыми пользуются все остальные естественные науки и техника, применяя их для отдельных частных случаев.

Резкой границы между физикой и другими естественными науками провести нельзя. В последнее время возник ряд наук, специально занимающихся применением законов физики в той или иной области: физическая химия, изучающая химические процессы физическими методами; астрофизика, которая изучает физические явления, протекающие в небесных телах; геофизика, исследующая физические процессы, происходящие в земной коре и атмосфере, и т. д.

Связь физики с остальными естественными науками носит двусторонний характер. В своем развитии физика опирается на достижения других наук о природе, а достижения физики используют многие естественные науки.

Большое значение для развития физических теорий имеет применение математики. Используя математический аппарат, физика в свою очередь ставит перед математикой новые проблемы, без разрешения которых невозможно теоретически обосновать существующие физические закономерности, и тем самым оказывает влияние на ее дальнейшее развитие.

Связь физики с техникой носит такой же двусторонний характер. Своим существованием техника обязана физике. Все технические дисциплины выросли из соответствующих разделов физики. Но техника выдвигает перед физикой те вопросы, в разрешении которых она нуждается и тем самым стимулирует ее развитие. Так, например,

постройка реактивных самолетов вызвала необходимость разрешить ряд соответствующих физических проблем, связанных с изучением так называемого «звукового порога» — резкого возрастания сопротивления воздушной среды движению самолета при достижении им скорости звука. Осуществление передачи электрической энергии по проводам на дальнее расстояние при напряжении в 400 000 *в* и выше потребовало от физиков разрешения ряда вопросов, связанных с этой сложной задачей: глубокого изучения тихого разряда на проводах («короны»), вызывающего в ряде случаев значительные потери энергии; исследования электрической дуги и способов ее гашения в связи с разработкой коммутационной аппаратуры, и в первую очередь выключателей, которые должны в десятые доли секунды отключить колоссальные мощности, и т. д.

Техника также снабжает физику необходимыми для нее приборами и установками, иногда очень сложными. Достаточно указать, например, что ускорители заряженных частиц, дающие возможность открыть и исследовать явления, имеющие исключительно важное принципиальное значение для физики атомного ядра и элементарных частиц, — это колоссальные инженерные сооружения.

Перед физикой стоят следующие задачи:

1) *исследовать явления природы и найти законы, которым они подчиняются;*

2) *установить причинно-следственную связь между вновь открытыми явлениями и явлениями, изученными ранее;*

3) *применить полученные знания для дальнейшего активного воздействия на природу.* Практическое осуществление этой последней задачи, конечно, стоит перед техникой, но физика должна указать пути возможного использования явлений для целей развития народного хозяйства.

Методы физических исследований следующие:

а) *наблюдение,* т. е. изучение явлений в естественной, природной обстановке. Научное наблюдение представляет далеко не простую задачу, так как требует умения совместно сгруппировать ряд родственных явлений, отметив их характерные черты сходства и различия, выяснения факторов, от которых зависит изучаемое явление, и установления влияния каждого фактора в отдельности при сохранении неизменными всех остальных и т. д.;

б) *эксперимент,* т. е. изучение явления путем его воспроизведения в искусственной, лабораторной обстановке. Эксперимент имеет ряд преимуществ перед наблюдением. Он экономит время, ускоряя возможность изучения явления, так как ученый не ждет, пока это явление произойдет в природе, а искусственно создает его в нужный момент в лаборатории. Эксперимент очень часто расширяет диапазон изучения явлений (например, в природе происходит колебание температур в очень небольшом интервале, в лаборатории же можно создать температуры как очень высокие, так и очень низкие, приближающиеся к абсолютному нулю). Эксперимент позволяет производить исследования при помощи более сложных стационарных приборов, т. е. производить их значительно точнее, чем в природных условиях;

в) *создание гипотез,* т. е. научных предположений, выдвигаемых для объяснения явления. Если гипотеза не вступает в противоречие ни с одним из опытных факторов, то она переходит в теорию. Эксперимент является лучшим критерием истины.

§ 2. Развитие физики в нашей стране

Изучая историю физики, следует прежде всего учитывать, что *наука развивается не случайно, а под влиянием социально-экономических факторов.* Жизнь выдвигает перед учеными необходимые для разрешения задачи. Так, например, открытие электромагнитной индукции было связано с возникшей еще в первой половине прошлого века необходимостью найти новый источник электрической энергии взамен малопригодных гальванических элементов.

Остановимся подробнее на развитии физики в нашей стране.

Русские физики, жившие в дореволюционное время, несмотря на трудные условия работы, внесли большой вклад в мировую науку. Проводимые ими эксперименты отличались, как правило, высокой точностью и осуществлялись с большой добросовестностью. Вспомним хотя бы тончайшие опыты Лебедева по изучению давления света.

Все прогрессивные идеи, рождавшиеся на Западе (как, например, теория Максвелла, открытие электромагнитных волн Герцем и т. д.), всегда находили немедленный отклик и признание в России, причем в годы, когда некоторые западные ученые обратились к идеализму и фидеизму, лучшие представители физической науки в России — Менделеев, Столетов, Лебедев, Жуковский и др. — стояли на материалистических позициях и боролись с «физическим» идеализмом.

Советская физика наследовала и продолжала все лучшие традиции дореволюционной русской физики. Успехи ее за последние годы весьма велики. Достаточно указать, что в важнейшей в наши дни области изучения атомной энергии большая роль принадлежит советским ученым.

Из работ советских физиков за последние годы отметим выдающиеся труды академика В. Ф. Миткевича в области электромагнетизма, важные работы члена-корреспондента АН СССР А. А. Чернышева по технике высоких напряжений и частот, труды академика Л. И. Мандельштама и профессора Г. С. Ландсберга, открывших явление комбинационного рассеяния света, исследования академиков Л. А. Арцимовича и М. А. Леонтовича по получению высокотемпературной плазмы.

Следует указать также на работы академика С. Н. Вернова с группой физиков по изучению магнитного поля Земли и Луны, исследования Б. М. Вулла и Д. Н. Наследова, приведших к созданию полупроводниковых квантовых генераторов, труды академика В. А. Фока по квантовой теории поля.

Среди советских физиков, удостоенных Нобелевской премии, особо нужно отметить выдающегося физика-теоретика Л. Д. Ландау,

получившего эту высокую награду за исследования по теории конденсированных сред (особенно жидкого гелия), академиков Н. Г. Басова и А. М. Прохорова за созданную ими разработку нового принципа генерации и усиления радиоволн, а также академиков И. Е. Тамма, П. А. Черенкова и И. М. Франка за открытие и объяснение «эффекта Черенкова».

Советская физика опирается на единственно правильную философскую систему — диалектический материализм, который утверждает, что окружающий нас мир существует объективно, а наше сознание лишь отражает его. Пользуясь физическими понятиями, мы должны ясно представить, что́ именно в окружающем нас мире они отражают, должны уметь философски определить каждое физическое понятие, каждую физическую величину. Основой для такого анализа физических понятий должно служить учение Энгельса о формах движения материи и их взаимных превращениях.

Диалектический материализм учит нас тому, что нет принципиально «непознаваемых» вещей, что с развитием науки мы все глубже и глубже проникаем в сущность происходящих в природе явлений. Вместе с тем диалектический материализм отмечает, что природа бесконечно сложна и на физику нельзя смотреть, как на законченную науку, она непрерывно развивается и в процессе этого развития углубляются и обогащаются новым содержанием ее основные понятия и законы. Ни одно физическое представление о строении материи нельзя считать вполне законченным. Все они, как отмечал Ленин, являются лишь приблизительной копией с объективной реальности, отражают лишь отдельные ступени многогранной действительности.

Новейшие достижения современной физики часто требуют коренного пересмотра давно установившихся и ставших уже привычными физических представлений, что в прошлом нередко приводило к возникновению в физике тупиков и «кризисов». Истолкование физических явлений с позиций диалектического материализма, как это блестяще показали Энгельс и Ленин, помогает преодолеть эти трудности, предупреждает возникновение «кризисов» в физике и тем способствует ее дальнейшему развитию.

В свою очередь каждое новое физическое открытие, каждая новая физическая теория и весь процесс развития физики в целом влияют на дальнейшее развитие диалектического материализма. Его положения уточняются, получают новую конкретизацию. Академик С. И. Вавилов писал: «Необычно широкий характер принципов и законов физики, ее основных понятий и определений сближают эту науку с философией. Нельзя быть философски образованным человеком, не имея ясных представлений о содержании физической науки».

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ

§ 3. Формы движения материи. Предмет механики. Относительность движения

Ф. Энгельс в «Диалектике природы» классифицировал различные формы движения материи в порядке их постепенного усложнения. Согласно классификации Энгельса, в физике рассматривают формы движения материи в такой последовательности: 1) механическая, 2) молекулярно-тепловая, 3) электромагнитная, 4) внутриатомная.

Механика — это часть физики, изучающая наиболее простую форму движения материи, заключающуюся в перемещении тел или частей тела относительно друг друга и получившую название механического движения. При этом механика отвлекается от рассмотрения других, более сложных форм движения материи.

Говоря о механическом движении, следует указать, относительно какой координатной системы оно происходит. Неподвижно сидящий в вагоне поезда человек находится в покое относительно поезда (координатная система связана с поездом), но вместе с поездом движется относительно Земли (система координат связана с Землей). Всякий предмет, неподвижный относительно Земли, движется вместе с ней относительно Солнца. Абсолютного покоя в природе не существует, его невозможно себе представить.

Механика делится на следующие отделы: *кинематика, статика, динамика.*

Кинематика изучает движение тела относительно других тел независимо от причин (сил), влияющих на это движение.

Статика рассматривает равновесие тел под действием сил, т. е. случай, когда все силы уравновешивают друг друга.

Динамика устанавливает связи между движением тела и теми силами, которые на него действуют.

Механика, как и все науки, развивалась не случайно, а под влиянием социально-экономических факторов. Однако сведения по механике, накопленные человечеством на протяжении многих столетий, представляли собой, как правило, ряд отдельных разрозненных работ, не собранных в единую научную систему и носящих утилитарный характер. В 1687 г. появилась замечательная книга Ньютона «Мате-

матические начала натуральной философии». Ньютон собрал и обработал весь накопленный ранее материал, систематизировал его, многое добавил. С момента появления этой книги можно считать, что механика действительно стала наукой. Созданная Ньютоном механика носит название *классической*. На протяжении XVIII и XIX вв. она успешно развивалась.

В 1905 г. появилась первая работа А. Эйнштейна (1879—1955), положившая начало новой так называемой *релятивистской* механике (механика относительности). Однако формулы релятивистской механики применяются только в тех случаях, когда приходится изучать движения частиц, скорость которых соизмерима со скоростью света (300 000 *км/сек*). Для движений, которые происходят со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света (скорость самолета, судна, человека и т. д.), используются формулы классической механики.

§ 4. Некоторые сведения по кинематике

Материальной точкой называется тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь. В механике в ряде случаев для упрощения можно то или иное тело рассматривать как материальную точку.

Линия, по которой движется материальная точка, носит название *траектории*. По виду траектории движения можно разделить на *прямолинейные* и *криволинейные*.

Движения в зависимости от скорости классифицируются на *равномерные* и *неравномерные*.

Равномерным движением называется такое движение, при котором точка в любые равные промежутки времени проходит одинаковые расстояния. Из элементарного курса известна формула пути s за время t при скорости движения v:

$$s = vt. \qquad (I)$$

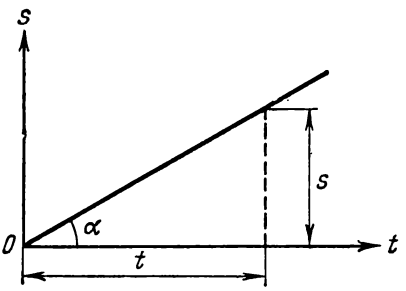


Рис. 1

На рис. I показан график пути равномерного движения. По оси X отложено время движения, по оси Y — пройденный путь. График пути изображается прямой, проходящей через начало координат, так как уравнение $y = vx$ есть уравнение прямой. Из рисунка видно, что тангенс угла α наклона графика пути к оси X численно равен скорости движения, т. е. $v = s/t = \operatorname{tg}\alpha$.

Отношение пути Δs, пройденного точкой при ее неравномерном движении за время Δt, ко времени движения характеризует ее среднюю скорость, т. е.

$$v_{ср} = \Delta s/\Delta t.$$

Следовательно, средняя скорость измеряется средней длиной пути, пройденного за единицу времени.

Скоростью в данный момент, или мгновенной скоростью, называется предел, к которому стремится средняя скорость при бесконечном уменьшении времени движения:

$$v_{\text{мгн}} = \lim \left[\frac{\Delta s}{\Delta t}\right]_{\Delta t \to 0} = \frac{ds}{dt},$$

т. е. она равна *производной от пути по времени.*

Из неравномерных движений, которые могут встречаться на практике, особый интерес представляет *равнопеременное движение. Равнопеременным движением называется такое движение, при котором в любые, сколь угодно малые, равные промежутки времени скорость точки изменяется на одну и ту же величину.*

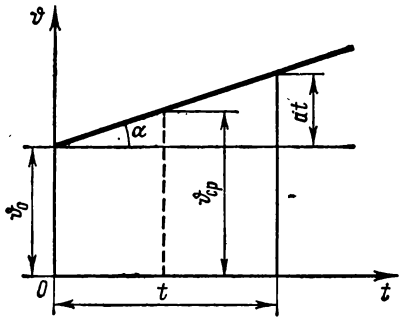


Рис. 2

Пусть скорость в начальный момент времени равна v_0, а через время t она стала равной v_t. Отношение

$$\frac{v_t - v_0}{t} = a$$

есть величина, называемая *ускорением* при равнопеременном движении ($a = \text{const}$). Можно сказать, что *ускорение измеряется изменением скорости движения точки за единицу времени.* Поскольку ускорение есть векторная величина, то она характеризует изменение скорости как по величине, так и по направлению.

Напоминаем формулы равнопеременного движения, известные из элементарного курса физики:

$$v_t = v_0 + at, \tag{2}$$

$$s = v_0 t + at^2/2, \tag{3}$$

$$v_t^2 = v_0^2 + 2as. \tag{4}$$

Если $a > 0$, движение будет равноускоренным, если $a < 0$ — равнозамедленным.

На рис. 2 показан график скорости при равноускоренном движении. По оси X отложено время движения, по оси Y — скорость. Формула (2) показывает, что график скорости есть прямая, так как выражается уравнением прямой линии $v = v_0 + at$. На рисунке видно, что тангенс угла α наклона скорости к оси X численно равен ускорению, т. е.

$$a = \operatorname{tg} \alpha.$$

При неравнопеременном движении вводятся понятия о среднем и мгновенном ускорениях. *Среднее ускорение измеряется отношением*

изменения скорости Δv за промежуток времени Δt к продолжительности этого промежутка:

$$a_{ср} = \Delta v/\Delta t.$$

Ускорение в данный момент, или мгновенное ускорение, есть предел, к которому стремится среднее ускорение, если время движения бесконечно убывает, т. е. равно производной от скорости по времени или второй производной от пути по времени:

$$a_{мгн} = \lim \left[\frac{\Delta v}{\Delta t}\right]_{\Delta t \to 0} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}.$$

На рис. 3 изображен график пути при равноускоренном движении; на рис. 4 — график скорости при неравнопеременном движении. Так как ускорение движения в этом случае не является постоянным, то график скорости представляется некоторой кривой. Легко видеть, что тангенс угла α_1, образованного секущей AB с осью X, численно

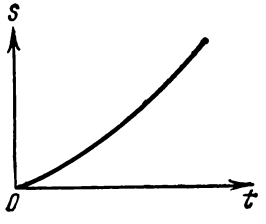


Рис. 3

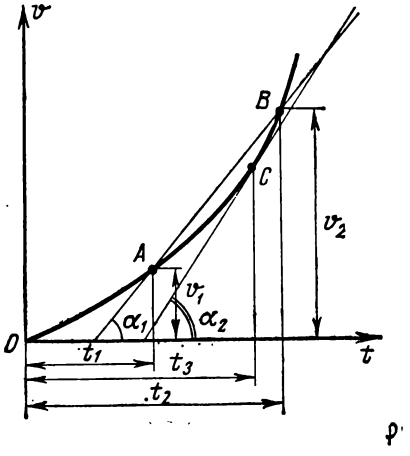


Рис. 4

равен среднему ускорению за время $(t_2 - t_1)$. При бесконечном уменьшении этого промежутка секущая преобразуется в касательную; тангенс угла α_2, образованного касательной с осью X, характеризует ускорение в данный момент времени t_3.

§ 5. Равномерное движение точки по окружности

Переходим к изучению криволинейных движений. Начнем с простейшего случая равномерного движения точки по окружности. Пусть в некоторый момент времени движущаяся точка находится в положении A (рис. 5) и имеет скорость v, изображенную вектором AN, направленным по касательной к траектории движения. Через промежуток времени Δt точка переместится из A в B и вектор скорости примет положение BM, вновь направленное по касательной к траектории движения. Численное значение скорости не изменится, так как движение равномерное, т. е. отрезки $BN_1 = AN = v$ и $BM = v$ одинаковы, однако векторы AN и BM не равны, так как имеют различные направления.

По правилу вычитания векторов найдем вектор изменения скорости $\Delta v = N_1M$. Треугольники AOB и MBN_1 подобны, так как являются равнобедренными, а углы α и α' равны, как составленные взаимно перпендикулярными сторонами. Из подобия треугольников следует, что

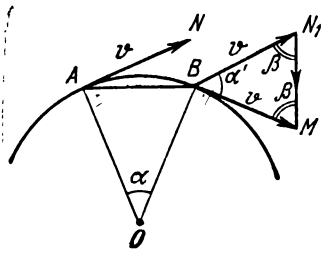


Рис. 5

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\overline{AB}}{r},$$

где $r = OA = OB$.

Изменение вектора скорости за единицу времени определяет *среднее ускорение:*

$$a_{ср} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v \cdot \overline{AB}}{r \cdot \Delta t}.$$

Если промежуток времени Δt весьма мал, то точка B весьма близка к точке A, вследствие чего хорда AB мало отличается от дуги AB, равной $v \cdot \Delta t$.

Мгновенное ускорение

$$a_{мгн} = \lim \left[\frac{\Delta v}{\Delta t}\right]_{\Delta t \to 0};$$

при $\Delta t \to 0$ хорда $AB \to \cup AB \to v \cdot \Delta t$ и тогда

$$a_{мгн} = \frac{v \cdot v \cdot \Delta t}{r \cdot \Delta t} = \frac{v^2}{r}. \qquad (5)$$

Выясним направление ускорения при равномерном движении точки по окружности. Из треугольника MBN_1 следует, что

$$\angle \alpha' + \angle \beta + \angle \beta = 180°,$$

или

$$\angle \beta = 90° - \frac{\angle \alpha'}{2}.$$

При бесконечном уменьшении промежутка времени Δt угол AOB стремится к нулю, следовательно, и равный ему угол MBN_1 также приближается к нулю, а угол β в пределе делается равным 90°. Отсюда следует, что вектор Δv становится перпендикулярным вектору скорости v. Из чертежа видно, что он направлен в сторону центра окружности. Вектор ускорения $\Delta v/\Delta t$ имеет то же направление, что и вектор Δv.

Таким образом, можно сделать вывод, что при равномерном движении точки по окружности ускорение определяется по формуле (5) и имеет направление к центру окружности. Это ускорение носит название *центростремительного.*

§ 6. Криволинейное движение

Рассмотрим общий случай, когда вектор скорости при криволинейном движении изменяется как по величине, так и по направлению. Пусть в точке A (рис. 6) вектор скорости AN был равен v, а через промежуток времени Δt в точке B вектор BM стал равен v_1, причем $BM \neq AN$.

По правилу вычитания векторов находим изменение вектора скорости, т. е. $N_1M = \Delta v$.

Отношение $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ является величиной, называемой *средним полным ускорением*, а $\lim \left[\frac{\Delta v}{\Delta t}\right]_{\Delta t \to 0}$ — *мгновенным полным ускорением*.

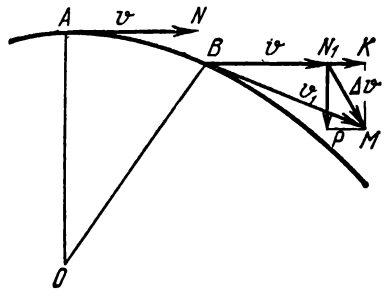


Рис. 6

Разложим вектор N_1M на две составляющие N_1K и N_1P, из которых первая направлена вдоль вектора BN_1, а вторая — перпендикулярно ему. Пределы отношений $N_1K/\Delta t$ и $N_1P/\Delta t$ при $\Delta t \to 0$ именуются *мгновенными тангенциальным и нормальным* (или центростремительным) *ускорениями*. Тангенциальное ускорение характеризует изменение скорости по величине, а нормальное ускорение — по направлению. Первое из них $a_\tau = dv/dt$, а второе $a = v_н^2/r$. Очевидно, полное ускорение

$$a = \sqrt{a_н^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2}, \qquad (6)$$

где r — радиус кривизны траектории движения в той точке, для которой находится ускорение.

§ 7. Примеры решения задач

1. При равноускоренном движении точка за первые 5 *сек* прошла путь в 45 *см*, а в следующие 5 *сек* — путь в 95 *см*. Найти начальную скорость и ускорение.

Р е ш е н и е. Очевидно, что за первые 10 *сек* точка прошла 45 *см* + 95 *см* = = 140 *см*.

Используя формулу (3), записываем два уравнения:

$$5v_0 + a/2 \cdot 25 = 45; \quad 10v_0 + a/2 \cdot 100 = 140.$$

Совместное решение их позволяет определить, что $v_0 = 4$ *см/сек*, $a = 2$ *см/сек*^{2}.

2. Автомобиль начал двигаться равноускоренно по закругленному участку шоссе и, пройдя 100 *м*, развил скорость 36 *км/ч*. Радиус закругления 300 *м*. Определить тангенциальное и нормальное ускорения автомобиля в конце десятой секунды после начала движения.

Р е ш е н и е. По формуле (4) $v_t^2 = 2as$ определяем тангенциальное ускорение:

$$a = v_t^2/2s.$$

Подставляя $s = 100$ *м*, $v_t = 36$ *км/ч* $= 10$ *м/сек*, находим

$$a_\tau = \frac{100}{2 \cdot 100} \text{ м/сек}^2 = 0{,}5 \text{ м/сек}^2.$$

Так как движение автомобиля равноускоренное, то тангенциальное ускорение в любой момент сохраняется неизменным. Приобретенная через 10 *сек* скорость будет

$$v = 0{,}5 \cdot 10 \text{ м/сек} = 5 \text{ м/сек},$$

а нормальное (центростремительное) ускорение в этот момент равно

$$a_н = \frac{v^2}{r} = \frac{25}{300} \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \approx 0{,}08 \text{ м/сек}^2.$$

Вопросы и задачи для повторения

1. Какие величины, характеризующие движение, являются векторными, а какие — скалярными?

2. Тело движется равноускоренно без начальной скорости. К концу пятой секунды его скорость равна 10 *м/сек*. Чему равен путь, пройденный телом за пятую секунду?

3. Тело движется равноускоренно с начальной скоростью. За третью секунду своего движения оно прошло 10 *м*, а за шестую — путь 16 *м*. Найти ускорение и скорость к концу восьмой секунды. Вывести общую формулу для пути, который проходит тело, имеющее начальную скорость v_0 и движущееся с постоянным ускорением a, за n-ю секунду своего движения.

4. Лыжник съехал с горы длиной 40 *м* за 10 *сек*, после чего он проехал по горизонтальной площадке до остановки 20 *м*. Считая движение с горы равноускоренным без начальной скорости, а по горизонтальной площадке — равнозамедленным, найти скорость лыжников в конце горы и среднюю скорость на всем пути. Построить графики скорости и пути.

5. Автомобиль проходит последовательно два одинаковых участка пути по 10 *м* каждый с постоянным ускорением, причем первый участок пути пройден автомобилем за 1,5 *сек*, а второй за 2 *сек*. С каким ускорением движется автомобиль и какова его скорость в начале первого участка?

6.[1] С крыши здания высотой 16 *м* через одинаковые промежутки времени падают капли воды, причем первая капля ударяется о землю в тот момент, когда отрывается от крыши пятая капля. Каковы эти промежутки времени? Каковы расстояния между отдельными каплями в момент удара первой капли о землю?

7. Сколько времени свободно падало тело, если за последнюю секунду оно прошло такое же расстояние, какое прошло за все предыдущее время движения?

8. Два тела брошены одновременно друг другу навстречу, оба с начальной скоростью 40 *м/сек*: одно вертикально вверх, другое вертикально вниз из точки наивысшего поднятия первого тела. На какой высоте от поверхности Земли и через сколько времени встретятся эти тела?

9. За какую секунду от начала движения путь, пройденный телом, движущимся равноускоренно без начальной скорости, втрое больше пути, пройденного за предыдущую секунду?

§ 8. Первый закон Ньютона. Системы отсчета

Три основных закона движения были сформулированы Ньютоном в его книге «Математические начала натуральной философии».

Первый закон: всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.

Свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения получило название *инерции* (инертный — косный, недеятельный). Впервые оно было отмечено Галилеем (1564—1642).

Недостаток в формулировке Ньютона заключается в том, что в ней не указан относительный характер движения. Мы знаем, что покой и движение всегда относительны. В одной системе координат тело может быть в покое, в другой — в движении (см. § 3). О каком же покое или движении идет речь у Ньютона?

Систему координат, в которой выполняется первый закон Ньютона (закон инерции), принято называть *инерциальной системой*. По пер-

[1] В этой и последующих задачах сопротивление воздуха не учитывается. Ускорение силы тяжести можно считать приблизительно равным 10 *м/сек*^{2}.

вому закону Ньютона, изменение состояния тела (ускорение) происходит только под действием приложенных сил.

Установим различие между инерциальной и неинерциальной системами отсчета на примере движущегося поезда. Если система координат связана с поездом, т. е. перемещается вместе с ним по отношению к поверхности Земли, то для человека, находящегося в поезде, пока поезд находится в покое или равномерном прямолинейном движении (если пренебрегать различного рода сотрясениями, которыми сопровождается движение), закон инерции оказывается применимым, а следовательно, и система координат, связанная с поездом, является инерциальной. При изменении скорости, например при резком торможении, некоторые предметы станут опрокидываться, слетать с полок, хотя на них, с точки зрения наблюдателя, находящегося в поезде, не действуют какие-либо силы. То же происходит при быстром возрастании скорости и при переходе поезда на криволинейный участок пути. Закон инерции, по которому причиной ускорения являются действующие силы, нарушается, и для такого движения система координат, связанная с поездом, перестает быть инерциальной. Для наблюдателя же, находящегося на Земле и пользующегося системой отсчета, связанной с Землей, все явления в поезде будут происходить в полном соответствии с законом инерции. Следовательно, система координат, связанная с Землей, будет инерциальной. Она будет такой для большинства движений на Земле. Но для некоторых движений система отсчета, связанная с Землей, является неинерциальной, например в случаях отклонения плоскости качания маятника (опыт Фуко), отклонения воздушных и океанских течений, происходящих без видимого действия на них какой-либо силы.

Система координат, связанная с Солнцем, т. е. такая система, начало координат которой находится на Солнце, а оси X, Y, Z направлены на «неподвижные» звезды, носит название *гелиоцентрической*. Она является инерциальной для всех явлений, происходящих на Земле.

Всякая система, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно инерциальной, будет сама инерциальной, а движущаяся с ускорением или криволинейно — неинерциальной.

Галилей в свое время указал, что никакими механическими опытами, производимыми внутри замкнутой системы, нельзя решить, покоится ли данная система или находится в равномерном прямолинейном движении (принцип относительности Галилея).

Эйнштейн расширил его утверждением, что нельзя указать, движется ли инерциальная система или покоится, вообще никакими физическими опытами, в частности оптическими и электрическими.

§ 9. Второй закон Ньютона

Второй закон движения согласно формулировке Ньютона читается так: изменение движения пропорционально приложенной силе и происходит в том направлении, в котором действует сила. В этой формулировке вводится понятие новой физической величины — силы.

Сила — это величина, характеризующая внешнее воздействие на тело [1].

Выражение «на тело действует сила» нельзя понимать буквально; на тело действует не сила, а материальные объекты, например другое тело, электрическое поле и т. п. О действии «сил» можно говорить только для краткости речи.

Когда термин «сила» употребляется в смысле физической величины, он служит для обозначения количественной характеристики внешнего воздействия на тело.

О силе, с которой действует одно тело на другое, можно судить, например, по тем деформациям, которые при этом происходят. Пусть тело A (рис. 7) действует на тело B с некоторой силой F. Поместим между этими телами упругую пружину D. При взаимодействии тел пружина сожмется. По деформации (сжатию) пружины можно судить о силе F. На этом принципе основано применение динамометров. Чем больше сила, растягивающая или сжимающая упругую пружину динамометра, тем больше деформация пружины.

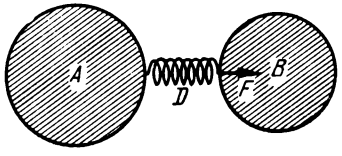


Рис. 7

Действуя на тело, сила может изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, т. е. сообщить ему ускорение. Опыт показывает, что ускорение, полученное данным телом, прямо пропорционально действующей на него силе:

$$a \sim F.$$

Если на разные тела действовать одинаковыми силами, то приобретенные этими телами ускорения будут различными: одно тело будет двигаться с бóльшим ускорением, другое — с меньшим. Отсюда можно сделать заключение, что ускорение, полученное телом, зависит не только от действующей на него силы, но и от некоторого объективного свойства, присущего самому телу и характеризующего его инертность.

Если на одно и то же тело действовать разными силами F_1, F_2, F_3, ..., F_n, то тело получит соответственные ускорения a_1, a_2, a_3, ..., a_n, причем отношение силы к сообщенному ускорению будет для данного тела величиной постоянной, т. е.

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \ldots = \frac{F_n}{a_n} = \text{const}.$$

Это отношение является характеристикой инертных свойств тела. Величина, равная этому отношению, получила название *массы тела (m)*:

$$m = F/a, \tag{7}$$

откуда

$$F = ma, \quad \text{или} \quad a = \frac{F}{m}. \tag{7а}$$

[1] Очень часто сила определяется как величина, характеризующая действие одного тела на другое. Так как внешнее воздействие на тело может происходить не только со стороны других тел, но и со стороны полей, то предлагаемое определение силы является более общим.

Чем больше масса тела, т. е. чем больше его инертность, тем для сообщения этому телу некоторого ускорения потребуется бо́льшая сила.

Формула (7а) выражает второй закон динамики.

Одним из важнейших положений теории относительности (см. § 3) является выяснение связи массы тела со скоростью его движения. Классическая механика исходила из предположения о постоянстве массы, теория относительности же устанавливает, что масса (m_v) тела, движущегося относительно наблюдателя со скоростью v, может быть найдена по формуле Эйнштейна:

$$m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где m_0 — масса неподвижного относительно наблюдателя тела; c — скорость света в вакууме, равная $3 \cdot 10^8$ *м/сек* (или 300 000 *км/сек*).

В тех случаях, когда скорость тела невелика по сравнению со скоростью света, можно не учитывать изменения его массы и законы классической механики не подлежат уточнению. Действительно, например, даже для скорости спутника Земли, равной 8 *км/сек*, отношение v^2/c^2 приблизительно равно $7 \cdot 10^{-10}$ и изменение его массы столь ничтожно, что лежит за пределами точности измерений.

В том же случае, когда скорость движения тела соизмерима со скоростью света, использование формулы Эйнштейна становится необходимым. Так, например, космические частицы влетают в атмосферу Земли со скоростями, близкими к скорости света, и их масса может быть больше в сотни тысяч и миллионы раз по сравнению с массой покоя.

Подставляя в формулу (7а) вместо ускорения a его значение $(v_t - v_0)/\Delta t$, получим

$$\frac{v_t - v_0}{\Delta t} = \frac{F}{m},$$

или

$$F\,\Delta t = mv_t - mv_0, \tag{8}$$

если сила F сохраняется неизменной в течение времени Δt ее действия.

Величина, равная произведению постоянной силы на время ее действия, носит название *импульса силы,* а величина, равная произведению массы тела на скорость его движения, — *количества движения.* Количество движения есть векторная величина, направление которой совпадает с направлением вектора скорости. Термин «количество движения» был впервые введен Декартом (1596—1650). Формулой (8) Ньютон выражал второй закон движения. В приведенной в начале этого параграфа формулировке говорится, что «изменение движения пропорционально...», но движение — это понятие, а пропорциональная зависимость может быть только между величинами. Поэтому второй закон движения лучше выразить такими словами: *изменение количества движения тела равно полученному им импульсу силы и имеет одинаковое с ним направление.*

Современная наука надежно установила пока только четыре вида существующих в природе взаимодействий. Это гравитационные, электромагнитные, слабые и ядерные взаимодействия. Поэтому при употреблении терминов «сила трения», «сила реакции», «сила упругости», «центростремительная сила» мы не раскрываем природу этих сил, а характеризуем только их внешнее проявление.

§ 10. Третий закон Ньютона

Если начать растягивать пружину динамометра, то мы почувствуем, что она тянет руку в противоположную сторону. Если увеличить растягивающую силу, увеличится и противодействие пружины. Следовательно, при взаимодействии двух тел — руки и пружины — возникают две силы: одна приложена к пружине (действие руки на пружину), вторая — к руке (действие пружины на руку). При ударе молотком по шляпке гвоздя возникают две силы: сила действия молотка приложена к гвоздю, сила противодействия гвоздя — к молотку. Пуля, ударяясь в стену, пробивает в ней углубление, противодействие стены замедляет движение пули и деформирует ее. Многочисленные опыты приводят к заключениям: 1) при взаимодействии двух тел всегда возникают две силы, приложенные к каждому из этих тел; 2) эти силы направлены в противоположные стороны; 3) по абсолютному значению они равны.

Эти выводы Ньютон назвал третьим законом движения, который читается так: *при взаимодействии двух тел возникают две равные по абсолютному значению и противоположно направленные силы, из которых одна приложена к первому телу, а другая — ко второму взаимодействующему с ним телу.*

Применим третий закон Ньютона к движению тела по окружности. Как было отмечено в § 5, при равномерном движении материальной точки по окружности возникает центростремительное ускорение, направленное к центру окружности. Сила, являющаяся причиной центростремительного ускорения, носит название *центростремительной*. Она равна

$$F = \frac{mv^2}{r}.$$

Эта сила приложена к телу, движущемуся по окружности, а по природе может быть весьма разнообразной. По третьему закону Ньютона, равная ей по величине и направленная в противоположную сторону сила приложена к тому препятствию, которое вызывает движение по окружности. Эта сила называется *центробежной*. Так, например, камень, привязанный к веревке и описывающий окружность, растягивает веревку, в свою очередь растянутая веревка не позволяет камню удалиться от центра вращения. Сила, приложенная к камню, — центростремительная, к веревке — центробежная. При движении Земли вокруг Солнца центростремительная сила приложена к Земле, центробежная — к Солнцу. При движении поезда по закруглению сила, приложенная к ребордам колес, вследствие давления на них со стороны рельс — центростремительная, сила, с которой реборды колес давят на рельсы, приложена к рельсам и является центробежной.

§ 11. Закон сохранения количества движения

Несмотря на то что в природе тела и явления взаимосвязаны и взаимообусловливают друг друга, при решении некоторых задач механики можно не учитывать влияния на некоторую группу тел всех остальных тел. Такая условно выделенная группа тел, включающая в себя все взаимодействующие тела, носит название *изолированной системы*.

Дальнейшее рассмотрение будем вести для двух или нескольких тел, образующих изолированную систему.

Пусть имеется изолированная система n материальных точек с массами m_1, m_2, m_3, ..., m_n, которые взаимодействуют между собой. Пусть скорости этих точек $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$, ..., $\vec{v}_n$. Силу, действующую на точку *1* со стороны точки *2*, обозначим $\vec{F}_{12}$, со стороны точки *3* — $\vec{F}_{13}$ и т. д. Силу, действующую на точку *2* со стороны точки *1*, обозначим $\vec{F}_{21}$, со стороны точки *3* — $\vec{F}_{31}$ и т. д.

Напишем уравнение второго закона Ньютона для каждой из точек:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1) = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_{1n},$$

$$\frac{d}{dt}(m_2\vec{v}_2) = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \ldots + \vec{F}_{2n},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{d}{dt}(m_n\vec{v}_n) = \vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2} + \ldots + \vec{F}_{n,n-1}.$$

Сложим эти уравнения. Учитывая, что, по третьему закону Ньютона, $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, $\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{31}$ и т. д., получим

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}(m_i\vec{v}_i) = 0,$$

или

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i = \text{const}, \qquad (9)$$

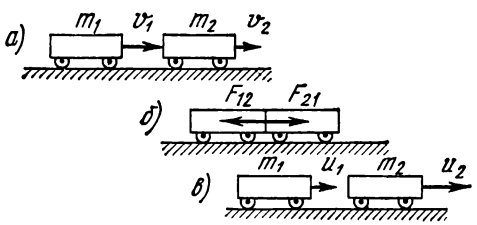


Рис. 8

т. е. *полное количество движения изолированной системы есть величина постоянная*. Формула (9) выражает закон сохранения количества движения в механике.

Рассмотрим случай взаимодействия двух тел. Пусть две тележки, массы которых m_1 и m_2, движутся соответственно со скоростями v_1 и v_2 ($v_1 > v_2$) в одном направлении (рис. 8, *а*). Считаем, что тележки образуют изолированную систему, т. е. силами трения, силами сопротивления воздуха и другими пренебрегаем. При столкновении (рис. 8, *б*) вторая тележка подействует на первую с силой $\vec{F}_{12}$, а первая на вторую — с силой $\vec{F}_{21}$. По третьему закону Ньютона,

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

причем знак минус указывает на противоположное действие сил. После столкновения тележки будут двигаться со скоростями u_1 и u_2 (рис. 8, *в*). Закон сохранения количества движения в этом случае запишется так:

$$m_1\vec{v}_1 + m_1\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2.$$

Возможен такой частный случай, когда в формуле (9) const = 0. Например, пусть два тела, имеющие массы m_1 и m_2 и образующие изолированную систему, находятся в покое. Если одно из них приобрело скорость v_1, то при этом другое тело также пришло в движение со скоростью v_2. Первоначально сумма количеств движения обоих тел была равна нулю. По закону сохранения количества движения,

$$\overrightarrow{m_1 v_1} + \overrightarrow{m_2 v_2} = 0,$$

откуда

$$\overrightarrow{m_1 v_1} = -\overrightarrow{m_2 v_2}.$$

Знак минус указывает, что скорость v_2 имеет противоположное с v_1 направление. Беря абсолютные значения скоростей, получаем из этого равенства, что

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_2}, \qquad (*)$$

т. е. *приобретенные телами скорости обратно пропорциональны их массам.*

В качестве примера приведем явление отдачи при выстреле из орудия. Снаряд (масса m_1) вылетает из орудия со скоростью v_1, при этом орудие (масса m_2) приобретает скорость — v_2, направленную в противоположную сторону и определяемую по формуле (*).

Еще пример. Человек находится на неподвижной лодке. Если он начнет перемещаться вдоль лодки, то лодка придет в движение в противоположную сторону. Скорость движения лодки также легко найти по формуле (*).

Почему летит ракета? При воспламенении горючего внутри цилиндра ракеты образующиеся газы вырываются из отверстия в ее нижней части, сама же ракета летит в противоположном направлении. Количество движения вылетающих из ракеты газов равно количеству движения, которое приобретает ракета.

Замечательный русский ученый К. Э. Циолковский (1857—1935) первый разработал проект такого ракетного корабля для межпланетных сообщений. Как самолет, так и аэростат могут подниматься только в воздухе, ракетный же аппарат может двигаться и в безвоздушном пространстве.

Двигатели, действие которых вызвано противодействием (реакцией) вытекающей струи газа или жидкости, носят название реактивных. Водометные судовые двигатели также относятся к реактивным, так как судно приходит в движение вследствие реактивного действия струи воды, вытекающей с большой скоростью из дюз, расположенных в кормовой части.

Однако основные законы движения применяются при условии, что массы движущихся тел остаются неизменными. Русский ученый И. В. Мещерский (1859—1935) рассмотрел случай, когда у тела во время движения изменяется масса, например изменяется масса космической ракеты вследствие постепенного уменьшения запаса горючего при полете. Он дал законы движения тел переменной массы.

§ 12. Закон всемирного тяготения

Изучая работы Кеплера о движении планет, Ньютон, как следствие из них, установил закон всемирного тяготения: *всякие два тела притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между центрами масс,* т. е.

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \qquad (10)$$

где m_1 и m_2 — массы взаимодействующих тел; r — расстояние между ними.

Примечание. В указанной формулировке закон тяготения справедлив лишь для материальных точек. В остальных случаях приходится тела разбивать на отдельные малые элементы и вычислять силы взаимодействия для каждой пары таких элементов, находя полную силу взаимодействия как векторную сумму всех этих элементарных сил. В случае взаимодействия однородных шаров вычисления показывают, что в формулу (10) вместо r можно подставлять расстояние между центрами этих шаров при любом соотношении между этим расстоянием и размерами самих шаров.

Коэффициент пропорциональности γ носит название *гравитационной постоянной.* Каков физический смысл этой величины? Всякий коэффициент пропорциональности численно равен значению функции, если все аргументы равны соответствующим единицам. Если $m_1 = m_2 = 1$, $r = 1$, то

$$\gamma = F,$$

т. е. *гравитационная постоянная численно равна силе, с которой взаимодействуют две материальные точки, имеющие по одной единице массы каждая на расстоянии, равном единице.*

Единицу измерения гравитационной постоянной в СИ легко найти из формулы (10):

$$[\gamma] = \frac{[F] \cdot [r^2]}{[m_1] \cdot [m_2]} = н \cdot м^2 \cdot кг^{-2}.$$

Многочисленные опыты показывают, что $\gamma \approx 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ н \cdot м^2 \cdot кг^{-2}$. Из законов динамики мы знаем, что масса характеризует инертность тела. Из закона всемирного тяготения следует, что масса также характеризует тяготение тел.

О массе тела можно судить по его инертности, пользуясь формулой $m = F/a$. Найденная таким образом масса носит название *инертной.* Массу тела также можно определить по силе его притяжения к другим телам, пользуясь законом всемирного тяготения. В этом случае массу

именуют *тяготеющей*. Опыты венгерского ученого Л. Этвеша (1848—1919), произведенные им с исключительной точностью, показали полное равенство этих масс. Таким образом, *массу можно определить двумя путями, измеряя инертность тел или используя их гравитационные свойства.*

§ 13. Вес тела

За *вес тела* принимают *силу, с которой тело давит на горизонтальную опору или натягивает нить вследствие тяготения этого тела к Земле*. Если убрать опору или перерезать нить, на которой висит тело, то оно под действием тяготения будет двигаться с ускорением по направлению к Земле, т. е. свободно падать. Величина ускорения свободного падения g для тела массы m может быть найдена по второму закону Ньютона:

$$m\vec{g} = \vec{P}.$$

Силу $\vec{P}$, действующую на тело, называют *силой тяжести*. Из сказанного выше следует, что сила тяжести численно равна весу тела.

Если пренебречь влиянием вращения Земли вокруг своей оси, то получим, что сила тяжести и сила гравитационного тяготения равны между собой:

$$mg = \gamma \frac{mM}{r^2}, \tag{11}$$

где m — масса тела, M — масса Земли, r — расстояние между телом и центром Земли. Для тел, находящихся на поверхности Земли, это расстояние можно принять равным радиусу Земли ($R \approx 6370$ *км*).

При поднятии тела над поверхностью Земли расстояние r увеличивается и соответственно сила тяжести уменьшается: при поднятии тела на высоту h над поверхностью Земли сила тяжести будет равна

$$(mg)_h = \gamma \frac{mM}{(R+h)^2}. \tag{11а}$$

Поскольку Земля имеет не шарообразную, а несколько сплюснутую у полюсов форму, то радиус Земли на экваторе будет несколько больше, чем на полюсе, соответственно сила тяжести (а значит, и вес тела) на экваторе будет меньше.

Другая поправка связана с суточным вращением Земли вокруг оси. Раньше было указано, что на вращающееся тело действует центростремительная сила, равная

$$F_{цс} = ma_{цс} = \frac{mv^2}{r},$$

где r — расстояние до оси вращения. Природа этой силы в данном случае также связана с действием тяготения. Рассмотрим рис. 9, на котором изображен земной шар. На тело массы m, находящееся на поверхности этого шара, действует сила гравитационного тяготения $\vec{F}_т$,

направленная к центру Земли (на рисунке через φ обозначена географическая широта места нахождения тела). Составляющая силы $\vec{F}_т$ является центростремительной силой $F_{цс}$, направленной перпендикулярно к оси вращения; другая составляющая представляет собой силу тяжести $\vec{P}$. Итак,

$$\vec{P}+\vec{F}_{цс}=\vec{F}_т.$$

Отсюда следует, что *сила тяжести (вес тела) есть векторная разность силы гравитационного тяготения и центростремительной силы, вызванной вращением Земли вокруг своей оси.*

Таким образом, для полюса, где $F_{цс}=0$, имеем

$$P=mg=F_т;$$

для экватора

$$|P|=|F_г-F_{цс}|.$$

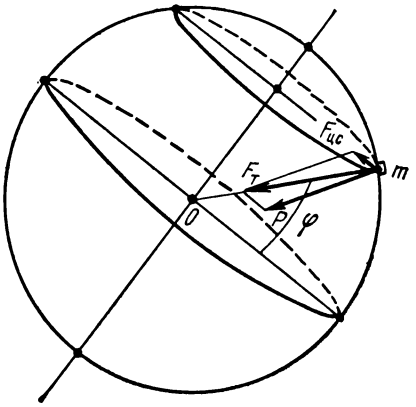


Рис. 9

Итак, строго говоря, сила тяжести, а следовательно, и вес тела зависят от географической широты места нахождения тела. Однако, поскольку поправка, связанная с действием $F_{цс}$, мала (разница между весом тела на экваторе и полюсах составляет около 0,3%), в большинстве практических случаев для расчетов можно использовать формулу (11).

§ 14. Системы единиц

В 1832 г. К. Гаусс (1777—1855) предложил систему единиц измерений физических величин, в которой основными являются единицы длины, массы и времени. Он показал, что все остальные единицы, встречающиеся в механике, могут быть выражены через них.

В шестидесятых годах XIX столетия было предложено в качестве основных единиц принять единицу длины — сантиметр, единицу массы — грамм, единицу времени — секунду. По первым буквам названий этих единиц система получила наименование СГС.

На основании решения XI Генеральной конференции по мерам и весам Комитетом стандартов, мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР 18 сентября 1961 г. был утвержден государственный стандарт (ГОСТ 9867—61), узаконивающий в СССР в качестве основной системы единиц СИ.

Система интернациональная (СИ). Основные механические единицы этой системы:

единица длины — метр (*м*),

единица массы — килограмм (*кг*),

единица времени — секунда (*сек*).

Приведем некоторые производные единицы, применяемые в механике:

единица площади — квадратный метр ($м^2$),

единица объема — кубический метр ($м^3$),

единица скорости — метр в секунду (*м/сек*),

единица ускорения — метр в секунду в квадрате ($м/сек^2$),

единица плотности — килограмм на кубический метр ($кг/м^3$).

Единицей силы является ньютон (*н*):

$$[F] = [m] \cdot [a] = 1\ кг \cdot 1\ м/сек^2 = 1\ н.$$

Это такая сила, которая массе тела в 1 *кг* сообщает ускорение 1 $м/сек^2$.

Следует помнить, что вес тела, так же как и всякая сила, измеряется в ньютонах.

Единицей давления будет $[p] = \frac{[F]}{[S]} = 1\ н/м^2$. Эта единица названа паскалем (сокращенно: Па).

Система единиц СГС. Обладая рядом достоинств, эта система до сих пор сохранила значение. Основные единицы:

единица длины — сантиметр (*см*),

единица массы — грамм (*г*),

единица времени — секунда (*сек*).

За единицу силы принимают такую силу, которая массе тела в 1 *г* сообщает ускорение 1 $см/сек^2$. Эту силу называют диной (*дин*):

$$1\ г \cdot 1\ см/сек^2 = 1\ дин.$$

Установим связь между ньютоном и диной:

$$1\ н = 1\ кг \cdot 1\ м/сек^2 = 10^3\ г \cdot 10^2\ см/сек^2 = 10^5\ дин.$$

Давление в системе СГС измеряется в динах на квадратный сантиметр ($дин/см^2$).

Найдем связь между единицами давления СИ и СГС:

$$1\ \frac{н}{м^2} = \frac{10^5\ дин}{10^4\ см^2} = 10\ дин/см^2;$$

$$1\ дин/см^2 = 0{,}1\ н/м^2.$$

В некоторой литературе по настоящее время используется единица силы — килограмм-сила (*кГ* или *кгс*), являющаяся основной единицей системы МКГСС. Эта система имеет ограниченное применение в различных разделах физики, но часто используется в технике.

Килограмм-сила — это сила, которая телу массой в 1 *кг* сообщает ускорение, равное 9,80665 $м/сек^2$. Поэтому можно записать, что

$$1\ кГ \approx 9{,}81\ н \approx 9{,}81 \cdot 10^5\ дин.$$

В некоторых зарубежных странах единицу силы *кГ* называют «килопонд» (*кп*).

§ 15. Примеры решения задач

1. Выразить плотность и удельный вес железа в единицах систем СГС и СИ.

Р е ш е н и е. В справочнике находим плотность железа 7,8 *г/см*^{3}. Это значение плотности в системе СГС.

В СИ

$$\rho = 7{,}8\,\frac{10^{-3}\ кг}{10^{-6}\ м^3} = 7800\ кг/м^3.$$

Удельным весом вещества называется величина, равная отношению веса тела к занимаемому им объему, т. е.

$$\gamma = P/V.$$

В системе СГС он измеряется в динах на кубический сантиметр (*дин/см*^{3}), в СИ — в ньютонах на кубический метр (*н/м*^{3}).

В физике удельным весом обычно не пользуются, так как для характеристики вещества удобнее брать его плотность ρ, которая не зависит от того, где находится тело, если скорость его движения весьма мала по сравнению со скоростью света.

В тех случаях, когда необходимо определить удельный вес, пользуются формулой

$$\gamma = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g,$$

т. е. находят его как произведение плотности на ускорение силы тяжести. Полагая $g \approx 981\ см/сек^2 \approx 9{,}81\ м/сек^2$, получаем:

а) в СИ

$$\gamma = 7800 \cdot 9{,}81\ н/м^3 \approx 7{,}65 \cdot 10^4\ н/м^3,$$

б) в системе СГС

$$\gamma = 7{,}8 \cdot 981\ дин/см^3 \approx 7{,}65 \cdot 10^3\ дин/см^3.$$

2. Снаряд массой 100 *кг* летел со скоростью 1000 *м/сек*. В воздухе он разорвался на две части, причем одна из них массой 60 *кг* получила скорость 1200 *м/сек* в прежнем направлении. В какую сторону и с какой скоростью полетела другая часть снаряда?

Р е ш е н и е. По закону сохранения количества движения (9) имеем

$$(m_1 + m_2)\,v = m_1 v_1 + m_2 v_2,$$

где $m_1 = 60$ *кг*; $m_2 = (100 - 60)$ *кг* $= 40$ *кг*; $v_1 = 1200$ *м/сек*; $v = 1000$ *м/сек*. Подставим численные значения:

$$100 \cdot 1000 = 60 \cdot 1200 + 40 v_2$$

и найдем

$$v_2 = 700\ м/сек.$$

Так как скорость второй части снаряда имеет знак плюс, то можно заключить, что эта часть также продолжала лететь в прежнем направлении.

3. Через блок перекинута нить, к концам которой подвешены грузы $m_1 = 2$ *кг* и $m_2 = 2{,}1$ *кг*. Каково перемещение грузов за 3 *сек*? Какова сила натяжения нити?

Р е ш е н и е. Общая масса грузов $m = 2\ кг + 2{,}1\ кг = 4{,}1\ кг$, а сила, под действием которой движется система, равна

$$F = m_2 g - m_1 g = (2{,}1 - 2) \cdot 9{,}81\ н = 0{,}981\ н.$$

Ускорение, с которым движется система грузов, равно

$$a = \frac{F}{m} \approx \frac{0{,}981}{4{,}1}\ \frac{м}{сек^2} \approx 0{,}24\ м/сек^2.$$

Находим перемещение грузов за 3 *сек*:

$$s = \frac{at^2}{2} \approx \frac{0{,}24 \cdot 9}{2}\ м \approx 1{,}08\ м,$$

а также силу натяжения нити со стороны второго тела:

$$F_н = m_2 g - m_2 a = m_2 (g - a) = 2{,}1\,(9{,}81 - 0{,}24)\ н \approx 20{,}1\ н,$$

или со стороны первого тела:

$$F_н = m_1 g + m_1 a = m_1 (g + a) = 2\,(9{,}81 + 0{,}24)\ н \approx 20{,}1\ н.$$

Вопросы и задачи для повторения

10. Приведите примеры, когда одна и та же система отсчета служит в одном случае инерциальной, а в другом — неинерциальной.

11. В шахту равноускоренно опускается бадья массой 280 *кг*. В первые 10 *сек* она проходит 35 *м*. Найти силу натяжения каната, на котором висит бадья.

12. Поезд весом $8 \cdot 10^6$ *н* идет со скоростью 72 *км/ч*. Через сколько времени после прекращения тяги паровоза он остановится под влиянием силы трения в 12 *Т*?

13. К одному концу шнура, перекинутого через блок, привязан груз массой 0,8 *кг*. С каким ускорением будет подниматься груз, если другой конец шнура тянуть рукой с силой 1 *кг*? если к нему привязать гирю массой 1 *кг* и предоставить ей опускаться?

14. На нитке, перекинутой через блок, слева подвешена гирька в 11 *г*, а справа — гирька в 13 *г*. Вся система грузов движется с ускорением 81,8 *см/сек*^{2}. Найти ускорение силы тяжести для данного места.

15. Стальная проволока некоторого диаметра выдерживает груз до 5000 *н*. С каким наибольшим ускорением можно поднимать груз в 4500 *н*, подвешенный на этой проволоке, чтобы она не разорвалась?

16. Как и на сколько процентов меняется вес тела при перемещении с полюса на экватор? из Москвы в Ленинград?

17. На какой высоте над поверхностью Земли сила притяжения тела к Земле будет в два раза меньше, чем на ее поверхности?

18. Чему равно ускорение силы тяжести на высоте, равной среднему радиусу Земли? Какое расстояние пройдет тело за первую секунду, падая свободно с этой высоты?

19. На какой высоте над земной поверхностью ускорение свободного падения равно 3/4 того значения, которое оно имеет на уровне моря? Радиус Земли принять равным 6400 *км*.

20. Луна движется вокруг Земли со скоростью 1,02 *км/сек*. Расстояние от Земли до Луны 384 000 *км*. Найти массу Земли.

21. Радиус планеты Марс составляет 0,53 радиуса Земли, масса Марса составляет 0,11 массы Земли. Каково ускорение падающих тел на Марсе?

22. Выразить давление, равное 72 *см рт. ст.*, в единицах систем СГС и СИ.

23. Доказать, что в формуле Ньютона для скорости звука в газе $v = \sqrt{p/\rho}$, где p — давление, а ρ — плотность газа, обе части равенства имеют одинаковые размерности.

24. На сколько должен быть поднят наружный рельс над внутренним на закруглении радиуса 400 *м*, чтобы при скорости движения 54 *км/ч* сила давления поезда на рельсы была перпендикулярна к ним? Ширина железнодорожной колеи равна 1,524 *м*.

25. Шарик весом P подвешен на нити. В натянутом состоянии нить расположили горизонтально и отпустили шарик. Вывести зависимость силы натяжения F нити от угла α, который образует в данный момент нить с горизонтальным направлением. Проверить выведенную формулу $F = f(P, \alpha)$, решив задачу для частного случая прохождения шарика через положение равновесия ($\alpha = 90°$).

ГЛАВА ВТОРАЯ

РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

§ 16. Работа, мощность

Понятие работы, как это впервые показал Энгельс, отражает *процесс превращения одних форм движения материи в другие*. Именно оно и является одним из основных физических понятий. Так, например, когда в момент выстрела пороховые газы совершают работу, выталкивая снаряд из ствола орудия, интенсивность движения их молекул уменьшается, а скорость движения снаряда увеличивается: тепловая форма движения материи превращается в механическую.

Термин «работа» употребляется в двух смыслах: в смысле указанного выше процесса и в смысле физической величины, являющейся количественной характеристикой этого процесса.

При совершении работы всегда имеются, во-первых, сила, действующая на данное тело со стороны какого-то материального объекта, например другого тела, и, во-вторых, вызванное этой силой перемещение тела. При отсутствии хотя бы одного из этих признаков отсутствует и работа.

На рис. 10 показаны санки, которые тянет человек за веревку с постоянной силой F, причем направление этой силы составляет угол α с направлением перемещения саней. Разложим силу F на две составляющие: силу $F_1 = F\cos\alpha$, направленную вдоль пути, и силу $F_2 = F\sin\alpha$, перпендикулярную к F_1. Сила F_1, являющаяся проекцией силы F на направление перемещения, вызывает движение санок, сила F_2 движения их не производит. Чем больше сила F_1 и чем больше путь, пройденный телом под ее действием, тем больше и совершаемая работа.

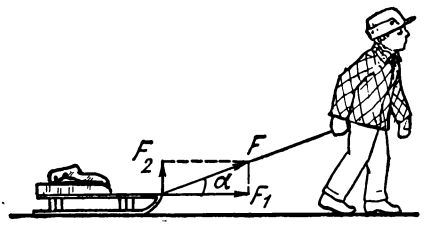


Рис. 10

Работа A есть величина, равная произведению проекции силы (на направление перемещения) на величину перемещения точки приложения силы:

$$A = F_1 s = Fs\cos\alpha. \tag{12}$$

Если угол между направлениями силы и перемещения тела острый ($\alpha < 90°$), то произведение $Fs\cos\alpha$ будет положительным и говорят, что сила F совершает *положительную работу* ($A > 0$). Если же угол между направлениями силы и перемещения тела тупой ($90° < \alpha < 180°$), то работа этой силы будет *отрицательна*. В таком случае говорят, что не сила совершила отрицательную работу, а совершена работа против данной силы. В частном случае, если направление силы совпадает с направлением пути, т. е. $\alpha = 0°$, то $\cos\alpha = 1$ и формула (12) принимает вид

$$A = Fs. \tag{12а}$$

Напомним, что в СИ за единицу работы принимается 1 *джоуль*, т. е. работа постоянной силы в 1 *н* на пути в 1 *м*, если направление силы совпадает с направлением перемещения. В системе СГС единицей работы является 1 *эрг*, т. е. работа постоянной силы в 1 *дин* на пути в 1 *см* при совпадении их направлений. В технике работа иногда измеряется в килограммометрах (*кГм*). Установим соотношение между этими единицами работы:

$$1\ дж = 1\ н \cdot 1\ м = 10^5\ дин \cdot 10^2\ см = 10^7\ эрг;$$
$$1\ кГм \approx 9{,}8\ н \cdot 1\ м = 9{,}8\ дж = 9{,}8 \cdot 10^7\ эрг.$$

Рассмотрим более общий случай, когда работа производится переменной силой. Обозначим проекцию мгновенного значения силы на направление пути через F_s. Тогда работа этой силы на бесконечно малом пути ds будет $dA = F_s \cdot ds$, а вся работа A на пути s выразится формулой

$$A = \int_0^s F_s \cdot ds. \qquad (12б)$$

Воспользуемся формулой (12б) для вычисления работы, которую совершает сила тяжести при движении тела.

Рассмотрим, например, движение тела массы m по наклонной плоскости с углом наклона α (рис. 11). На тело действует сила тяжести, равная mg, под действием которой тело движется по наклонной плоскости (трением пренебрегаем). Проекция этой силы на направление перемещения AB равна $F_s = mg \sin \alpha$. Длина перемещения AB равна s. На перемещении AB сила F_s совершит работу, равную

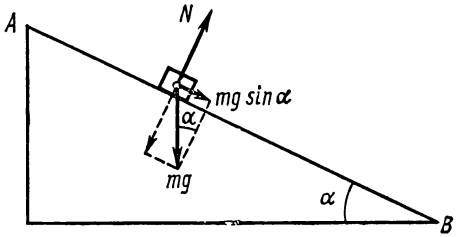


Рис. 11

$$A = \int_{(s)} F_s \, ds = \int_{(s)} mg \sin \alpha \, ds.$$

Величина проекции силы F_s на всем перемещении AB остается постоянной, поэтому ее можно вынести за знак интеграла:

$$A = mg \sin \alpha \int_{(s)} ds = mg \cdot s \cdot \sin \alpha = mgh,$$

где $h = s \cdot \sin \alpha$ — высота, на которую опустилось тело.

Отсюда следует, что работа силы тяжести не зависит от длины пути по наклонной плоскости, а зависит только от высоты, на которую опустилось тело, иными словами, только от начального и конечного положений тела. Можно показать, что аналогичный результат получается при движении под действием силы тяжести по любой криволинейной траектории.

Итак, *работа силы тяжести не зависит от пути, а определяется только начальным и конечным положениями точки приложения силы.* Аналогичным свойством обладает сила упругости.

Силы, работа которых не зависит от пути перемещения тел, а зависит только от начального и конечного положений тел, называются *консервативными.*

Для консервативных сил работа по любому замкнутому контуру всегда равна нулю.

Сила трения в отличие от сил тяжести и упругости не является консервативной силой, и для нее работа по замкнутому контуру не равна нулю.

Работа совершенная двигателем за единицу времени, носит название мощности и характеризует его работоспособность. Если за время Δt была совершена работа ΔA, то средняя мощность N за это время выразится формулой

$$N_{ср} = \Delta A/\Delta t. \tag{13}$$

Мощность в данный момент

$$N_{мгн} = \lim \left[\frac{\Delta A}{\Delta t}\right]_{\Delta t \to 0} = \frac{dA}{dt}, \tag{13а}$$

т. е. является производной от работы по времени.

Единицей мощности в СИ является ватт:

$$1\ вт = 1\ дж/сек = 10^7\ эрг/сек.$$

В технике мощность иногда выражается в лошадиных силах (л.с.):

$$1\ л.\ с. = 75\ кГм/сек \approx 75 \cdot 9{,}81\ вт \approx 736\ вт$$

или

$$1\ квт \approx 1000/736\ л.\ с. \approx 1{,}36\ л.\ с.$$

В том случае, когда при работе двигателя с постоянной мощностью имеет место равномерное движение со скоростью v, формула (13) может быть легко преобразована. Вместо работы ΔA за время Δt можно поставить $F \cdot \Delta s$, где F — сила тяги двигателя [1], а Δs — пройденный путь, тогда

$$N = \frac{F\,\Delta s}{\Delta t} = Fv, \tag{13б}$$

так как отношение $\Delta s/\Delta t$ есть скорость движения.

§ 17. Графическое изображение работы

Построим график, откладывая по оси X пройденный телом путь, а по оси Y — проекцию движущей силы на направление движения, т. е. $F \cos \alpha$. На рис. 12 показан такой график для случая $F \cos \alpha = \text{const}$. Площадь заштрихованного прямоугольника $OBCD$ равна произведению основания на высоту ($F \cos \alpha \cdot s = Fs \cos \alpha$), т. е. она численно равна работе, совершенной при перемещении тела.

Если во время движения изменяется величина $F \cos \alpha$, то для графического вычисления работы следует весь пройденный путь разбить на ряд отдельных участков (рис. 13). Взяв эти участки достаточно малыми, можно считать, что на каждом из них движение происходит под действием некоторой средней постоянной силы. В таком случае работа на каждом участке может быть найдена как площадь соответ-

[1] Если направление силы не совпадает с направлением перемещения, то вместо F следует вводить проекцию силы на направление движения $F \cos \alpha$.

ствующего прямоугольника. Работа на всем пути выразится суммой площадей всех прямоугольников, заштрихованных на рис. 13. Чем меньше длина каждого участка пути, тем ближе сумма площадей этих прямоугольников к площади всей фигуры $OBCD$. В пределе при бесконечно малых длинах участков пути работа переменной силы будет численно равна площади $OBCD$, ограниченной осью X, линией BC, показывающей изменение движущей силы при перемещении тела, и ординатами OB и DC, соответствующими начальной и конечной точкам пути. Указанная площадь численно равна работе, вычисленной по формуле (12б).

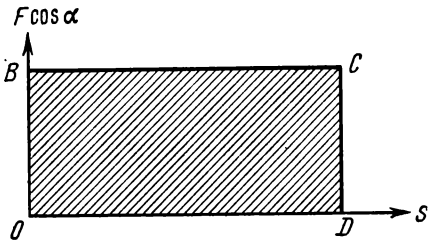


Рис. 12

В качестве примера вычислим работу при растяжении пружины. По мере увеличения растягивающей силы пропорционально ей растет и удлинение пружины. Связь между силой и растяжением пружины изображена на рис. 14. Удлинением пружины является расстояние, пройденное точкой приложения растягивающей силы в направлении

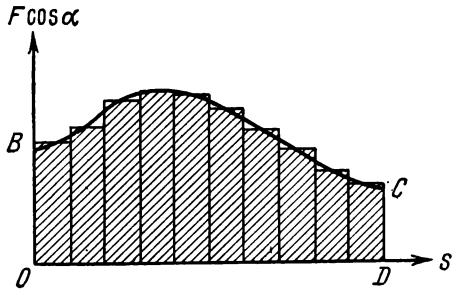


Рис. 13

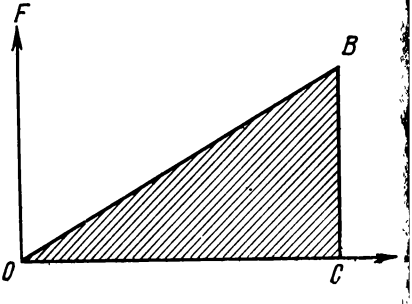


Рис. 14

ее линии действия. Площадь $\Delta\, OBC$ выразит работу при растяжении пружины. Она равна половине произведения основания x на высоту F:

$$A = Fx/2.$$

Пример. Пружина динамометра растянулась на 8 *см* (0,08 *м*); его указатель отмечает деление, соответствующее 50 *н*. Работа при растяжении пружины равна $(50 \cdot 0{,}08)/2$ *дж* $= 2$ *дж*.

§ 18. Энергия

В результате совершения работы происходят определенные изменения в окружающем нас мире — одни формы движения материи превращаются в другие. Наоборот, чтобы произвести в природе нужные нам изменения, надо совершить работу, т. е. осуществить процесс, в котором имело бы место взаимодействие тел с другими материальными объектами и их перемещение в пространстве. Этот процесс является

основой всей практической деятельности, направленной на преобразование окружающего нас мира, на подчинение природы человеку.

Многочисленные бесплодные попытки построить «вечный двигатель» — машину, которая производила бы работу без каких-либо изменений среди окружающих тел, показали, что работа — это процесс превращения, что всякая материальная система может совершать лишь ограниченное количество работы, после чего дальнейшая способность производить работу оказывается исчерпанной для этой системы.

Способность материального объекта совершать при переходе из данного состояния в другое определенную работу называется *энергией*. Чем бóльшую работу может совершить система при переходе в свое нормальное состояние, тем больше ее энергия в исходном состоянии.

Тем же термином «энергия» обозначается и физическая величина, являющаяся количественной характеристикой этой способности и измеряющаяся тем запасом работы, которую данный материальный объект может совершить. По этой причине энергия измеряется в тех же единицах, что и работа, т. е. единицей энергии в СИ является джоуль.

Энергия может быть выражена через величины, характеризующие строение и состояние материальной системы. Она является функцией ее состояния.

В зависимости от того, с какой формой движения материи связано свойство тела совершать работу, т. е. в зависимости от того, какие формы движения, присущие данной материальной системе, могут в данных условиях превращаться в механическое движение тел, говорят о разных формах энергии.

Если свойство совершать работу связано с механическим движением, то говорят о *механической энергии;* если оно связано с беспорядочным движением молекул, — о *внутренней энергии;* если с электромагнитной формой движения, — об *электромагнитной форме энергии,* и т. д.

В механике различают *кинетическую* и *потенциальную энергию.*

Кинетическая энергия есть запас работы, которую может совершить тело вследствие того, что оно обладает определенной скоростью v. Когда появляется внешняя сила, изменяющая скорость движения тела, кинетическая энергия начинает расходоваться на работу, т. е. на преодоление сопротивления движению со стороны внешней силы. Работа совершается возникающей при торможении силой инерции.

Сила инерции F, по второму закону Ньютона, численно равна

$$F = -m\frac{dv}{dt},$$

где m — масса тела, dv/dt — изменение скорости тела со временем (знак минус указывает на то, что скорость убывает).

На перемещении ds сила инерции F совершит работу

$$dA = -m\frac{dv}{dt}\,ds = -m\frac{ds}{dt}\,dv = -mv\cdot dv.$$

Чтобы подсчитать всю работу, совершенную движущимся телом до его полной остановки, нужно проинтегрировать от начальной скорости до конечной скорости тела, равной 0, т. е.

$$A = -\int_v^0 mv \cdot dv = -\frac{mv^2}{2}\Big|_v^0 = \frac{mv^2}{2}.$$

Это есть работа, совершенная телом при движении до его полной остановки. Следовательно, запас работы, т. е. кинетическая энергия тела массы m, движущегося со скоростью v, равен

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2}. \quad (14)$$

При изменении скорости на dv кинетическая энергия тела изменяется на величину

$$dE_{\text{кин}} = d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = mv \cdot dv. \quad (15)$$

Потенциальная энергия тел в механике связана с взаимным расположением тел системы (конфигурацией системы тел).

Потенциальная энергия есть запас работы, обусловленный взаимным расположением тел системы.

Ранее было показано (см. § 16), что при опускании тела сила тяжести совершает работу, величина которой зависит от разницы начального и конечного положений тела и равна mgh. Таким образом, тело, поднятое на высоту h, обладает потенциальной энергией

$$E_{\text{пот}} = mgh. \quad (16)$$

Из школьного курса известно, что растянутая пружина подчиняется закону Гука:

$$F = kx,$$

где F — сила упругости, x — относительное удлинение, k — коэффициент упругости. При сжатии сила упругости F производит работу, равную (см. § 17)

$$A = \frac{Fx}{2} = \frac{kx^2}{2}.$$

Следовательно, упругая пружина, растянутая на длину x, обладает потенциальной энергией

$$E_{\text{пот}} = \frac{kx^2}{2}. \quad (17)$$

Когда силы, действующие в системе, совершают положительную работу, потенциальная энергия тела уменьшается. Когда совершается отрицательная работа, т. е. работу совершают внешние силы, изменяющие конфигурацию тел системы, потенциальная энергия увеличивается.

§ 19. Закон сохранения механической энергии

Рассмотрим, как изменяется потенциальная и кинетическая энергия изолированной системы, в которой отсутствуют силы трения, т. е. действуют только консервативные силы. В этом случае механическое движение не превращается в более сложные формы движения. Кинетическая энергия и потенциальная (энергия силы тяжести и силы упругости) переходят друг в друга, но не в другие виды энергии. Для системы консервативных сил выполняется закон сохранения механической энергии, который может быть выведен из уравнений движения.

Для изолированной системы n материальных точек с массами $m_1, m_2, \ldots, m_n$, движущимися со скоростями $v_1, v_2, \ldots, v_n$, можно записать (аналогично тому, как это было сделано при выводе закона сохранения количества движения, см. § 11):

$$\begin{aligned}
m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} &= \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_{1n}, \\
m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} &= \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \ldots + \vec{F}_{2n}, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
m_n \frac{d\vec{v}_n}{dt} &= \vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2} + \ldots + \vec{F}_{n,\,n-1}
\end{aligned}$$

(здесь приняты те же обозначения, что и в § 11).

Точки системы под действием сил совершат за время dt элементарные перемещения $ds_1, ds_2, \ldots, ds_n$. Умножим каждое из уравнений на соответствующее перемещение. Получим:

$$\begin{aligned}
m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt}\, d\vec{s}_1 &= (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_{1n})\, d\vec{s}_1, \\
m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt}\, d\vec{s}_2 &= (\vec{F}_{22} + \vec{F}_{23} + \ldots + \vec{F}_{2n})\, d\vec{s}_2, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
m_n \frac{d\vec{v}_n}{dt}\, d\vec{s}_n &= (\vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2} + \ldots + \vec{F}_{n,\,n-1})\, d\vec{s}_n.
\end{aligned}$$

Учитывая, что $\frac{d\vec{s}_1}{dt} = \vec{v}_1$, $\frac{d\vec{s}_2}{dt} = \vec{v}_2$, ..., $\frac{d\vec{s}_n}{dt} = \vec{v}_n$, и перенося все слагаемые в левую часть, получим:

$$\begin{aligned}
m_1\vec{v}_1\, d\vec{v}_1 - (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_{1n})\, d\vec{s}_1 &= 0, \\
m_2\vec{v}_2\, d\vec{v}_2 - (\vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \ldots + \vec{F}_{2n})\, d\vec{s}_2 &= 0, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
m_n\vec{v}_n\, d\vec{v}_n - (\vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2} + \ldots + \vec{F}_{n,\,n-1})\, d\vec{s}_n &= 0.
\end{aligned}$$

Сложив все уравнения, имеем

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i\, d\vec{v}_i - \sum_{i=1}^{n} (\vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \ldots + \vec{F}_{in})\, d\vec{s}_i = 0.$$

Первое слагаемое $\sum_{i-1}^{n} m_i \vec{v}_i \vec{dv}_i$ согласно формуле (15) есть изменение кинетической энергии всех тел системы, т. е. $dE_{\text{кин}}$. Второе слагаемое $\sum_{i-1}^{n} (\vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \ldots + \vec{F}_{in}) \vec{ds}_i$ есть работа всех сил, действующих в системе, на элементарном перемещении ds_i. Взятая со знаком минус, эта работа равна изменению потенциальной энергии системы, т. е. $dE_{\text{пот}}$. Итак,

$$dE_{\text{кин}} + dE_{\text{пот}} = d(E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}}) = 0,$$

отсюда полная энергия системы

$$E_{\text{полн}} = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = \text{const}.$$

Итак, *полная энергия изолированной системы, в которой действуют только консервативные силы (т. е. упругие и гравитационные), есть величина постоянная.* Эта формулировка носит название *закона сохранения механической энергии.* Сформулированный в таком виде, он не имеет такого всеобщего значения как универсальный закон сохранения энергии, учитывающий превращения всех видов энергии друг в друга.

§ 20. Удар шаров. Коэффициент восстановления

Ударом называется внезапное изменение движения тела вследствие столкновения его с другим телом. Прямая, проходящая через точку соприкосновения тел A и B при ударе (рис. 15) и нормальная к поверхности их соприкосновения, т. е. линия NM, носит название *линии удара.* Если линия удара проходит через центры масс тел, то удар носит название *центрального.* Удар между шарами, каждый из которых изготовлен из однородного материала, всегда центральный.

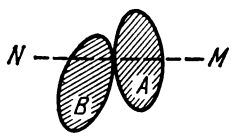


Рис. 15

Если до удара тела двигались по линии удара, удар называется *прямым*, в противном случае он именуется *косым.*

Отличительной особенностью удара является весьма малая длительность соприкосновения соударяющихся тел.

Отношение относительной скорости шаров после столкновения к относительной скорости их до столкновения носит название коэффициента восстановления. Предположим, первый шар до столкновения имел скорость v_1, а после столкновения — скорость u_1, второй шар имел аналогичные скорости v_2 и u_2. В таком случае коэффициент восстановления (ε) выразится формулой

$$\varepsilon = \frac{|u_1 - u_2|}{|v_1 - v_2|}. \qquad (18)$$

Пример. Первый шар имел до удара скорость 30 *см/сек*, второй шар двигался ему навстречу со скоростью 70 *см/сек*. Вследствие их движения в разные стороны

знаки скоростей следует брать различные: $v_1 = 30$ *см/сек*, $v_2 = -70$ *см/сек*, и, следовательно, их относительная скорость $v_1 - v_2 = [30 - (-70)]$ *см/сек* $= 100$ *см/сек*. Если бы шары двигались в одну сторону с такими же по абсолютному значению скоростями, их относительная скорость была бы равна 40 *см/сек*. Предположим, что после удара шары отскочили друг от друга и оба стали двигаться вновь в противоположные стороны с соответствующими скоростями $u_1 = 25$ *см/сек* и $u_2 = -35$ *см/сек*. В таком случае их относительная скорость сделалась равной $u_1 - u_2 = [25 - (-35)]$ *см/сек* $= 25 + 35 = 60$ *см/сек*. Коэффициент восстановления при этом ударе равен $\varepsilon = 60/100 = 0{,}6$.

Коэффициент восстановления проще всего найти путем измерения высоты падения шарика на горизонтальную поверхность и высоты, на которую отскочит шарик после удара. Пусть шарик упал с высоты h_1 и отскочил после удара на высоту h_2. Из закона сохранения механической энергии скорость, которой он, достигнув поверхности, обладал, равна $v_1 = \sqrt{2gh_1}$. Если он отскочил на высоту h_2, то скорость, которую он имел после удара, равна $v_2 = \sqrt{2gh_2}$. При этом коэффициент восстановления

$$\varepsilon = \frac{v_2 - 0}{v_1 - 0} = \frac{\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}.$$

Если $\varepsilon = 0$, удар называется *абсолютно неупругим*. Если $\varepsilon = 1$, удар именуется *абсолютно упругим*. В действительности же коэффициент восстановления всегда бывает больше нуля, но меньше единицы, т. е. $1 > \varepsilon > 0$. При ударе свинцовых шаров ε близок к нулю. Поэтому их удар приближается к абсолютно неупругому. Для шаров из слоновой кости $\varepsilon \approx 0{,}9$, вследствие чего их удар рассматривают как удар, близкий к абсолютно упругому.

§ 21. Абсолютно неупругий удар

Обозначим массы двух ударяющихся шаров m_1 и m_2, а их скорости до столкновения — соответственно $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. До столкновения их суммарное количество движения было равно $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$. Коэффициент восстановления может быть равен нулю только в том случае, если после удара оба они станут двигаться с одинаковой скоростью, так как лишь тогда числитель дроби (18) обратится в нуль. Обозначим их общую скорость после удара через $\vec{u}$. Количество движения шаров после удара будет равно $m_1\vec{u} + m_2\vec{u} = (m_1 + m_2)\vec{u}$.

По закону сохранения количества движения (9) имеем

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u},$$

откуда

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \qquad (19)$$

Кинетическая энергия, которой обладали шары до столкновения, равна

$$W_1 = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}.$$

После удара кинетическая энергия стала равной

$$W_2 = \frac{(m_1 + m_2)\, u^2}{2}.$$

Подставляя сюда значение u из выражения (19), получаем

$$W_2 = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2 (m_1 + m_2)}.$$

При неупругом ударе часть кинетической энергии превращается во внутреннюю энергию, так как при этом совершается работа на деформацию тел.

Подсчитаем энергию, которая пошла на работу по деформации:

$$\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{m_1 m_2}{2 (m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2. \qquad (20)$$

На практике чаще всего приходится иметь дело со случаем, когда одно из тел (ударяемое тело) неподвижно, т. е. $v_2 = 0$. В таком случае формула (20) принимает вид

$$\Delta W = \frac{m_1 m_2 v_1^2}{2 (m_1 + m_2)} = W_1 \frac{m_2}{m_1 + m_2} = W_1 \frac{1}{1 + m_1/m_2}. \qquad (21)$$

Когда в результате удара надо получить *перемещение неподвижного тела,* как, например, при забивке сваи или вбивании гвоздя, необходимо, чтобы потеря энергии на деформацию была возможно меньше. Это будет в том случае, если масса ударяющего тела (m_1) значительно больше массы ударяемого тела (m_2), так как при этом дробь m_1/m_2 будет сравнительно велика и ΔW относительно мало.

Если, наоборот, *целью удара является деформация тела* (например, при дроблении каких-либо тел), необходимо, чтобы большая часть кинетической энергии ударяющего тела расходовалась на работу деформации, т. е. ΔW было по возможности близко к единице. Это будет иметь место в случае, если отношение m_1/m_2 близко к нулю, т. е. масса ударяющего тела (m_1) весьма мала по сравнению с массой ударяемого тела (m_2).

§ 22. Абсолютно упругий удар

При абсолютно упругом ударе не должно быть никаких потерь кинетической энергии, так как в этом случае не происходит деформаций, на которые расходуется часть энергии. Поэтому кроме закона сохранения количества движения

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2,$$

где $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ — скорости шаров, имеющих соответственно массы m_1 и m_2, после столкновения можно применить закон сохранения кинетической энергии для соударяющихся тел:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}.$$

Решая совместно оба уравнения, находим:

$$\left.\begin{aligned}\vec{u}_1 &= \frac{(m_1-m_2)\vec{v}_1+2m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2},\\ \vec{u}_2 &= \frac{(m_2-m_1)\vec{v}_2+2m_1\vec{v}_1}{m_1+m_2}.\end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

В частном случае, когда массы ударяющихся шаров равны ($m_1 = m_2$), формулы (22) примут вид

$$\vec{u}_1 = \vec{v}_2 \text{ и } \vec{u}_2 = \vec{v}_1,$$

т. е. шары обмениваются скоростями.

§ 23. Опытное определение коэффициента трения скольжения

В качестве примера применения закона сохранения энергии приводим определение коэффициента трения скольжения по методу А. П. Рымкевича.

Коэффициент трения скольжения (f) численно равен отношению силы трения к силе нормального давления:

$$f = \frac{F_{тр}}{F_{давл}}. \qquad (23)$$

Пусть требуется определить коэффициент трения тела A (рис. 16) о некоторую поверхность K. Поместив это тело на горизонтально

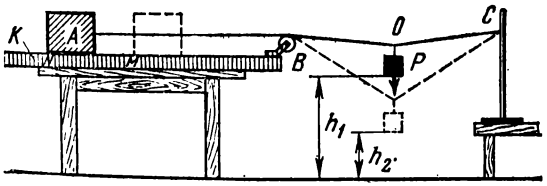


Рис. 16

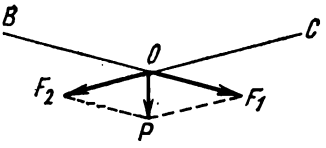


Рис. 17

расположенную поверхность K, прикрепляют нить, перекидывают через блок B и закрепляют ее конец в штативе C.

На тело A помещают тяжелый груз, прижимающий его к поверхности K. К середине натянутой нити (O) подвешивают гирю, вес P которой составляет около 0,2 веса (Q) тела. Нить несколько прогибается и занимает положение, показанное на рисунке. Измеряют высоту h_1 гири над поверхностью пола, а также отмечают место положения одного из концов тела A на поверхности K (точка N).

Приподнимают груз, прижимающий тело A к поверхности K. Вес P гири раскладывается на две составляющие по направлениям нити (рис. 17); составляющая F_1 превышает силу трения, вследствие чего тело A приходит в движение. По мере перемещения тела по поверхности K уменьшается сила F_1 и в некоторый момент делается равной силе

трения. Однако тело A продолжает движение вследствие наличи своей кинетической энергии и кинетической энергии гири. Тело останавливается в тот момент, когда потенциальная энергия гир будет полностью израсходована на работу по преодолению трения пр движении тела A.

Отмечают новое положение тела A на поверхности K в моме остановки (точка M) и измеряют его перемещение $MN = l$. При гор зонтальном положении поверхности K сила трения составит fQ, где f определяемый коэффициент трения скольжения, а работа по преодол нию трения будет равна fQl.

Измеряют новую высоту h_2 гири над поверхностью пола и вычи ляют то расстояние, на которое она опустилась, т. е. $h = h_1 - h$

На основании закона сохранения энергии записывают

$$Ph = fQl,$$

откуда

$$f = Ph/Ql. \qquad (23а$$

§ 24. Примеры решения задач

1. С горки, образующей угол с горизонтом $\alpha = 30°$, съезжает лыжник и пр езжает по инерции по горизонтальному пути 125 *м*. Высота горки $h = 10$ *м*. Най коэффициент трения лыж о лед, считая, что он одинаков на всем пути движения лы ника.

Р е ш е н и е. Работа силы тяжести при скатывании лыжника с горы рав

$$A_1 = Ph.$$

Часть этой работы совершена при преодолении трения на поверхности горки, т.

$$A_2 = fPl\cos\alpha,$$

где l — длина горки, равная $h/\sin\alpha$, или

$$A_2 = fPh\operatorname{ctg}\alpha.$$

Работа, равная разности $(A_1 - A_2)$, превратилась в кинетическую энергию за счет которой лыжник проехал по горизонтальному пути расстояние s; совершенна при этом работа по преодолению трения равна

$$fPs = Ph - fPh\operatorname{ctg}\alpha,$$

откуда

$$f = \frac{h}{s + h\operatorname{ctg}\alpha} = \frac{10}{125 + 10 \cdot 1{,}73} \approx 0{,}07.$$

2. Два абсолютно неупругих шара, имеющих массы $m_1 = 15$ *г* и $m_2 = 10$ *г* двигались навстречу друг другу соответственно со скоростями $v_1 = 0{,}6$ *м/сек* $v_2 = -0{,}4$ *м/сек*. Найти их скорость после столкновения и потерю кинетическо энергии при ударе.

Р е ш е н и е (в системе СГС). По формуле (19) находим общую скорость шаров

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{15 \cdot 60 - 10 \cdot 40}{15 + 10}\ \frac{см}{сек} = 20\ см/сек.$$

Знак минус для скорости второго шара указывает, что его движение направлено в сторону, противоположную первому. Так как ответ получился со знаком плюс, то очевидно, что их общая скорость после столкновения направлена в ту сторону, куда ранее двигался первый шар (его скорость мы считали положительной).

Потерю кинетической энергии при ударе находим по формуле (20):

$$\Delta W = \frac{m_1 m_2}{2(m_1+m_2)}(v_1-v_2)^2 = \frac{15\cdot 10\,(60-40)^2}{2\,(15+10)}\ эрг = 1200\ эрг.$$

Вопросы и задачи для повторения

26. Мячик, падая с некоторой высоты, отскакивает на меньшую высоту, опять ударившись об пол, поднимается еще на меньшую высоту, и т. д. Какие преобразования энергии происходят при этом?

27. Укажите, какие преобразования энергии происходят, когда пуля вылетает из ружья при выстреле и когда пуля встречает на своем пути преграду.

28. Какие преобразования энергии происходят при раздвижении разноименно заряженных пластинок конденсатора?

29. Всегда ли при ударе тел можно использовать закон сохранения импульса и закон сохранения энергии? а закон сохранения кинетической энергии?

30. Тело массой m находится на наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Доказать, что для равномерного движения его вверх или вниз по наклонной плоскости требуется действие силы $F = P\,(f\cos\alpha \pm \sin\alpha)$, где $P = mg$.

31. Если поместить тело на наклонную плоскость и увеличивать угол ее наклона α, то от легкого толчка это тело станет равномерно скользить вниз при угле α_0, тангенс которого равен коэффициенту трения. Доказать.

32. Если сыпать в кучу песок или другой какой-либо сыпучий материал, то он образует откос, идущий под углом, равным углу трения (его называют углом естественного откоса). Как понимать, что для песка он равен 30°?

33. Камень массой 400 *г* бросили со скоростью 20 *м/сек* в горизонтальном направлении с башни, высота которой 50 *м*. Найти потенциальную и кинетическую энергию камня через 2 *сек* после начала его движения.

34. Камень массой 2 *кг* упал с некоторой высоты. Падение продолжалось 1,43 *сек*. Найти кинетическую и потенциальную энергию камня в средней точке пути.

35. Пуля массой 10 *г*, летевшая со скоростью 800 *м/сек*, пробила доску толщиной 5 *см*. Чему равна сила удара, если при этом пуля потеряла 3/4 своей скорости?

36. Человек спускается на санках с горы высотой 30 *м* и длиной склона 300 *м*. После этого он катится по горизонтальной поверхности льда. Масса человека с санками 57 *кг*. Силу трения на всем пути (на горке и горизонтальной части) считать постоянной и равной 22,5 *н*. Найти: а) кинетическую энергию человека с санками у подножия горы; б) расстояние, пройденное санками по горизонтальной части пути до остановки.

37. Какую скорость должен иметь искусственный спутник Земли относительно ее поверхности для того, чтобы он обращался равномерно по круговой орбите на высоте 600 *км* над поверхностью Земли? Каков период обращения такого спутника? Радиус Земли принять равным 6400 *км*.

38. С какой линейной скоростью будет обращаться вокруг Земли по круговой орбите искусственный спутник Земли, если его высота над земной поверхностью равна диаметру Земли? Какая будет при этом угловая скорость спутника?

39. Два неупругих шара — один массой 5 *кг*, другой массой 2 *кг* — движутся в одном и том же направлении. Первый шар имеет скорость 2 *м/сек*, второй — 4 *м/сек*. С какой скоростью они будут двигаться после того, как второй шар, нагнав первый, столкнется с ним?

40. Два неупругих шара, массы которых 8 и 3 *кг*, двигались навстречу друг другу и после удара остановились. Найти скорость шара большей массы до удара, если шар меньшей массы двигался со скоростью 2 *м/сек*.

41. Свинцовый шар массой 5 *кг* движется со скоростью 4 *м/сек* и нагоняет второй свинцовый шар массой 6 *кг*, движущийся в том же направлении со скоростью 2 *м/сек*. Считая удар прямым и неупругим, найти энергию, пошедшую на деформацию шаров при ударе.

42. Два упругих шара, имеющих массы 25 и 40 *кг*, движутся навстречу друг другу — первый со скоростью 3 *м/сек*, второй 5 *м/сек*. Каковы будут их скорости после удара?

43. Автомобиль, масса которого 1 *т*, идет с постоянной скоростью 36 *км/ч*. Какую мощность развивает при этом двигатель автомобиля, если он движется: а) по горизонтальной дороге; б) в гору с уклоном 5 *м* на каждые 100 *м* пути? Коэффициент трения в обоих случаях равен 0,07.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА ВОКРУГ НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ

§ 25. Кинематика вращательного движения

Абсолютно твердым телом называется тело, деформациями которого пренебрегают. Расстояние между двумя точками такого тела сохраняется при его движении неизменным [1].

Вращательным движением твердого тела называется такое движение, при котором все его точки описывают окружности, лежащие в параллельных плоскостях, если центры окружностей находятся на одной прямой, называемой осью вращения.

При вращении абсолютно твердого тела радиусы окружностей, которые описывают его различные точки, за одинаковое время поворачиваются на равные углы. Угол поворота любого радиуса за некоторое время называется *угловым перемещением;* оно измеряется в радианах и обозначается буквой φ.

Различные точки тела при его повороте проходят разные линейные перемещения s. Пусть радиус окружности, описываемой некоторой точкой, равен r, а ее линейное перемещение s. Угловое перемещение в таком случае будет

$$\varphi = s/r, \qquad (24$$

откуда

$$s = \varphi r, \qquad (24а$$

т. е. линейное перемещение некоторой точки равно ее угловому перемещению, умноженному на радиус описываемой окружности.

Равномерным вращением тела называется такое вращательное движение, при котором за любые равные промежутки времени тело проходит одинаковые угловые перемещения.

Угловой скоростью при равномерном вращении называется величина, измеряемая угловым перемещением тела, проходимым им за единицу времени.

Если за некоторый промежуток времени Δt тело повернулось на угол $\Delta\varphi$, то угловая скорость его

$$\omega = \Delta\varphi/\Delta t. \qquad (25$$

[1] В дальнейшем будет рассматриваться вращательное движение только абсолютно твердого тела.

Так как $\Delta\varphi$ измеряется в радианах, Δt — в секундах, единицей угловой скорости будет радиан в секунду (*рад/сек*).

Подставляя в формулу (25) значение φ из (24), имеем

$$\omega = \Delta s / r\,\Delta t,$$

но $\Delta s/\Delta t = v$ — линейная скорость точки, описывающей окружность, радиус которой равен r, т. е.

$$\omega = v/r, \tag{26}$$

откуда

$$v = \omega r. \tag{26а}$$

Линейная скорость некоторой точки при равномерном вращении равна произведению ее угловой скорости на радиус окружности, описываемой этой точкой.

При неравномерном вращении вводится понятие мгновенной угловой скорости, или угловой скорости в данный момент:

$$\omega_{\text{мгн}} = \lim\left[\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right]_{\Delta t \to 0} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

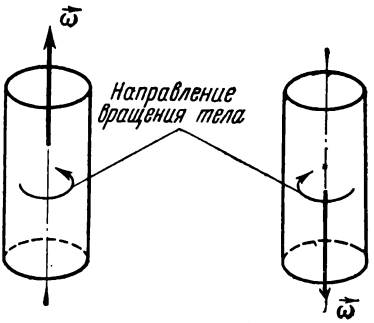


Рис. 18

Угловая скорость является векторной величиной. Вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения. Направление вектора $\vec{\omega}$ можно определить, пользуясь правилом правого буравчика: если направление вращения правого буравчика совпадает с направлением вращения тела, то острый конец буравчика укажет направление вектора $\vec{\omega}$ (рис. 18).

Изменение угловой скорости за единицу времени характеризует угловое ускорение ε. Если в некоторый момент угловая скорость была ω_0, а через время Δt она стала равна ω_t, то среднее угловое ускорение

$$\varepsilon_{\text{ср}} = \frac{\omega_t - \omega_0}{t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \tag{27}$$

Единицей измерения углового ускорения будет радиан в секунду в квадрате (*рад/сек*^{2}).

Мгновенное угловое ускорение, т. е. угловое ускорение в данный момент времени,

$$\varepsilon_{\text{мгн}} = \left[\lim\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right]_{\Delta t \to 0} = \frac{d\omega}{dt}.$$

Угловое ускорение также является векторной величиной. При ускоренном вращении вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ совпадает по направлению с вектором угловой скорости $\vec{\omega}$, при замедленном вращении — противоположен вектору $\vec{\omega}$.

Находим связь среднего углового ускорения тела со средним линейным ускорением некоторой точки его, описывающей окружность радиуса r. Пользуясь формулой (26), выразим ω_t и ω_0 через v_t и v_0, тогда

$$\varepsilon = \frac{v_t - v_0}{r \cdot t}, \qquad (*)$$

но

$$\frac{v_t - v_0}{t} = a,$$

где a — линейное ускорение точки. Поэтому можно записать

$$\varepsilon = a/r, \qquad (28)$$

откуда

$$a = \varepsilon r, \qquad (28а)$$

т. е. линейное ускорение некоторой точки при равнопеременном вращательном движении тела равно произведению его углового ускорения на радиус окружности, описываемой этой точкой.

Выведем уравнения равнопеременного вращательного движения. Из формулы (27) имеем

$$\omega_t = \omega_0 + \varepsilon t. \qquad (29)$$

Угловой путь за время t численно равен произведению средней угловой скорости $\omega_{ср}$ на время вращения:

$$\varphi = \omega_{ср} t = \left(\frac{\omega_t + \omega_0}{2}\right) t = \left(\frac{\omega_0 + \omega_0 + \varepsilon t}{2}\right) t,$$

т. е.

$$\varphi = \omega_0 t + \varepsilon t^2/2. \qquad (30)$$

Если $\varepsilon > 0$, вращательное движение носит название *равноускоренного*, при $\varepsilon < 0$ — *равнозамедленного*.

Исключая t из формул (29) и (30), получим

$$\omega_t^2 - \omega_0^2 = 2\varphi\varepsilon. \qquad (31)$$

Формулы (29), (30), (31) аналогичны формулам (2), (3), (4) для равнопеременного прямолинейного движения.

§ 26. Кинетическая энергия вращающегося тела. Момент инерции

Пусть некоторое тело B (рис. 19) вращается около неподвижной оси, проходящей через точку O и направленной перпендикулярно плоскости чертежа. Разобьем все тело на отдельные весьма малые части, массы которых обозначены m_1, m_2, m_3, ..., m_n. Их линейные скорости v_1, v_2, v_3, ..., v_n, а расстояния от оси вращения до соответству-

ющих частиц r_1, r_2, r_3, ..., r_n. Полная кинетическая энергия тела будет равна

$$W=\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}+\frac{m_3v_3^2}{2}+\ldots+\frac{m_nv_n^2}{2}.$$

Если, пользуясь формулой (26а), выразить линейную скорость каждой точки через угловую, получим

$$W=\frac{m_1\omega^2r_1^2}{2}+\frac{m_2\omega^2r_2^2}{2}+\ldots+\frac{m_n\omega^2r_n^2}{2},$$

т. е.

$$W=\frac{\omega^2}{2}(m_1r_1^2+m_2r_2^2+\ldots+m_nr_n^2).$$

Величина, равная *сумме произведений масс отдельных частиц тела на квадраты их расстояний до оси вращения, носит название момента инерции тела относительно этой оси.* Момент инерции обозначается буквой J, тогда последняя формула запишется в виде

$$W=\frac{J\omega^2}{2}. \qquad (32)$$

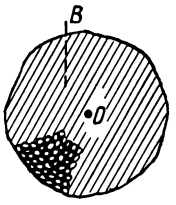


Рис. 19

Кинетическая энергия вращающегося тела относительно неподвижной оси равна половине произведения его момента инерции относительно этой оси на квадрат угловой скорости. Формула (32) аналогична формуле кинетической энергии поступательного движения. *Момент инерции тела аналогичен массе тела и характеризует инертность тела при вращательном движении.* Роль линейной скорости играет угловая скорость.

Найдем момент инерции однородного полого цилиндра или обруча относительно его геометрической оси, считая, что вся его масса сосредоточена на ободе. Разобьем его на отдельные части и по формуле

$$m_1r_1^2+m_2r_2^2+\ldots+m_nr_n^2=J$$

найдем момент инерции. Так как все частицы расположены на одинаковом расстоянии от оси, равном радиусу r цилиндра, то r^2 можно вынести за скобку, тогда

$$J=r^2(m_1+m_2+\ldots+m_n).$$

Но сумма масс всех частиц цилиндра равна его массе m. Следовательно,

$$J=mr^2.$$

Значительно труднее найти момент инерции других тел, частицы которых находятся на разных расстояниях от оси вращения. Математика с помощью интегрального исчисления позволяет вычислить

моменты инерции различных тел определенной геометрической формы. Приводим некоторые из них.

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции J
Сплошной однородный цилиндр (или диск) радиуса r	совпадает с осью симметрии	$\frac{1}{2}mr^2$
Сплошной однородный шар радиуса r	проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mr^2$
Прямой тонкий стержень из однородного материала длиной l	перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$

Моменты инерции тел, приведенные в таблице, даны относительно осей, проходящих через центры инерции (центры масс) соответствующих тел. Чтобы найти момент инерции тела относительно произвольной оси, надо к моменту инерции J_0 относительно оси, проходящей через центр инерции на расстоянии a от произвольной оси и параллельной заданному направлению, на основании теоремы Штейнера прибавить произведение массы m тела на квадрат расстояния a:

$$J = J_0 + ma^2. \tag{32a}$$

Предлагается читателю доказать самостоятельно при помощи теоремы Штейнера, что момент инерции прямого однородного стержня относительно перпендикулярной ему оси, проходящей через его конец, равен $\frac{1}{3}ml^2$ (l — длина стержня).

Полная кинетическая энергия катящегося тела, например цилиндра, складывается из энергий его поступательного и вращательного движений:

$$W = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \tag{33}$$

где ω — угловая скорость цилиндра, вращающегося вокруг своей геометрической оси; v — линейная скорость поступательного перемещения самой оси.

§ 27. Скорость тела, скатившегося с наклонной плоскости

Если тело находилось на наклонной плоскости на высоте h от ее основания и стало с о с к а л ь з ы в а т ь с нее без трения, то при этом потенциальная энергия тела уменьшается на величину mgh, переходя в кинетическую энергию $mv^2/2$, т. е.

$$\frac{mv^2}{2} = mgh,$$

откуда

$$v = \sqrt{2gh}. \tag{34}$$

Если при отсутствии трения тело с к а т ы в а е т с я с наклонной плоскости, то его кинетическая энергия у основания наклонной

плоскости определится согласно формуле (33) и будет равна потенциальной энергии mgh, которой оно обладало на высоте h.

Рассмотрим частный случай, когда с наклонной плоскости без трения скатывается полый цилиндр. Его момент инерции $J = mr^2$. Вместо угловой скорости ω в выражение (33) надо поставить ее значение из формулы (26), тогда

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{mr^2 \cdot v^2/r^2}{2} = mv^2,$$

откуда

$$v = \sqrt{gh},$$

или

$$v = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 2gh}. \qquad (34а)$$

При скатывании сплошного однородного цилиндра, для которого $J = \frac{mr^2}{2}$, имеем

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{(mr^2/2) \cdot (v^2/r^2)}{2} = \frac{3}{4} mv^2,$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot 2gh}. \qquad (34б)$$

Аналогично при скатывании сплошного однородного шара получим

$$v = \sqrt{\frac{5}{7} \cdot 2gh}. \qquad (34в)$$

§ 28. Основное уравнение динамики вращательного движения

Вокруг неподвижной оси O (рис. 20) может вращаться вал K. Пусть к точке на поверхности вала приложена постоянная касательная сила F. Если за время Δt точка приложения этой силы перемещается на расстояние ΔS, то работа силы F будет равна $\Delta A = F\Delta S$. При отсутствии сопротивлений работа ΔA равна изменению кинетической энергии вала, так как вал под действием постоянной силы приходит в равноускоренное вращательное движение:

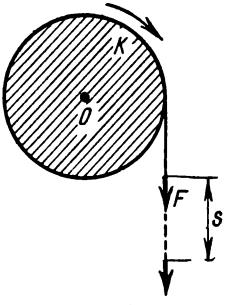


Рис. 20

$$\Delta W = \frac{J\omega_t^2}{2} - \frac{J\omega_0^2}{2},$$

где ω_0 и ω_t — угловые скорости вала соответственно до начала действия силы F через время Δt.

Расстояние ΔS, пройденное точкой приложения силы, согласно формуле (24а) равно перемещению точек обода вала, т. е. $r\Delta\varphi$.

Угловое перемещение $\Delta\varphi$ равно произведению средней угловой скорости $(\omega_0 + \omega_t)/2$ на время движения Δt. Так как $\Delta A = \Delta W$, или $F\Delta S = \Delta W$, то

$$F\frac{(\omega_0+\omega_t)}{2} r\,\Delta t = \frac{J}{2}(\omega_t^2 - \omega_0^2).$$

Сокращая обе части равенства на $(\omega_0 + \omega_t)/2$, имеем

$$Fr\,\Delta t = J(\omega_t - \omega_0).$$

Произведение Fr есть величина, называемая моментом M силы F относительно оси вращения O. Поэтому запишем

$$M\,\Delta t = J(\omega_t - \omega_0), \qquad (*)$$

или

$$M = \frac{\omega_t - \omega_0}{\Delta t} J,$$

но так как отношение $(\omega_t - \omega_0)/\Delta t$ есть угловое ускорение ε, то

$$M = J\varepsilon,$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{M}{J}, \qquad (35)$$

т. е. *угловое ускорение прямо пропорционально моменту силы и обратно пропорционально моменту инерции тела.*

Полученная формула носит название *основного уравнения динамики вращательного движения.* Она выражает второй закон Ньютона для вращательного движения и аналогична формуле (6а) для поступательного движения тела. Роль силы при вращательном движении играет момент силы, роль массы, как мы уже отмечали раньше, — момент инерции тела. Момент силы $\vec{M}$ является векторной величиной, направленной вдоль оси вращения. Из уравнения (35) видно, что направление вектора $\vec{M}$ совпадает с направлением вектора углового ускорения $\vec{\varepsilon}$.

В случае, если на тело не действуют внешние силы, то $M = 0$ и $\varepsilon = 0$, т. е. *угловая скорость вращающегося тела при отсутствии действия на него внешних сил сохраняется неизменной.*

§ 29. Закон сохранения момента количества движения

При вращательном движении тела каждая его частица с массой m_i описывает окружность радиуса r_i, имея при этом линейную скорость $v_i = \omega r_i$, где ω — угловая скорость вращения, одинаковая для всех точек тела.

Как известно, величина $\vec{mv}$ есть количество движения. Величина $\vec{l} = \vec{mv} \cdot \vec{r}$ *называется моментом количества движения материальной точки с массой* m.

Момент количества движения вращающегося тела $\vec{L}$ равен сумме моментов количеств движения отдельных его частиц:

$$\vec{L}=\sum_i m_i\vec{v}_i\vec{r}_i=\sum_i m_i\vec{\omega}\vec{r}_i\cdot r_i=\vec{\omega}\sum m_i r_i^2=\vec{\omega}J.$$

Итак, момент количества движения вращающегося тела равен

$$\vec{L}=J\vec{\omega}. \tag{36}$$

Основное уравнение динамики вращательного движения (35) было получено при условии, что момент инерции тела J = const, т. е. распределение массы по телу при вращении его не изменяется. В общем случае это уравнение должно быть записано в виде

$$\frac{d}{dt}(J\vec{\omega})=\vec{M}.$$

Если на вращающееся тело не действуют внешние силы или их результирующий момент равен нулю, то момент количества движения тела относительно оси вращения есть величина постоянная. Действительно, при $\vec{M}=0$ имеем

$$\frac{d}{dt}(J\vec{\omega})=0,$$

откуда

$$\vec{L}=J\vec{\omega}=\text{const}. \tag{37}$$

Это есть *закон сохранения момента количества движения вращающегося тела.*

Итак, если у вращающегося тела вследствие внутренних причин происходит, например, увеличение момента инерции, это приводит к уменьшению угловой скорости, и наоборот. Таким образом, из закона сохранения момента количества движения

$$J_0\omega_0=J_t\omega_t,$$

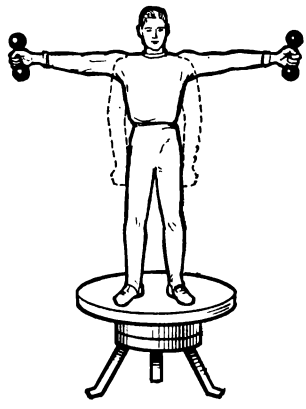


Рис. 21

где J_0 и ω_0 — момент инерции и угловая скорость в начальный момент времени, а J_t и ω_t — соответственно момент инерции и угловая скорость в момент времени t.

Закон сохранения момента количества движения успешно иллюстрируется на приборе, предложенном выдающимся русским ученым Н. Е. Жуковским (1847—1921) и получившим название *скамьи Жуковского.* Легкая платформа в форме диска может вращаться с малым трением вокруг вертикальной оси. Человек встает на платформу и вытягивает руки (рис. 21). Его приводят во вращательное движение. При опускании рук вниз уменьшается его момент инерции ($J_t < J_0$), а следовательно, возрастает угловая скорость ($\omega_t > \omega_0$), так как произведение $J\omega$ = const. Если человек держит в вытянутых руках массивные гири, то при опускании рук происходит более значительное изменение момента инерции и возрастание угловой скорости еще более заметно.

Сделанное заключение для одного тела может быть распространено и на систему тел. *Сумма моментов импульсов всех тел изолированной системы сохраняется неизменной,* т. е.

$$\sum J\omega = \text{const}. \qquad (37a)$$

Рис. 22

Пусть человек, неподвижно стоящий на скамье Жуковского, держит над головой велосипедное колесо (рис. 22). Так как платформа, человек и колесо не вращаются, то сумма моментов импульсов всех тел этой системы равна нулю, т. е. $\Sigma J\omega = 0$. Если человек приведет во вращение колесо, сообщив ему некоторую угловую скорость ω_1, то сам он вместе с платформой придет во вращение в противоположную сторону с угловой скоростью ω_2. Эту угловую скорость легко вычислить, так как $\Sigma J\omega$ должна остаться равной нулю до тех пор, пока система изолирована от действия внешних сил. Велосипедное колесо, приведенное человеком во вращение, приобрело некоторый момент импульса $J_1\omega_1$, где J_1 — момент инерции колеса относительно оси вращения (ось вращения колеса в опыте совпадает с осью вращения платформы). Очевидно, человек и платформа должны приобрести равный момент импульса, но противоположный по знаку. Обозначим момент инерции человека вместе с платформой относительно оси вращения через J_2, а полученную ими угловую скорость — через ω_2, тогда

$$J_2\omega_2 + J_1\omega_1 = 0,$$

или

$$J_2\omega_2 = -J_1\omega_1,$$

откуда угловая скорость человека и платформы равна

$$\omega_2 = -\omega_1 J_1/J_2.$$

Проведем весьма важные аналогии между величинами, характеризующими поступательное и вращательное движения, используя материал § 25—29:

Поступательное движение	*Вращательное движение*
Линейный путь s	Угловой путь φ
Линейная скорость v	Угловая скорость ω
Линейное ускорение a	Угловое ускорение ε
Масса тела m	Момент инерции J
Импульс (количество движения) mv	Момент импульса (момент количества движения) mvr (для точки)
	$L = J\omega$ (для тела)
Сила F	Момент силы M
Импульс силы Ft	Импульс момента силы Mt

§ 30. Примеры решения задач

1. Сплошной однородный вал делает 60 *об/мин*. Через сколько секунд он станет вращаться со скоростью 480 *об/мин*, если на него действует постоянная касательная сила 20 *кГ*? Масса вала 300 *кг*, радиус вала 20 *см*.

Решение. Из основного уравнения динамики вращательного движения находим

$$t = J(\omega_t - \omega_0)/M.$$

Так как момент инерции вала $J = mr^2/2$ и $M = Fr$, то получим

$$t = \frac{mr(\omega_t - \omega_0)}{2F}.$$

Будем решать задачу в СИ: $F = 20\ кГ \approx 200\ н$; $m = 300\ кг$; $r = 20\ см = 0{,}2\ м$; $\omega_0 = 60\ об/мин = 1\ об/сек = 2\pi\ рад/сек$; $\omega_t = 480\ об/мин = 8\ об/сек = 16\pi\ рад/сек$. Производим вычисления:

$$t \approx \frac{300 \cdot 0{,}2\,(16\pi - 2\pi)}{2 \cdot 200}\ сек \approx 2{,}1\pi\ сек \approx 6{,}6\ сек.$$

2. Платформа в виде сплошного однородного диска вращается по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси. На краю платформы стоит человек, масса которого в 4 раза меньше массы платформы. Как и во сколько раз изменится скорость вращения платформы, если человек перейдет ближе к центру на расстояние, равное 0,5 радиуса?

Решение. При вращении платформы по инерции сумма моментов количества движения платформы и стоящего на ней человека сохраняется неизменной. Обозначим массу платформы через m, а ее радиус — через r. Масса человека, по условию задачи, $m/4$. Угловую скорость при положении человека на краю платформы обозначим через ω_1.

Момент количества движения платформы и человека сначала был равен

$$J_1\omega_1 = \left(\frac{mr^2}{2} + \frac{m}{4}r^2\right)\omega_1.$$

После перемещения человека ближе к центру его момент инерции уменьшился и стал равным

$$\frac{m}{4}\left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{mr^2}{16}.$$

Момент инерции платформы остался прежним, т. е. $mr^2/2$. Общий момент количества движения стал

$$J_2\omega_2 = \left(\frac{mr^2}{2} + \frac{mr^2}{16}\right)\omega_2,$$

где ω_2 — угловая скорость после перемещения человека.

Так как момент инерции системы при этом уменьшился, то угловая скорость возросла, т. е. $\omega_2 > \omega_1$.

На основании закона сохранения момента количества движения запишем

$$\left(\frac{mr^2}{2} + \frac{mr^2}{4}\right)\omega_1 = \left(\frac{mr^2}{2} + \frac{mr^2}{16}\right)\omega_2,$$

или

$$\frac{3}{4}mr^2\omega_1 = \frac{9}{16}mr^2\omega_2,$$

т. е.

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{3 \cdot 16}{4 \cdot 9} = \frac{4}{3};\quad \omega_2 = \frac{4}{3}\omega_1.$$

Следовательно, угловая скорость после перемещения человека возросла в 4/3 раза.

Вопросы и задачи для повторения

44. Во сколько раз момент инерции полого цилиндра относительно его геометрической оси больше момента инерции сплошного однородного шара относительно оси, проходящей через его центр, если масса шара в 2 раза больше массы цилиндра?

45. Какую часть от общей кинетической энергии скатывающегося с наклонной плоскости сплошного однородного цилиндра составляет энергия его вращательного движения?

46. Сделать тот же вывод для скатывающегося сплошного однородного шара.

47. Почему цирковой артист, делающий сальто-мортале при прыжке через голову, поджимает к туловищу руки и ноги?

48. Минутная стрелка часов на Спасской башне Кремля в Москве имеет длину 3,5 *м*. На сколько сантиметров передвигается ее конец за 1 *мин*?

49. Минутная стрелка часов в три раза длиннее секундной. Найти отношение между линейными скоростями концов стрелок.

50. Зная массу Земли ($\sim 6 \cdot 10^{24}$ *кг*) и ее средний радиус (~ 6400 *км*), вычислить ее момент инерции относительно оси вращения.

51. Используя данные предыдущей задачи, определить кинетическую энергию вращательного движения Земли вокруг своей оси.

52. Воспользовавшись данными предыдущих задач, определить момент количества движения Земли при ее суточном вращении вокруг своей оси.

53. Шар диаметром 6 *см* катится без скольжения по горизонтальной плоскости, делая 300 *об/мин*. Масса шара 0,25 *кг*. Найти полную кинетическую энергию шара.

54. На какую высоту вверх по наклонной плоскости вкатится диск, который у основания наклонной плоскости имеет скорость поступательного движения 2 *м/сек*? Трением пренебречь.

55. Какую касательную силу торможения надо приложить к ободу махового колеса, имеющего вид диска радиусом 50 *см* и вращающегося с угловой скоростью 35 $сек^{-1}$, чтобы его остановить через 10 *сек* после начала торможения? Масса колеса 980 *кг*.

56. Сплошной однородный диск массой 10 *кг* и радиусом 20 *см* вращается, делая 10 *об/сек*. Через 4 *сек* после начала торможения диск остановился. Найти тормозящий момент.

57. Якорь мотора делает 240 *об/мин*. Определить вращающий момент, если мощность мотора равна 1 *квт*.

58. На горизонтальную ось насажен шкив радиусом 8 *см*. На шкив намотан шнур, к которому подвесили гирю массой 1 *кг*. Опускаясь равноускоренно, гиря прошла путь 1,6 *м* за 2 *сек*. Определить момент инерции шкива.

59. Платформа в виде круглого диска радиусом 1 *м* вращается по инерции, делая 1 *об/сек*. На краю платформы стоит человек, масса которого 70 *кг*. Сколько оборотов в секунду будет делать платформа, если человек перейдет к ее центру? Момент инерции платформы равен 130 $кг \cdot м^2$. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

§ 31. Силы вязкости. Формула Ньютона

Поставим на диск центробежной машины цилиндрический сосуд с водой так, чтобы его ось совпадала с осью вращения диска. На поверхность воды положим мелкие бумажки или кусочки пробки и начнем медленно вращать цилиндр. Вода не сразу придет во вращение вместе с цилиндром, что будет видно по перемещению бумажек или кусочков пробки; сначала начнут двигаться слои воды, соприкасающиеся со стенками цилиндра, затем следующие слои и только через некоторое время вся вода придет во вращение.

Можно сделать вывод, что между смежными слоями воды при ее движении возникают силы, направленные по касательной к поверхности соприкасающихся слоев. Эти силы носят название *сил внутреннего трения, или вязкости.*

При течении жидкости по трубе ее слои в случае смачивания прилипают к стенкам трубы и остаются неподвижными, вследствие этого стенки трубы оказываются выстланными как бы чехлом из прилипшей к ней жидкости. Следующие близкие к стенке слои движутся со все возрастающими скоростями. Очевидно, между слоями текущей жидкости также возникают силы вязкости.

Вопрос о внутреннем трении впервые был изучен Ньютоном. Он установил, что сила трения между слоями жидкости, движущимися с разными скоростями, зависит от площади соприкосновения слоев и от быстроты, с которой скорость меняется при переходе от одного слоя к другому. Эта последняя величина характеризуется *градиентом скорости.* Для прямолинейного движения жидкости он равен пределу отношения разности скоростей течения (Δv) двух близких слоев к кратчайшему расстоянию между ними (Δr):

$$N = \lim \left[\frac{\Delta v}{\Delta r}\right]_{\Delta r \to 0} = \frac{dv}{dr}. \tag{38}$$

Градиент скорости будет равен единице в том случае, если при расстоянии между слоями жидкости, равном 1 *м*, разность скоростей течения составляет 1 *м/сек.*

Следовательно, его размерность $\frac{м/сек}{м} = сек^{-1}$.

Градиенты разных физических величин встречаются довольно часто. В учении об электричестве приходится иметь дело с градиентом потенциала, выражающим быстроту изменения потенциала вдоль проводника. Он измеряется отношением разности потенциалов двух точек проводника к длине проводника между ними. В теплоте встречается градиент температуры, характеризующий быстроту изменения температуры внутри стенки или вдоль стержня и имеющий размерность *град·м*$^{-1}$ и т. д.

Ньютон установил, что сила вязкости при прямолинейном движении жидкости выражается формулой

$$F = \mu S N, \tag{39}$$

где S — площадь соприкосновения слоев; N — градиент скорости. Коэффициент μ зависит от рода жидкости, ее температуры и давления, он носит название *коэффициента вязкости.*

Отметим, что силы вязкости возникают также и при движении газов, причем формула (39) справедлива и для них.

О вязкости газов подробнее будем говорить в дальнейшем, теперь же укажем, что при движении газа по трубе различные слои его перемещаются с неодинаковыми скоростями. Молекулы газа вследствие своего теплового движения, попадая из более быстро движущегося слоя в более медленный, переносят туда большее количество движения и своим присутствием ускоряют его. Наоборот, молекулы газа, попадаю-

щие из более медленно движущегося слоя в более быстрый, переносят меньшее количество движения, вызывая его торможение. Необходимо помнить, что *силы вязкости являются тангенциальными силами*, т. е. имеют направление вдоль поверхности соприкасающихся слоев жидкости или газа.

Пользуясь формулой Ньютона, можно дать определение коэффициенту вязкости:

$$\mu = \frac{F}{S \cdot N}.$$

Он численно равен силе вязкости, которая возникает при площади соприкосновения слоев и градиенте скорости, равных соответствующим единицам.

Единицей вязкости в СИ является ньютон на метр в квадрате-секунда в минус первой степени ($н/м^2 \cdot сек^{-1}$) или ньютон-секунда на метр в квадрате ($н \cdot сек/м^2$). *Это вязкость такой жидкости, у которой при площади соприкосновения слоев в* 1 $м^2$ *и градиенте скорости* 1 $сек^{-1}$ *возникает сила вязкости, равная* 1 *н*.

Единицей коэффициента вязкости в системе СГС является *пуаз* (*пз*), названный так в честь французского ученого Пуазейля (1799—1869).

Коэффициент вязкости равен 1 *пз* в том случае, если при площади соприкосновения слоев текущей жидкости или газа в 1 $см^2$ и градиенте скорости 1 $сек^{-1}$ возникает сила вязкости, равная 1 *дин*:

$$1\ пз = \frac{1\ дин}{1\ см^2 \cdot 1\ сек^{-1}} = \frac{1\ дин \cdot 1\ сек}{1\ см^2}.$$

Приводим соотношение между единицами вязкости СГС и СИ:

$$1\ \frac{н \cdot сек}{м^2} = \frac{10^5\ дин \cdot сек}{10^4\ см^2} = 10\ \frac{дин \cdot сек}{см^2} = 10\ пз.$$

Величина μ часто называется *коэффициентом абсолютной вязкости*, а величина, равная частному от его деления на соответствующую плотность ρ жидкости или газа, именуется *коэффициентом кинематической вязкости* (ν):

$$\nu = \mu/\rho. \qquad (40$$

Единица коэффициента кинематической вязкости в системе СГС носит название *стокса* (*ст*):

$$1\ ст = \frac{1\ пз}{1\ г/см^3} = 1\ см^2/сек.$$

Стокс — это коэффициент кинематической вязкости такой жидкости, у которой коэффициент абсолютной вязкости равен 1 *пз*, а плотность равна 1 $г/см^3$.

Величина, обратная μ, т. е. $1/\mu$, носит название *коэффициента текучести.*

Вязкость является важной характеристикой жидкостей и газов. Например, при выборе смазочного масла для той или иной машины указываются те пределы, в которых должен находиться коэффициент вязкости.

Коэффициент вязкости зависит от температуры. С повышением температуры жидкости он быстро падает. Так, например, глицерин и касторовое масло при температуре около 0 °С являются очень вязкими жидкостями, а при нагревании их текучесть быстро возрастает.

Приводим данные для коэффициентов вязкости воды и глицерина при различных температурах.

Вода		Глицерин	
$t°$, С	$\mu \cdot 10^{-2}$, *пз*	$t°$, С	μ, *пз*
0	1,797	0	121,00
15	1,140	20	14,80
20	1,004	30	6,00
50	0,551	50	1,80
80	0,357	100	0,13
100	0,284	200	0,0022

Советский физик академик П. Л. Капица открыл «сверхтекучесть» гелия. Он установил, что при температуре —271 °С вязкость жидкого гелия становится равной нулю. Объяснение этого явления дали академики Л. Д. Ландау и Н. Н. Боголюбов.

§ 32. Идеальная жидкость. Стационарное течение. Трубка тока

Как видно из таблицы, коэффициент вязкости воды относительно мал, небольшое значение этого коэффициента также имеют и некоторые другие жидкости и все газы (для воздуха, например, $\mu \approx 1{,}72 \cdot 10^{-4}$ *пз* при 0° С). Вследствие этого в ряде случаев можно пренебрегать силами вязкости. Такая *жидкость, лишенная вязкости, называется идеальной.* Хотя в природе идеальных жидкостей и не существует, но весьма целесообразно сначала вывести законы течения идеальной жидкости, а далее вносить поправки, учитывая наличие вязкости.

Течение, при котором все характеризующие его величины, т. е. скорость движения, плотность жидкости или газа и температура, в данной точке потока сохраняются без изменения, называется *установившимся*, или *стационарным.* Конечно, в различных точках потока все эти величины могут иметь разные значения, но в каждой отдельной точке при стационарном течении они остаются постоянными. При несоблюдении этого условия течение именуется *неустановившимся.*

В потоке жидкости или газа можно провести линии, направление которых для каждой его точки совпадает с направлением скорости течения. Такие линии называются *линиями тока*. Их можно наблюдать, если впустить в поток воды тонкую струю какой-нибудь окрашенной жидкости или в поток воздуха струю дыма. При установившемся движении линии тока не изменяются с течением времени.

Часть потока жидкости или газа, ограниченного со всех сторон линиями тока, носит название трубки тока. Если рассматривать трубку тока достаточно малого сечения, то при стационарном течении можно полагать, что скорость течения во всех точках ее поперечного сечения одинакова.

При стационарном течении масса жидкости, протекающая за единицу времени через любое поперечное сечение трубки тока, есть величина постоянная [1]:

$$Q = \rho v S = \text{const}, \tag{41}$$

где ρ — плотность жидкости; v — скорость ее течения; S — поперечное сечение трубки тока, т. е.

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2,$$

причем индексами 1 и 2 обозначены соответствующие величины в первом и втором сечениях.

Полагая, что плотность жидкости в различных сечениях одна и та же (жидкости мало сжимаемы [2]), имеем

$$v_1 S_1 = v_2 S_2,$$

или

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}. \tag{42}$$

Скорости течения жидкости вдоль трубки тока обратно пропорциональны площадям ее поперечного сечения.

Это заключение будет справедливо и при установившемся течении жидкости по широкой трубе, у которой сечение достаточно плавно меняется. Вместо v_1 и v_2 в этом случае надо брать средние скорости течения в соответствующих сечениях.

§ 33. Давление в движущихся жидкостях и газах

Вопрос о давлении в текущей жидкости был впервые изучен Даниилом Бернулли (1700—1782), работавшим ряд лет в России. Труды Бернулли продолжил другой выдающийся ученый Эйлер (1707—1783), также свыше 30 лет живший в России.

---

[1] В гидротехнике широко используется термин «расход воды». Под расходом воды подразумевается объем ее, протекающий за единицу времени через поперечное сечение потока. Он измеряется в *м*^{3}*/сек*, *м*^{3}*/ч*, *км*^{3}*/год*.

[2] Известно, например, что с увеличением давления на 1 *атм* (в пределах от 1 до 500 *атм*) объем воды уменьшается на $48 \cdot 10^{-6}$ долей первоначального объема.

Пусть жидкость, текущая по трубе, переходит из широкой ее части в более узкую (рис. 23, *а*). Из формулы (42) видно, что скорость движения при этом возрастает. Это может произойти только вследствие того, что сила давления F_1 на каждую частицу потока жидкости со стороны широкой части трубы (где жидкость течет медленнее) больше, чем со стороны узкой (где течение быстрее).

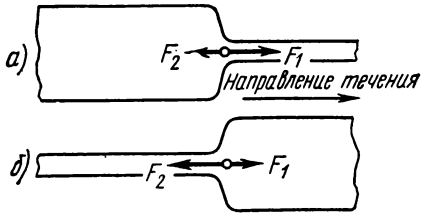


Рис. 23

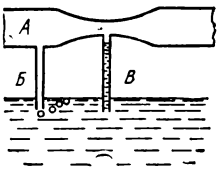


Рис. 24

При переходе жидкости из узкой части трубы в более широкий участок движение ее замедляется (рис. 23, *б*). Очевидно, сила давления F_1 со стороны узкой части (течение более быстрое) меньше, чем со стороны широкой (жидкость течет медленнее).

При достаточном сужении трубы давление может значительно уменьшиться и сделаться меньше атмосферного. По трубе A, имеющей узкий участок (рис. 24), продувается воздух. От трубы идут две капиллярные трубки $Б$ и $В$, погруженные в сосуд с водой. В трубке $В$, идущей от узкой части трубы, вода поднимается, а из трубки $Б$, идущей от широкой части, воздух выходит пузырьками.

§ 34. Уравнение Д. Бернулли

Приводим математический вывод уравнения Даниила Бернулли для трубки тока, т. е. для струи жидкости с малым сечением, при котором скорости течения для отдельных точек этого сечения можно считать одинаковыми.

Двумя сечениями A и B, проведенными перпендикулярно оси трубки тока (рис. 25), выделим некоторый объем струи жидкости. Через какое-то время сечение A займет положение A_1, а сечение B — положение B_1, т. е. объем AB перейдет в положение A_1B_1.

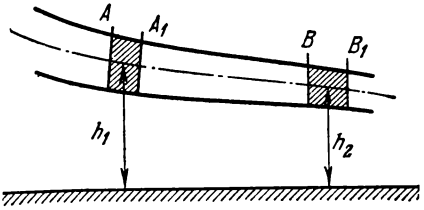


Рис. 25

Подсчитаем работу внешних сил, произведенную при перемещении выделенного столбика жидкости. Она складывается из двух слагаемых: 1) работы силы тяжести и 2) работы сил давления.

Хотя за некоторое время передвинулся весь столбик жидкости AB в положение A_1B_1, но при подсчете работы силы тяжести можно

полагать, что только заштрихованный объем AA_1 перешел в положение BB_1. Работа силы тяжести равна произведению веса этого объема на изменение его высоты над условным горизонтом:

$$mg(h_1 - h_2).$$

Работа сил давления при перемещении сечения A в положение A_1, т. е. на расстояние AA_1, равное l_1, составляет

$$p_1 S_1 l_1,$$

где p_1 — давление в сечении A; S_1 — площадь этого сечения. Из этой работы надо вычесть работу против сил давления в сечении B, т. е.

$$p_2 S_2 l_2,$$

где p_2 — давление в сечении B; S_2 — площадь этого сечения, l_2 — расстояние BB_1.

Сумма работ внешних сил в отсутствие трения при установившемся течении несжимаемой жидкости равна приращению кинетической энергии, т. е.

$$mg(h_1 - h_2) + p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

где v_1 и v_2 — скорости течения соответственно в сечениях A и B.

Но произведения $S_1 l_1$ и $S_2 l_2$ выражают объем V жидкости, заштрихованный на рисунке. Следовательно,

$$mg(h_1 - h_2) + (p_1 - p_2)V = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Заменяя массу m жидкости произведением плотности ρ на объем V и сокращая на V, получаем

$$\rho g(h_1 - h_2) + (p_1 - p_2) = \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2},$$

или

$$\rho g h_1 + p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = \rho g h_2 + p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Разделив обе части равенства на ρg, будем иметь

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}. \qquad (43)$$

Это выражение (43) и представляет собой *уравнение Бернулли.*

Легко показать, что все члены в нем имеют размерность длины. *Формула (43) выражает равенство трех длин, трех высот, или, как часто говорят, трех напоров.*

Слагаемое h — это *геодезическая высота*, или *геодезический напор*, представляющий собой действительную высоту данного сечения трубки тока над горизонтом.

Слагаемое $p/(\rho g)$ — высота давления или соответствующий давлению напор, т. е. высота такого столба жидкости, который своим весом производит давление, равное давлению p в данном сечении трубки тока. Высота этого столба измеряется при помощи манометрической трубки a (рис. 26).

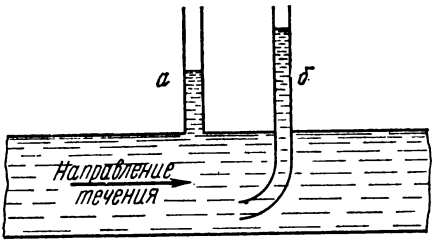


Рис. 26

Пример. Пусть в трубе течет вода под давлением 2 *атм*. Чему равна высота давления?

Чтобы уравновесить давление в 1 *атм*, требуется столб воды высотой 10,33 *м*. Очевидно, давление в 2 *атм* уравновешивается давлением столба высотой в 10,33 *м* × 2 = 20,66 *м*. Это и будет высота давления для данного сечения трубки тока.

Если течет ртуть под давлением 1,5 *атм*, то высота давления будет измеряться высотой ее столба 76 *см* × 1,5 = 114 *см*.

Слагаемое $\frac{v^2}{2g}$ носит название *скоростной высоты*, или *скоростного напора*. Это такая высота, на которую поднимается в вакууме частица жидкости, начавшая двигаться вертикально вверх со скоростью v.

Пусть, например, жидкость течет со скоростью 6 *м/сек*. Чему равен скоростной напор? Тело, брошенное отвесно вверх с начальной скоростью $v_0 = 6$ *м/сек*, поднимается в случае отсутствия сопротивления на высоту

$$\frac{v_0^2}{2g} \approx \frac{6^2}{2 \cdot 9{,}8} \text{ м} \approx 1{,}8 \text{ м}.$$

Следовательно, скоростной напор для данного сечения трубки тока будет равен 1,8 *м*.

Уравнение Бернулли, строго говоря, применимо для отдельных трубок тока. Кроме того, при его выводе мы пренебрегали силами вязкости, т. е. предполагали, что имеет место течение идеальной жидкости.

Как мы уже отмечали в § 31, при течении жидкости по широкой трубе, стенки которой она смачивает, слой жидкости, прилегающий к стенке, остается неподвижным, движение следующих слоев делается все быстрей и быстрей, и, наконец, устанавливается какая-то постоянная скорость для последующих слоев. Пограничный слой, прилегающий к стенкам трубы, для жидкостей с небольшой вязкостью очень тонок и им для трубы большого сечения можно пренебречь, т. е. можно рассматривать весь поток как одну трубку тока и применять уравнение Бернулли ко всему потоку.

Для измерения суммы скоростной высоты и высоты давления пользуются трубкой Пито (трубка *б* на рис. 26). Следовательно, скоростной напор может быть найден как разность высот поднятия жидкости в трубке Пито и манометрической трубке (см. рис. 22) [1].

[1] В трубке Пито жидкость поднимается вверх по двум причинам: под действием статического давления p и вследствие наличия скорости движения. По высоте поднявшегося столба жидкости в манометрической трубке можно судить только о статическом давлении.

В случае тонких трубок, по которым течет жидкость, надо считать, что пограничный слой заполняет весь объем текущей жидкости, и если при этом происходит движение жидкости, обладающей большой вязкостью, то учет сил вязкости становится совершенно необходимым.

Уравнение Бернулли (43) читается так: *при установившемся течении несжимаемой жидкости без трения сумма трех высот — геодезической, давления и скоростной — для любого сечения потока есть величина постоянная.* Все эти высоты легко определяются опытным путем.

Для горизонтальной трубы ($h_1 = h_2$) уравнение (43) принимает вид

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

После сокращения на g и умножения на ρ обеих частей равенства получим формулу

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}. \qquad (44)$$

Слагаемые p_1 и p_2 выражают *статические давления* в двух сечениях потока, члены $\rho v_1^2/2$ и $\rho v_2^2/2$ имеют также размерность давления и именуются *динамическим давлением*, т. е. давлением, вызванным наличием скорости течения.

Формулу (44) можно выразить следующими словами: *сумма статического и динамического давлений в текущей жидкости при отсутствии трения в горизонтальной трубе есть величина постоянная.*

§ 35. Формула Пуазейля

Ранее мы отмечали, что при течении жидкости с небольшим коэффициентом вязкости по широкой смачиваемой ею трубе силы вязкости проявляются лишь в весьма узко пограничном слое, прилегающем к стенке трубы. В этом случае скорость течения возрастает от нуля до некоторого определенного значения, одинакового для всего остального сечения.

К движению же жидкости по весьма узкой (капиллярной) трубке эти рассуждения неприемлемы, так как пограничный слой заполняет все сечение трубки, скорость течения возрастает от нуля (у стенок) до максимального значения у оси трубы, изменяясь по параболическому закону. Французский ученый Пуазейль вывел формулу для объема V жидкости, вытекающей при постоянном давлении p из капиллярной трубки радиусом r за время t:

$$V = \frac{\pi p r^4 t}{8 \mu l}, \qquad (45)$$

где l — длина капиллярной трубки; μ — коэффициент вязкости жидкости.

Пользуясь этой формулой, легко вычислить коэффициент вязкости испытуемой жидкости.

§ 36. Ламинарное и турбулентное течения

Различают два режима течения жидкостей и газов: *ламинарное* и *турбулентное*[1]. Ламинарное течение — это такое движение, при котором отдельные струи потока движутся, не смешиваясь механически и не испытывая поперечных перемещений. При турбулентном течении струйчатый характер движения жидкости нарушается, происходит поперечное перемешивание частиц, вследствие чего даже в прямой трубе частицы движутся не по прямым линиям, а по сложным кривым траекториям.

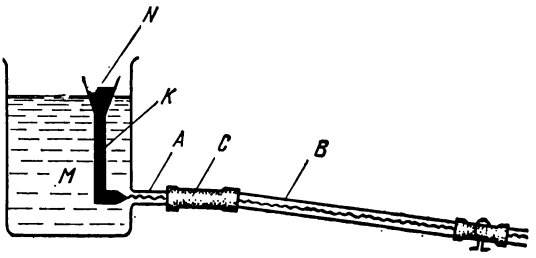


Рис. 27

Различие между ламинарным и турбулентным движениями удобно наблюдать на следующем опыте. В сосуд M с водой (рис. 27) через его боковое отверстие A при помощи резиновой трубки C вставляется длинная стеклянная трубка B, конец которой оканчивается резиновым участком с зажимом. Против середины отверстия в стенке сосуда помещается конец узкой трубочки K, идущей от воронки N, в которую налита подкрашенная вода. Если приоткрыть конец трубки B, слегка раздвигая зажим, вода начнет вытекать из трубки с небольшой скоростью. Одновременно открывают кран воронки N. Вдоль трубки B тянется тонкая струйка краски, имеющая вид нити (рис. 28, *а*). Она не смешивается со смежными струями воды; лишь в конце трубки B замечается некоторая размытость, что является результатом теплового движения как молекул краски, так и молекул воды. При раздвижении полностью зажима на конце трубки B или увеличении ее наклона возрастает скорость течения воды в ней. При некоторой скорости, именуемой *критической*, характер течения резко меняется; струйчатое течение прекращается, возникают вихревые движения и вода в трубке оказывается окрашенной вследствие перемешивания краски с водой (рис. 28, *б*).

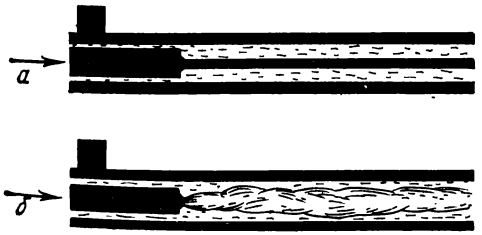


Рис. 28

[1] От латинских слов lamina — пластина и turbulentus — неспокойный.

Очень простой и наглядной является демонстрация расположения линий тока в воздушном потоке при помощи нитяного зонда. При помощи воздуходувного устройства создается горизонтально направленный поток воздуха. К жесткой проволоке прикрепляется тонкая шерстяная

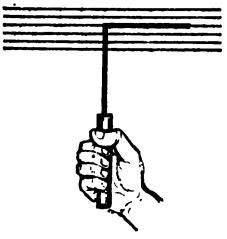


Рис. 29

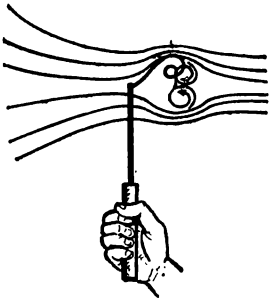


Рис. 30

нить. Зонд вводится в различные места воздушной струи. При ламинарном характере потока нить выпрямляется и располагается прямолинейно по линии тока (рис. 29). При турбулентном режиме потока нить будет принимать криволинейное очертание (рис. 30).

§ 37. Тела в потоке жидкости или воздуха

Все хорошо знают на основании жизненного опыта, что тело, движущееся в жидкости, испытывает со стороны ее сопротивление. Достаточно вспомнить, например, что человеку, плывшему в лодке, приходится прикладывать к веслу значительную силу, преодолевая сопротивление воды.

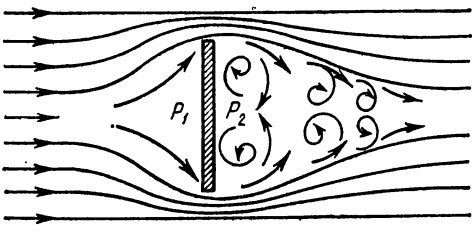


Рис. 31

Совершенно так же испытывает сопротивление и тело, движущееся в воздухе, причем чем быстрее движется тело, тем заметнее сопротивление воздуха. В основном это происходит вследствие того, что на переднюю сторону движущегося тела встречная жидкость или встречный воздух создает избыточное давление p_1, как бы набегая на тело, сзади же тела вследствие образования вихрей возникает пониженное давление p_2 (рис. 31). Разность давлений $(p_1 - p_2)$ на переднюю и заднюю поверхность тела и выражает сопротивление движению.

Кроме того, движущееся в жидкости тело увлекает вместе с собой окружающую жидкость; между движущимися с различными скоростями слоями жидкости возникают силы внутреннего трения. Их наличие также является одной из причин существования сопротивления дви-

жению. При относительно больших скоростях движения основную роль играет разность давлений на переднюю и заднюю поверхности тела, при малых скоростях преобладающее значение имеют силы вязкости.

Неподвижное тело в потоке жидкости или воздуха испытывает такое же действие со стороны встречного потока, как и движущееся тело в неподвижной жидкой или газообразной среде, так как безразлично, движется ли тело, а неподвижна жидкость или, наоборот, движется жидкость, а тело неподвижно, важно лишь, какова величина их относительных скоростей.

Однако следует иметь в виду, что это заключение справедливо только для случая, когда тело находится далеко от стенок, ограничивающих жидкость. При перемещении тела в достаточно узкой трубе картина меняется, так как влияние стенок существенно различно для случая движения тела и для случая движения жидкости.

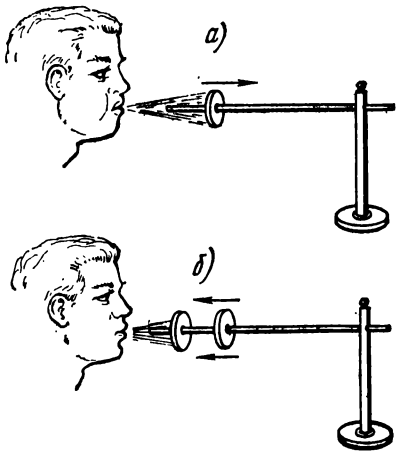


Рис. 32

Убедиться в том, что встречный поток жидкости или воздуха оказывает на переднюю поверхность тела избыточное давление, а на заднюю — пониженное, можно хотя бы на таком опыте: надевают на спицу легкий кружок, который может свободно передвигаться по ней. Если подуть на него слева (рис. 32, *а*), то кружок начнет перемещаться вправо вследствие возникающей разности давлений. Если же перед кружком поставить второй неподвижно закрепленный кружок и дуть на этот последний, то подвижный кружок начнет перемещаться налево (рис. 32, *б*). Это доказывает, что сзади неподвижного кружка создалось пониженное давление.

Малое сопротивление тел обтекаемой формы является результатом того, что сзади таких тел почти не образуется вихрей.

Вполне естественно, что для уменьшения сил сопротивления движению, которые при больших скоростях могут достичь очень больших значений, быстродвижущимся телам (автомобили, мотоциклы, быстроходные суда, снаряды и т. д.) стараются придать обтекаемую форму.

Ньютон предложил формулу для вычисления силы сопротивления среды движущемуся в ней телу:

$$F = C\frac{\rho}{2}v^2S, \qquad (46)$$

где C — коэффициент, носящий название *коэффициента лобового сопротивления* тела данной формы (является безразмерной величиной); ρ — плотность среды; v — относительная скорость тела и жидкости; S — площадь наибольшего поперечного сечения тела в направлении, перпендикулярном направлению движения (оно носит название *миделево сечение*).

Приводим значения коэффициента C для тел различной формы.

Круглый диск небольшой толщины, плоскость которого перпендикулярна направлению потока	1
Шар	0,48
Полусфера, движущаяся вперед своей вогнутой стороной	1,43
Обтекаемое тело	0,05

Пример. Мяч диаметром 20 *см* летит со скоростью 10 *м/сек*. Вычислить силу сопротивления воздуха при движении мяча.

В формулу Ньютона надо подставить: $C = 0{,}48$; $\rho = 1{,}3$ *кг/м*^{3}; $v = 10$ *м/сек*; площадь сечения шара

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \approx \frac{3{,}14 \cdot 20^2}{4}\ см^2 \approx 314\ см^2 \approx 0{,}031\ м^2.$$

Производим вычисления:

$$F = 0{,}48 \cdot \frac{1{,}3}{2} \cdot 10^2 \cdot 0{,}031\ н \approx 0{,}97\ н.$$

Если бы с такой же скоростью и таким же миделевым сечением двигалось тело обтекаемой формы, то сила сопротивления была меньше приблизительно в 10 раз, так как C для тела обтекаемой формы почти в 10 раз меньше, чем для шара.

Падающее в воздухе тело под действием силы тяжести приходит в ускоренное движение. Однако по мере возрастания скорости падения увеличивается (пропорционально квадрату скорости падения) сила сопротивления воздуха.

Начиная с того момента, когда сила сопротивления воздуха сделается равной силе тяжести, движение будет происходить только по инерции, т. е. равномерно.

Таким образом, для каждого свободно падающего тела можно установить ту предельную скорость падения, которую оно приобретает независимо от высоты, с которой падает (если только эта высота достаточно велика, чтобы тело смогло достичь указанной выше предельной скорости).

Так, например, свинцовые пули шарообразной формы массой 10 *г* свободно упавшие с большой высоты, могут приобрести скорость падения порядка 50 *м/сек*. Человек, прыгающий с парашютом (диаметр купола 7 *м*; масса их порядка 100 *кг*), приобретает предельную скорость падения около 6 *м/сек*.

Чем меньше масса тела и чем больше его поверхность, тем, конечно, сильнее сказывается на нем сопротивление воздуха. Так, например, мелкие капли воды диаметром 0,1 *мм*, из которых состоят облака и туманы, падают с предельной скоростью всего лишь в 1,3 *см/сек*, тогда как наиболее крупные дождевые капли диаметром в 0,45 *см* приобретают скорость до 8 *м/сек*.

§ 38. Число Рейнольдса

Как показывают исследования, формула Ньютона применима только в некотором интервале значения скоростей. В том случае, когда скорость движения тела относительно мала (например, в воздухе меньше 1 *м/сек*), основную роль играют силы вязкости и лобовое сопротивление ока-

зывается пропорциональным не квадрату, а первой степени скорости движения (см. § 36). При больших скоростях (в воздухе, например, при скоростях движения, бо́льших скорости звука) лобовое сопротивление делается уже пропорциональным кубу скорости v.

Установлено, что коэффициент лобового сопротивления C (его иногда именуют гидро- или аэродинамическим коэффициентом) зависит от значения величины $\rho lv/\mu$, где l является характеристикой линейных размеров тела. Эта величина носит название *числа Рейнольдса* и обозначается Re:

$$\mathrm{Re}=\rho lv/\mu, \tag{47}$$

т. е.

$$C=f(\mathrm{Re}).$$

Обе величины C и Re являются безразмерными.

Для трубы круглого сечения число Рейнольдса равно

$$\mathrm{Re}=\rho Dv/\mu, \tag{47а}$$

где D — диаметр трубы.

В § 36 мы отмечали, что при некоторой *критической* скорости ламинарное течение переходит в турбулентное. Оказывается, что решающим фактором, определяющим режим течения, также является число Рейнольдса.

То значение числа Рейнольдса, которое получается при скорости течения, равной критической, т. е. при такой наименьшей скорости, когда ламинарное течение переходит в турбулентное, равно

$$\mathrm{Re}=\rho Dv_{\text{кр}}/\mu$$

и называется *критическим*. Для трубы круглого сечения $\mathrm{Re}_{\text{кр}} \approx 2300$.

В курсе гидравлики отмечается, что при $\mathrm{Re} < 2000$ обеспечен ламинарный режим. При $\mathrm{Re} = 2000 \div 2600$ может иметь место как ламинарное, так и турбулентное течение, причем при $\mathrm{Re} = 2000 \div 2300$ более вероятен ламинарный режим, а при $\mathrm{Re} = 2300 \div 2600$, наоборот, турбулентный. При $\mathrm{Re} > 2600$ имеет место турбулентное течение.

Критическое значение числа Рейнольдса зависит от условий входа жидкости в трубу и обстоятельств движения (температура и другие факторы).

При течении воды в открытом русле или трубопроводе некруглого сечения в формулу (47 а) вместо диаметра трубы вводится так называемый *гидравлический радиус*, т. е. отношение площади поперечного сечения потока к смачиваемому им периметру.

§ 39. Примеры решения задач

1. По горизонтальной трубе A протекает вода. На какую высоту поднимается вода через боковую трубку K, впаянную в узкую часть трубы A диаметром 2 *см* и опущенную в сосуд с водой (рис. 33), если в широкой части трубы A диаметром 6 *см* скорость воды 30 *см/сек* при давлении 1 *ат*?

Решение. Выразим данные в СИ: $v_1 = 30$ *см/сек* $= 0{,}3$ *м/сек*; $p = 1$ *ат* $= 10^5$ *н/м*^{2}; $\rho = 10^3$ *кг/м*^{3}; $d_1 = 0{,}06$ *м*; $d_2 = 0{,}02$ *м*. Из формулы (42) имеем

$$v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2}, \text{ но } \frac{S_1}{S_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{6^2}{2^2} = 9,$$

следовательно,

$$v_2 = 0{,}3 \cdot 9 \text{ м/сек} = 2{,}7 \text{ м/сек}.$$

Из уравнения Бернулли (44) получаем

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = \frac{10^3}{2}(2{,}7^2 - 0{,}3^2) \text{н/м}^2 \approx 3{,}6 \cdot 10^3 \text{ н/м}^2 =$$

$$= \frac{3{,}6 \cdot 10^3 \text{ ат}}{10^5} = 3{,}6 \cdot 10^{-2} \text{ ат}.$$

Так как давление в 1 *ат* уравновешивается давлением столба воды высотой 10 *м*, то давление $3{,}6 \cdot 10^{-2}$ *ат* соответствует $10 \cdot 3{,}6 \cdot 10^{-2}$ *м* = 0,36 *м* водяного столба. Итак, вода поднимается в трубке *K* на высоту около 36 *см*.

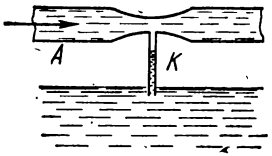


Рис. 33

2. Какую наибольшую скорость может приобрести свободно падающий в воздухе свинцовый шарик массой 10 *г*?

Решение. Из формулы (46)

$$F = C\frac{\rho}{2}v^2 S$$

находим скорость падения, при которой сила сопротивления сделается равной силе тяжести *P* шарика:

$$v = \sqrt{\frac{2P}{C\rho S}}. \qquad (*)$$

Прежде всего определяем радиус шарика из формулы

$$P = \rho_1 g \frac{4}{3}\pi r^3,$$

где ρ_1 — плотность свинца. Так как

$$F = P = mg = 9{,}81 \cdot 10^{-2} \text{ н}, \quad \rho_1 = 11{,}4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad g = 9{,}81 \text{ м/сек}^2,$$

то

$$r = \sqrt[3]{\frac{3P}{4\pi\rho_1 g}} \approx \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 9{,}81 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 11{,}4 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81}} \text{ м} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0{,}6 \text{ см}.$$

Находим миделевое сечение:

$$S = \pi r^2 \approx 3{,}14 \cdot (0{,}6)^2 \text{ см}^2 \approx 1{,}13 \text{ см}^2 = 1{,}13 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Подставляя в расчетную формулу (*) вместо величин их численные значения и зная плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ *кг/м*^{3}, получаем

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 10^{-2}}{0{,}48 \cdot 1{,}13 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}3}} \frac{\text{м}}{\text{сек}} \approx 55 \text{ м/сек}.$$

Вопросы и задачи для повторения

60. Где скорость течения воды в реке больше — на перекате (узкое и мелкое место) или на плесе (широкое и достаточно глубокое место)?

61. Объясните, почему бумажный конус *A* (рис. 34) втягивается в воронку, а не выталкивается из нее при продувании через нее воздуха.

62. Скатившийся с наклонной плоскости легкий бумажный цилиндр не движется по параболе *AB* (рис. 35), а падает по линии *AC*. Объясните причину.

Указание. Надо использовать правую часть рисунка, сопоставить скорости движения встречного воздуха справа и слева от падающего цилиндра и применить уравнение Бернулли.

63. Нефть течет по трубе со скоростью 4 *м/сек* под давлением 1,5 *ат*. Определить пьезометрическую и скоростную высоты.

64. Пьезометрическая высота текущей нефти для некоторого сечения трубопровода равна 16 *м*, а скоростная высота 1,2 *м*. Определить давление и скорость течения нефти в этом сечении.

65. В широкой части горизонтальной трубы вода течет со скоростью 8 *см/сек* при давлении 1,5 *ат*. Какова скорость течения воды в узкой части трубы, в которой давление равно 1,4 *ат*?

66. В широком сечении наклонной трубы, находящемся на высоте 8 *м* от горизонта, вода течет со скоростью 0,2 *м/сек* и находится под давлением 1,2 *ат*. Каково давление

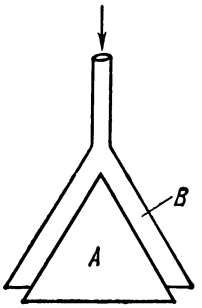


Рис. 34

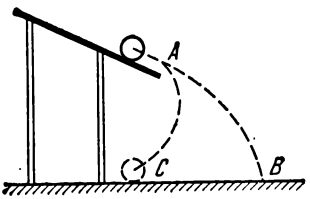


Рис. 35

в узком сечении трубы, если оно находится на высоте 0,5 *м* от горизонта и имеет площадь в 10 раз меньше, чем в широкой части?

67. Подсчитать силу сопротивления потока воздуха, в котором со скоростью 36 *км/ч* движется обтекаемое тело с миделевым сечением 8 $м^2$. Какова была бы сила сопротивления, если бы это тело двигалось с такой же скоростью в воде?

68. Стальной шарик диаметром 1 *мм*, падая в масле с постоянной скоростью, за 6 *сек* проходит 30 *см*. Найти коэффициент вязкости масла.

69. Определяя вязкость жидкости по методу Стокса, установили, что шарик, приобретая постоянную скорость, прошел расстояние в 24 *см* за 10 *сек*. Плотность жидкости 0,92 $г/см^3$. плотность шарика 1,22 $г/см^3$, а его радиус 2 *мм*. Каковы абсолютная и кинематическая вязкости жидкости?

70. Вычислить критическую скорость для движения нефти по трубе диаметром 5 *см* Вязкость нефти равна 0,28 *пз*, плотность 0,76 $г/см^3$.

71. Вычислить число Рейнольдса для смазочного масла, текущего со скоростью 1 *м/сек* по трубе круглого сечения радиусом 4 *см*. Плотность масла 0,9 $г/см^3$, вязкость 0,4 *пз*. Можно ли режим течения масла считать ламинарным?

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

ВВЕДЕНИЕ

§ 40. Краткие исторические сведения

Две с половиной тысячи лет назад в древней Греции возникло учение о том, что тела состоят из отдельных частиц — *атомов*. При этом слову «атом» (в переводе на русский язык оно значит «неделимый» [1]) придавалось то значение, которое мы даем ныне слову «молекула».

Только в 1658 г. появилось сочинение французского ученого Гассенди (1592—1655), который установил более современную терминологию, впервые введя слово «молекула» (произведя его от латинского «moles» — масса). «Молекулы сложены из атомов, как слова из букв», — писал он в своей книге.

Среди ряда ученых, которые в дальнейшем развивали учение о молекулярном строении вещества, следует особо отметить Ломоносова (1711—1765), который отвергал господствовавшее в те времена учение о теплороде — некой невесомой жидкости, присутствие которой якобы определяет тепловое состояние тел, а правильно утверждал, что «теплота состоит во внутреннем движении материи».

Окончательный отказ от учения о теплороде и переход к кинетической теории связан с развитием учения об энергии, с установлением эквивалентной зависимости между теплотой и работой.

Появление закона сохранения энергии дало толчок к дальнейшему развитию молекулярно-кинетической теории. В 1856 г. была напечатана книга Крепига «Основы теории газов», а в 1857 г. появилось сочинение Клаузиуса (1822—1888), в котором он решил ряд важнейших вопросов кинетической теории газов и дал вывод основного уравнения этой теории. При выводе этого уравнения Клаузиус исходил из предположения, что все молекулы газа при данной температуре движутся с одинаковыми скоростями. Максвелл в 1860 г. публикует свою классическую работу «Пояснение к динамической теории газов», где он, впервые используя статистический метод, подробно раскрывает вопрос о скоростях движения молекул газа.

В 1827 г. английский натуралист Броун сделал важное открытие, явившееся убедительным подтверждением молекулярно-кинетической теории. Броун заметил, что мельчайшие пылинки, находящиеся в жидкости во взвешенном состоянии, т. е. не опускающиеся ко дну и не всплывающие на поверхность, всегда находятся в беспорядочном движении. Он указал, что это движение не вызывается микроорганизмами и оно тем более заметно, чем мельче взвешенные частицы.

Впоследствии это движение получило название броуновского движения. Долгое время большинство физиков считало, что оно аналогично движению

---

[1] Хотя термин «атом» сохранился до наших дней, однако буквальный смысл этого слова утратил свое значение. Мы знаем, что атом имеет сложное строение и не является «неделимым».

пылинок в воздухе вследствие конвекционных токов, происходящих из-за незначительных колебаний температур в различных местах.

В 1863 г. Винер объяснил это явление как результат движения молекул.

Характер движения молекул газов, жидкостей и твердых тел существенно отличается. Силы взаимодействия молекул имеют электрическое происхождение и чрезвычайно быстро убывают с увеличением расстояния между ними, т. е. проявляются только при сближении молекул. В разреженном газе расстояния между молекулами столь относительно велики по сравнению с их размерами, а столкновения так редки, что можно пренебречь силами взаимодействия молекул и полагать, что от одного столкновения до другого молекулы газа движутся по инерции равномерно и прямолинейно. При этом вследствие беспорядочного характера движения молекул вероятность его в любом направлении одинакова. В жидкостях и твердых телах молекулы находятся на расстояниях такого же порядка, как и поперечники молекул. Поэтому силы взаимодействия между ними играют решающую роль и характер движения молекул является значительно более сложным.

§ 41. Идеализм в физике

Борьба за атомистические представления всегда означала борьбу за материалистическое мировоззрение против идеализма. Сама постановка вопроса о строении материи уже означает признание того, что окружающий нас мир существует реально, а наше сознание отражает его. Поэтому успехи атомизма, достигнутые в связи с развитием кинетической теории газов и молекулярной физики вообще, вызвали яростное сопротивление со стороны физиков-идеалистов.

Борьбу против атомизма в начале XX в. возглавил физик-идеалист Э. Мах. С точки зрения Маха, физики имеют дело не с реально существующими материальными объектами, строение и внутреннее движение которых они изучают, а только со своими ощущениями. Все физические понятия возникают, с точки зрения Маха, не в процессе отражения нашим сознанием объективно существующего мира, а лишь как удобные приемы, связывающие наши ощущения. Атомистические представления — это лишь один из таких приемов. От этих приемов нужно отказаться, заменив их более ««экономными», а также более совершенным математическим описанием. По Маху, физика, достигнув «зрелого возраста», должна отбросить прочь наивные атомистические представления, как отбрасывает костыли тот, кто научился ходить сам.

Другое идеалистическое течение в физике, также направленное против атомизма, возглавлял В. Оствальд. Отрицая существование атомов [1], Оствальд подменял понятие материи понятием энергии и предлагал свести истолкование всех физических процессов к их формальному энергетическому описанию.

Эти идеалистические взгляды встретили резкое возражение со стороны наиболее прогрессивных физиков: Столетова (1839—1896), Умова (1849—1915) и особенно со стороны основоположника статистической физики Л. Больцмана (1844—1906). Уничтожающую критику

[1] Следует отметить, что в конце своей жизни под давлением новых открытий Оствальд был вынужден признать существование атомов и отказался от своих прежних взглядов.

всех идеалистических течений в физике дал В. И. Ленин в своей работе «Материализм и эмпириокритицизм». Раскрывая реакционную сущность махизма, Ленин указывал, что возможность формулировать законы природы в точной математической форме только подтверждает основное положение диалектического материализма о познаваемости окружающего нас мира и вовсе не снимает вопроса о строении материи. Получение математических уравнений, отражающих законы движущейся материи, не исключает их физического истолкования на основе атомистических представлений, не завершает процесса познания, а лишь поднимает его на более высокий уровень, стимулирует его дальнейшее развитие.

Идеалистическая сущность энергетики Оствальда, как показал В. И. Ленин, заключается в попытке «мыслить движение без материи». Все рассуждения Оствальда основаны, как указывал В. И. Ленин, на неопределенном употреблении слова «энергия» и носят путаный характер.

Эта работа В. И. Ленина имеет всемирно-историческое значение, она указывает физикам, что переход на истолкование физических явлений с позиции диалектического материализма — вот путь преодоления серьезного кризиса в развитии физики.

ГЛАВА ПЯТАЯ

ОПЫТНЫЕ ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ

§ 42. Изопроцессы идеального газа

Состояние некоторой массы газа характеризуется такими физическими величинами, как объем (V), давление (p) и температура (t), которые являются основными термодинамическими параметрами.

Объем газа всегда совпадает с объемом сосуда, в котором он находится.

Давление есть физическая величина, численно равная силе, действующей на единицу площади поверхности по нормали к ней:

$$p = dF_n/dS.$$

Если давление постоянно везде на поверхности S, то

$$p = F_n/S.$$

Температура обычно определяется как степень нагретости тела. Но такое определение не вскрывает полностью содержания этого понятия. Конкретно физический смысл температуры будет раскрываться постепенно при изучении молекулярно-кинетической теории газов и законов термодинамики.

В СИ объем измеряется в кубических метрах ($м^3$), а давление — в ньютонах на квадратный метр ($н/м^2$), температура — в градусах (*град*). В технике часто объем измеряется в литрах (*л*), а давление — в атмосферах (*атм*) или в миллиметрах ртутного столба (*мм рт. ст.*).

Соотношение между указанными величинами:

$$1\ л = 10^{-3}\ м^3;$$

$$1\ атм = 760\ мм\ рт.\ ст. = 1{,}013 \cdot 10^5\ н/м^2.$$

Чтобы характеризовать газовые состояния, надо установить связь между его тремя основными параметрами: V, p и t. Изменения состояния газа, при которых один из трех параметров сохраняется постоянным, а два остальных изменяются, носят общее название изопроцессов.

1. Изотермический процесс — процесс, когда изменение состояния газа происходит при постоянной температуре ($t = \text{const}$).

Такой процесс описывается законом Бойля и Мариотта, установленным на основании экспериментов: *при изотермическом процессе произведение давления на объем для данной массы газа* ($m = \text{const}$) *есть величина постоянная, т. е.*

$$pV = \text{const}. \qquad (48)$$

Графически эта зависимость изображается равнобокой гиперболой и носит название *изотермы* (рис. 36). Для одной и той же массы разные изотермы соответствуют различным температурам.

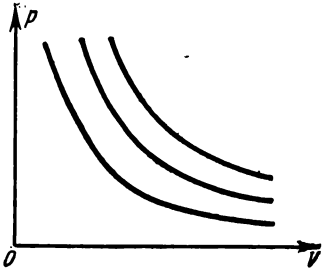


Рис. 36

2. Изобарический процесс — процесс, когда изменение состояния газа происходит при постоянном давлении ($p = \text{const}$).

Обозначим объем некоторой массы газа при 0°С через V_0. При изобарическом нагревании его на $t°$ объем возрастет и сделается равным V_t. Такой процесс описывается законом Гей-Люссака, который также был установлен опытным путем: *при изобарическом процессе относительное увеличение объема данной массы газа* ($m = \text{const}$) $\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_t - V_0}{V_0}$ *прямо пропорционально увеличению температуры,* т. е. при $p = \text{const}$

$$\frac{V_t - V_0}{V_0} = \alpha t, \qquad (49)$$

где α — коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициентом объемного расширения.*

Коэффициент α численно равен относительному увеличению объема газа (по отношению к объему, взятому при 0°С) при нагревании его на 1 *град.* Как показали опыты, коэффициент для всех газов одинаков и равен $1/273$ *град*$^{-1}$.

Следовательно,

$$\frac{V_t - V_0}{V_0} = \frac{1}{273} t,$$

или

$$V_t = V_0\left(1 + \frac{1}{273} t\right). \qquad (49а)$$

График зависимости объема газа V от температуры t является прямой линией (рис. 37).

3. Изохорический процесс — процесс, когда изменение состояния газа происходит при постоянном объеме ($V = \text{const}$).

Если давление некоторой массы газа при 0°С будет p_0, то при изохорическом нагревании его на $t°$ давление возрастет и сделается равным p_t. Такой процесс описывается опытным законом Шарля: *при изохорическом процессе относительное увеличение давления данной массы газа* ($m = \text{const}$) $\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{p_t - p_0}{p_0}$ *прямо пропорционально увеличению температуры,* т. е. при $V = \text{const}$

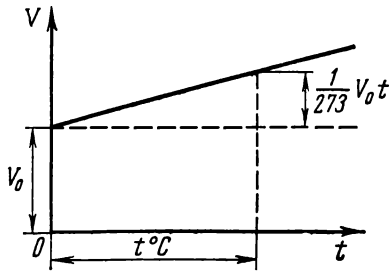


Рис. 37

$$\frac{p_t - p_0}{p_0} = \gamma t, \qquad (50)$$

где γ — коэффициент пропорциональности, называемый *температурным коэффициентом давления* и численно равный относительному увеличению давления газа (по отношению к давлению, взятому при 0°С) при нагревании его на 1 *град*. Эксперименты показали, что этот коэффициент для всех газов одинаков и также равен 1/273 *град*$^{-1}$.

Следовательно,

$$\frac{p_t - p_0}{p_0 t} = \frac{1}{273},$$

или

$$p_t = p_0\left(1 + \frac{1}{273} t\right). \qquad (50а)$$

График зависимости давления газа p от температуры t изображен в виде прямой линии на рис. 38. Из рисунка видно, что если продолжить эту прямую в область отрицательных температур (по Цельсию) до пересечения ее с осью X (точка O_1), то получим

$$p_t = p_0\left(1 + \frac{1}{273} t\right) = 0,$$

откуда

$$t = -273\ °\text{C}.$$

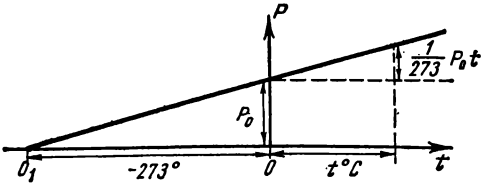


Рис. 38

Как мы увидим дальше, физически давление газа на стенки сосуда является следствием ударов его молекул о стенки, т. е. связано с поступательным движением молекул. Приведенный выше результат означает, что при $t = -273$ °С прекращается поступательное движение молекул. Поэтому температура —273 °С носит название абсолютного нуля температуры.

Температура, отсчитанная от абсолютного нуля, именуется абсолютной температурой (температурой по Кельвину) и обозначается буквой T.

Так как точка плавления льда при нормальном атмосферном давлении оказалась равной 273,15 °К, а по шкале Цельсия она принята за 0°, то абсолютная температура T связана с температурой t (по шкале Цельсия) следующим соотношением:

$$T = 273{,}15° + t.$$

Для приближенных подсчетов можно считать, что $T = t + 273$.

Преобразуем выражение, характеризующее изобарический процесс, заменяя температуру, отсчитанную по шкале Цельсия, абсолютной температурой:

$$V_t = V_0\left(1 + \frac{1}{273}t\right) = V_0\left(\frac{273+t}{273}\right) = V_0\frac{T}{273}.$$

Обозначим объем газа при температуре T_1 через V_1, а при температуре T_2 — через V_2. На основании сделанного нами преобразования можно написать:

$$V_1 = V_0\frac{T_1}{273}; \quad V_2 = V_0\frac{T_2}{273}.$$

Поделив почленно эти равенства, получим

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}. \tag{51}$$

При изобарическом процессе объем некоторой массы газа прямо пропорционален его абсолютной температуре. Эта формулировка *закона Гей-Люссака* для изобарического процесса является наиболее удобной.

Аналогично можно прийти к выводу, что *при изохорическом процессе давление некоторой массы газа прямо пропорционально его абсолютной температуре.* Так чаще всего формулируется закон Шарля:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}. \tag{52}$$

Рассмотренные нами законы для изопроцессов не являются вполне точными. Например, чем больше давление газа, тем заметнее имеет место его отклонение от закона Бойля—Мариотта. Так, если при 0° С и давлении в 1 *атм* воздух занимал объем в 1 *л*, т. е. произведение $pV = 1$ *л·атм*, то при той же температуре и давлении 500 *атм* произведение pV оказывается равным 1,34 *л·атм*, а при давлении 1000 *атм* становится равным 1,99 *л·атм*, т. е. почти вдвое больше того значения, которое должно быть по закону Бойля—Мариотта.

Точно так же и коэффициенты α и γ для различных газов не вполне одинаковы и несколько изменяются в зависимости от того, для какого температурного интервала они определялись.

Газ, который вполне точно подчинялся бы законам Бойля—Мариотта и Гей-Люссака, носит название идеального газа. Чем под меньшим давлением находится газ, тем он по своим свойствам ближе к идеальному газу.

§ 43. Уравнение состояния газа

В рассмотренных нами изопроцессах один из параметров V, p или T состояния газа сохранялся постоянным. Однако чаще всего имеют место случаи, когда изменяются все три параметра.

Обозначим параметры, соответствующие первоначальному состоянию газа, через V_1, p_1, T_1, а новому состоянию газа — через V_2, p_2, T_2.

Переход от первого состояния газа ко второму осуществим последовательно. Сначала, не изменяя температуры T_1, изменим давление p_1 на p_2. Занятый при этом объем газа обозначим V. По закону Бойля—Мариотта,

$$p_1V_1=p_2V,$$

откуда

$$V=\frac{p_1V_1}{p_2}. \qquad (*)$$

Затем, сохранив неизменным давление p_2, изменим температуру газа от T_1 до T_2, что вызовет изменение объема газа от значения V до V_2. По закону Гей-Люссака,

$$\frac{V_2}{V}=\frac{T_2}{T_1},$$

откуда

$$V=\frac{V_2T_1}{T_2}. \qquad (**)$$

Так как левые части в формулах (*) и (**) равны, то можно приравнять и их правые части, т. е.

$$\frac{p_1V_1}{p_2}=\frac{V_2T_1}{T_2},$$

откуда

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}, \qquad (53)$$

т. е. *произведение давления газа на объем, деленное на абсолютную температуру, есть для данной массы газа величина постоянная:*

$$\frac{pV}{T}=B. \qquad (54)$$

При изменении давления и температуры соответственно изменяется и объем газа, выражение же pV/T сохраняется прежним, равным некоторой величине B, именуемой *газовой постоянной.* Е е з н а ч е н и е з а в и с и т т о л ь к о о т м а с с ы и р о д а г а з а.

Из формулы (54) следует, что

$$pV=BT. \qquad (54а)$$

Это выражение носит название *уравнения состояния газа,* или *формулы Клапейрона.*

§ 44. Универсальная газовая постоянная

Известно, что 1 *кмоль* любого газа при одинаковых температуре t и давлении p занимает одинаковый объем. Например, при $t_0 = 0°$ С (273 °К) и $p_0 = 1$ *атм* объем 1 *кмоля* любого газа равен $V_0 = 22{,}41 \cdot 10^3$ *л*. Отсюда следует, что величина коэффициента пропорциональности в уравнении состояния (54а) для любого газа, взятого в количестве 1 *кмоля*, должна быть одинаковой и независимой от природы газа. В этом случае газовая постоянная для 1 *кмоля* газов называется *универсальной газовой постоянной*. Обозначают ее R. Тогда уравнение состояния запишется так:

$$pV_0 = RT, \tag{55}$$

где V_0 — объем 1 *кмоля* газа.

Последнее выражение именуется формулой Клапейрона—Менделеева, так как уравнение состояния вещества впервые дал в 1843 г. французский инженер Клапейрон, а преобразовал его для 1 *кмоля* газа Менделеев.

Найдем численное значение универсальной газовой постоянной R в СИ. Из уравнения (55)

$$R = pV_0/T.$$

Величина R одинакова для любого состояния 1 *кмоля* газа, но удобнее рассчитать ее для нормальных условий, т. е. при $T = 273$ °К (0 °С) и давлении $p = 1$ *атм* $= 1{,}013 \cdot 10^5$ *н/м*^{2}, при которых $V = 22{,}4 \cdot 10^3$ *л* $= 22{,}4$ *м*^{3}. Тогда

$$R = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \text{ н/м}^3 \cdot 22{,}4 \text{ м}^3/\text{кмоль}}{273 \text{ град}} = 8{,}31 \cdot 10^3 \text{ дж/(кмоль} \cdot \text{град)}.$$

В несистемных единицах $R = 0{,}082$ *л* $\cdot$ *атм*/(*моль* $\cdot$ *град*).

Уравнение Клапейрона—Менделеева (55) легко обобщить для любой массы газа m. Если 1 *кмоль* некоторого газа занимает объем V_0, то 1 *кг* этого газа при тех же условиях будет занимать объем V_0/μ, где μ — молярная масса. Газ массы m займет объем $V = \frac{V_0}{\mu} m$, где m/μ — число киломолей газа.

Умножив обе части уравнения (55) на число киломолей m/μ, получим

$$\frac{m}{\mu} V_0 p = \frac{m}{\mu} RT.$$

Но $\frac{m}{\mu} V_0 = V$ и поэтому

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \tag{56}$$

Это есть *обобщенное уравнение Клапейрона—Менделеева для любой массы газа.*

§ 45. Энергетическое значение универсальной газовой постоянной

На рис. 39 изображен цилиндр, в котором под поршнем находится 1 *кмоль* газа, занимающего объем V при температуре T. Нагреем его изобарически (p = const) на ΔT *град*, при этом поршень поднимается на высоту Δh, а объем газа увеличится на ΔV и сделается равным $V + \Delta V$.

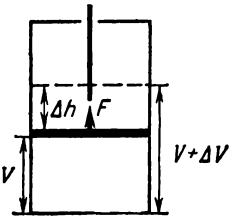


Рис. 39

Применим формулу (55) для состояний газа до его нагревания и после нагревания на ΔT *град*:

$$pV = RT,$$
$$p(V + \Delta V) = R(T + \Delta T).$$

Из второго равенства вычтем первое, получим

$$p \cdot \Delta V = R \cdot \Delta T.$$

Так как приращение объема $\Delta V = S \cdot \Delta h$, где S — площадь основания цилиндра, то

$$pS \cdot \Delta h = R \cdot \Delta T,$$

но произведение pS есть сила F, с которой газ давит на поршень, поэтому

$$F \cdot \Delta h = R \cdot \Delta T.$$

Произведение силы F, действующей на поршень, на его перемещение Δh выражает работу A, совершенную газом против внешних сил при его расширении, т. е.

$$A = R \cdot \Delta T, \tag{57}$$

откуда

$$R = \frac{A}{\Delta T}. \tag{57а}$$

Универсальная газовая постоянная численно равна работе, совершенной 1 киломолем газа при изобарическом нагревании его на 1 град.

Как надо понимать, что универсальная газовая постоянная в единицах СИ равна $8{,}31 \cdot 10^3$ *дж/(кмоль·град)*? Это значит, что при изобарическом расширении 1 *кмоля* газа вследствие нагревания его на 1 *град* совершается работа 8,31 *кдж*.

§ 46. Примеры решения задач

1. В баллоне емкостью 20 *л* находится 4,4 *кг* сжатого углекислого газа (CO_2) при температуре 27 °С. Вычислить его давление.

Р е ш е н и е. Из формулы (56) имеем

$$p = mRT/\mu V.$$

Подставляя в эту формулу значения: $V = 20$ *л*; $m = 4400$ *г*; $\mu = 44$ *г/моль*; $T = 300$ °K; $R = 0{,}082$ *л·атм/(моль·град)*, получаем

$$p \approx \frac{4400 \cdot 0{,}082 \cdot 300}{44 \cdot 20} \text{ атм} \approx 123 \text{ атм} \approx 12{,}3 \cdot 10^6 \text{ н/м}^2.$$

2. Вычислить плотность азота при 7 °C и давлении 100 *атм*.

Решение. Из формулы (56) находим выражение для плотности:

$$\rho = m/V = p\mu/RT.$$

Выражаем величины в единицах СИ: $p = 1{,}013 \cdot 10^7$ *н/м*^{2}; $\mu = 28$ *кг/кмоль*; $T = 280$ °K; $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ *дж/(кмоль·град)*, производим вычисления:

$$\rho \approx \frac{1{,}013 \cdot 10^7 \cdot 28}{8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 280} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \approx 120 \text{ кг/м}^3.$$

3. Найти работу, совершенную при изобарическом расширении 1,6 *кг* кислорода вследствие нагревания его на 10°.

Решение. Вычисляем газовую постоянную для 1,6 *кг* кислорода. Сопоставляя выражения (54а) и (56), находим, что

$$B = (m/\mu)R,$$

где m/μ — число киломолей газа. В нашем случае $m = 1{,}6$ *кг*, $\mu = 32$ *кг/кмоль*, $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ *дж/(кмоль·град)*, поэтому

$$B = \frac{1{,}6}{32} \cdot 8{,}31 \cdot 10^3 \text{ дж/град} \approx 416 \text{ дж/град}.$$

Так как, по формуле (57), 1 *кмоль* газа совершает работу $A = R\Delta T$, то m/μ *кмолей* совершат работу $A = B \cdot \Delta T$, тогда

$$A \approx 416 \cdot 10 \text{ дж} = 4{,}16 \text{ кдж}.$$

Вопросы и задачи для повторения

72. На рис. 40 изображена изотерма. Доказать, что площади *Obck* и *Oadl* одинаковы.

73. Вычислить газовую постоянную для 5 *кг* метана (CH_4) в единицах СИ и СГС.

74. Выполнить то же для 120 *г* углекислого газа.

75. Какой емкости надо взять баллон, чтобы поместить в него 8 *кг* кислорода под давлением $2 \cdot 10^7$ *н/м*^{2} при температуре 40 °C?

76. В баллоне объемом 20 *л* находится 4 *кг* сжатого кислорода при 15 °C. Найти давление кислорода.

77. Баллон емкостью 12 *л* наполнен азотом при давлении $8{,}1 \cdot 10^6$ *н/м*^{2} и температуре 17 °C. Какая масса азота?

78. Одинаковые массы азота и кислорода находятся при одинаковой температуре. Как должны относиться их давления, чтобы они имели при этом одинаковые плотности?

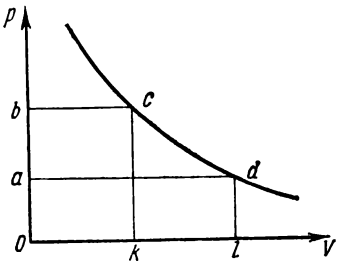


Рис. 40

79. Чему равна масса 1 *кмоля* газа, который при давлении 10^5 *н/м*^{2} и температуре 27 °C имеет плотность $1{,}62 \cdot 10^{-4}$ *г/см*^{3}?

80. Во сколько взмахов можно откачать поршневым насосом емкостью 150 *см*^{3} баллон емкостью 1,5 *л* до давления 0,76 *мм рт. ст.*? Первоначальное давление в баллоне равно 10^5 *н/м*^{2}.

81. В сосуд объемом V нагнетают воздух при помощи поршневого насоса с объемом цилиндра V_0. Каково будет давление p воздуха в сосуде после n качаний? Наружное давление и первоначальное давление воздуха в сосуде равны атмосферному H. Процесс считать изотермическим.

ГЛАВА ШЕСТАЯ

КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ГАЗОВ

§ 47. Основные понятия

Учение о движении газовых молекул получило название кинетической теории газов и сыграло важную роль в истории развития физики.

Так как скорость движения газовых молекул относительно велика, а силы сцепления молекул, как было отмечено выше, сравнительно малы при не слишком большом давлении, кинетическая теория газов игнорирует эти силы сцепления и рассматривает молекулы газа как совершенно свободные. Кинетическая теория газов также исходит из предположения, что молекулы газа абсолютно упруги, вследствие этого столкновение молекул между собой и со стенками сосуда, в котором находится газ, происходит по законам упругого удара. Отсюда легко сделать заключение, что молекулы совершают равномерное прямолинейное движение, скорость которого зависит лишь от рода газа и его температуры. При ударе друг о друга или о стенки сосуда молекулы меняют направление движения и вновь движутся прямолинейно. Кинетическая теория также пренебрегает объемом, занимаемым самими молекулами газа, принимая их за точки.

Отметим, что *газ, у которого не учитываются силы взаимодействия молекул, а размеры молекулы принимаются исчезающе малыми, называется идеальным газом.*

Давление газа на стенки сосуда рассматривается как следствие ряда быстро следующих ударов газовых молекул о стенку.

§ 48. Основная формула кинетической теории газов

Прежде чем выводить при помощи кинетической теории формулу, выражающую связь давления газа со скоростью движения его молекул, рассмотрим вопрос о том, как вообще вычисляется давление, вызванное отдельными ударами.

Представим себе, что по некоторой поверхности происходит ряд отдельных и частых ударов, например сыплется струя песка, в таком случае удары песчинок создают некоторое давление на эту поверхность.

Найдем такую среднюю постоянную силу F, которая за время t, в течение которого происходили отдельные удары, произведет такое же действие, как и все эти удары в своей совокупности. Импульс этой средней силы за время t должен равняться сумме импульсов всех тех отдельных ударов, которые получила поверхность за то же время, т. е.

$$Ft = F_1\tau_1 + F_2\tau_2 + F_3\tau_3 + \ldots + F_n\tau_n,$$

где τ_1, τ_2, τ_3, ... , τ_n — длительности, а F_1, F_2, F_3, ... , F_n — силы отдельных ударов.

Из этой формулы следует, что

$$F = \frac{F_1\tau_1 + F_2\tau_2 + \ldots + F_n\tau_n}{t}. \qquad (58)$$

Средняя сила давления, вызванная рядом отдельных ударов о некоторую поверхность, численно равна сумме импульсов всех ударов, полученных этой поверхностью за единицу времени.

Пользуясь сделанным выводом, найдем среднюю силу давления, возникающую вследствие ударов молекул о стенки сосуда. Представим себе, что в сосуде, имеющем форму куба (рис. 41) с ребром длины l, движется n молекул, причем масса каждой молекулы равна m_0. Вследствие хаотичности движения молекул можно утверждать, что результат их ударов о стенки будет такой же, как будто 1/3 молекул движется вдоль оси X, ударяя в правую и левую грани, 1/3 движется вдоль оси Y, ударяя в переднюю и заднюю грани, а 1/3 — вдоль оси Z, ударяя в верхнюю и нижнюю грани.

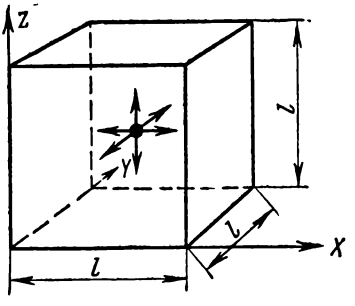


Рис. 41

Найдем импульс силы от удара одной молекулы по соответствующей грани куба. Если молекула движется со скоростью v_1 вдоль какой-либо оси, то при упругом ударе о стенку она отскакивает с такой же по абсолютному значению скоростью, противоположной по знаку. Количество движения, которым обладала молекула до удара, было $+m_0 v_1$, после удара стало $-m_0 v_1$ (m_0 — масса молекулы). Изменение ее количества движения равно импульсу силы, полученному молекулой:

$$-m_0 v_1 - (+m_0 v_1) = -2m_0 v_1.$$

По закону сохранения количества движения, такой же импульс, но с обратным знаком, т. е. $2m_0 v_1$, получит стенка от молекулы.

Чтобы найти среднюю силу давления газа, необходимо подсчитать сумму импульсов всех ударов молекул о стенку за единицу времени.

От удара до следующего удара о ту же грань каждая молекула пролетает вдоль оси расстояние, равное удвоенной длине ребра куба, т. е. $2l$, так как ей надо долететь до противоположной грани и вернуться обратно. За 1 *сек* молекула произведет $v_1/(2l)$ ударов, и сумма импульсов ее ударов за 1 *сек* будет равна

$$2m_0 v_1 \cdot \frac{v_1}{2l} = \frac{m_0 v_1^2}{l}.$$

Обозначим через n_1 число молекул, ударяющих по одной грани, причем $n_1 = n/3$.

Различные молекулы, двигаясь с различными скоростями (v_1, v_2, v_3, ..., v_n), сообщают грани различные импульсы. Сумма импульсов

ударов всех молекул за единицу времени согласно формуле (63) численно равна средней силе давления, т. е.

$$F=\frac{m_0v_1^2}{l}+\frac{m_0v_2^2}{l}+\ldots+\frac{m_0v_{n_1}^2}{l},$$

или

$$F=\frac{m_0}{l}(v_1^2+v_2^2+\ldots+v_{n_1}^2).$$

Умножим и разделим правую часть равенства на n_1:

$$F=\frac{m_0n_1}{l}\left(\frac{v_1^2+v_2^2+\ldots+v_{n_1}^2}{n_1}\right). \qquad (*)$$

Выражение, стоящее в скобках в правой части равенства, есть сумма квадратов скоростей движения отдельных молекул, деленная на их число.

Если имеется n величин N_1, N_2, ... ,N_n и требуется найти их среднее значение, в математике пользуются в различных случаях следующими понятиями:

1) средняя арифметическая величина

$$N_{\text{о(ар)}}=\frac{N_1+N_2+\ldots+N_n}{n},$$

2) средняя геометрическая величина

$$N_{\text{о(геом)}}=\sqrt[n]{N_1\cdot N_2\ldots N_n},$$

3) средняя квадратичная величина

$$N_{\text{о(кв)}}=\sqrt{\frac{N_1^2+N_2^2+\ldots+N_n^2}{n}}.$$

Легко видеть, что выражение

$$\frac{v_1^2+v_2^2+\ldots+v_{n_1}^2}{n_1}$$

является квадратом средней квадратичной скорости движения молекул, обозначим ее $\bar{v}$.

Вводя $\bar{v}^2$ в формулу (*) и заменяя n_1 через $n/3$, получаем

$$F=\frac{m_0n\bar{v}^2}{3l}.$$

Давление газа p определяется силой, действующей на единицу площади:

$$p=\frac{F}{S}=\frac{F}{l^2}=\frac{m_0n\bar{v}^2}{3l^3},$$

где $S=l^2$ — площадь каждой грани куба, но объем куба $V=l^3$, следовательно,

$$p=\frac{m_0n\bar{v}^2}{3V}. \qquad (59)$$

Формула (64) носит название *основной формулы кинетической теории газов*. Сделанный вывод для сосуда в форме куба оказывается справедливым для сосуда любой формы.

Заменим произведение массы m_0 одной молекулы на их число n массой m всего газа и перенесем произведение давления газа на его объем pV в левую часть равенства, тогда

$$pV = m\bar{v}^2/3, \tag{59а}$$

§ 49. Средние квадратичные скорости движения молекул газа

При выводе формулы (59) мы заменили скорости движения v_1, v_2, ..., v_n отдельных молекул квадратичной скоростью $\bar{v}$. Докажем правомерность такой замены. Энергия поступательного движения всех молекул газа равна

$$\frac{m_0 v_1^2}{2} + \frac{m_0 v_2^2}{2} + \ldots + \frac{m_0 v_n^2}{2}.$$

Заменяя реально существующий газ таким воображаемым газом, у которого все молекулы имеют некоторую одинаковую скорость $\bar{v}$, следует подобрать ее таким образом, чтобы энергия поступательного движения молекул сохранилась без изменения, т. е.

$$\frac{m_0 v_1^2}{2} + \frac{m_0 v_2^2}{2} + \ldots + \frac{m_0 v_n^2}{2} = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} n,$$

откуда

$$v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_n^2 = \bar{v}^2 n,$$

или

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_n^2}{n}}.$$

Таким образом, сделанная нами замена являлась вполне законной.

Из формулы (59а) вычислим среднюю квадратичную скорость движения молекул:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3pV}{m}}.$$

Пользуясь формулой (59), заменяем pV на $\frac{m}{\mu} RT$, тогда

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \tag{60}$$

Отсюда видно, что $\bar{v}$ зависит только от молярной массы газа и температуры. При $T = \text{const}$ имеем $\bar{v} = \text{const}$ и, следовательно, в формуле (59а) получим

$$pV = \frac{m\bar{v}^2}{3} = \text{const},$$

т. е. из основной формулы молекулярно-кинетической теории выводится закон Бойля—Мариотта.

В качестве примера подсчитаем среднюю квадратичную скорость движения молекул водорода при 0 °С. Так как $R = 8{,}31 \cdot 10^3 \frac{дж}{кмоль \cdot град}$,

температура $T = 273$ °К, а масса 1 *кмоля* водорода $\mu \approx 2$ *кг/кмоль*, то

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 273}{2}} \frac{м}{сек} \approx 1{,}8 \cdot 10^3 \ м/сек.$$

С житейской точки зрения, скорости движения молекул газов очень велики. Действительно, для водорода при 0° С она равна почти 2 *км/сек*, для кислорода — около 0,5 *км/сек* и т. д. При этом возникает вопрос: если скорости движения молекул газа так велики, то отчего же газу требуется относительно большой промежуток времени для распространения в каком-либо пространстве? Не следует забывать, что при своем движении молекулы газа претерпевают множество столкновений с молекулами окружающего воздуха, многократно меняя направление скорости. В вакууме же газы распространяются, не встречая препятствий.

§ 50. Опытное определение скоростей движения молекул газа

Впервые опыт по определению скоростей движения молекул паров серебра был произведен в 1920 г. Штерном.

Из стеклянного цилиндра E выкачивался воздух (на рис. 42 показано сечение этого цилиндра). Внутри этого цилиндра помещался второй цилиндр D, имеющий с ним общую ось O. Вдоль образующей цилиндра D имелась узкая щель C. По оси протягивалась посеребренная платиновая проволока, по которой можно было пропускать ток. При этом проволока раскалялась и серебро с ее поверхности обращалось в пар. Молекулы паров серебра разлетались в различные стороны, часть их проходила через щель C цилиндра D и на поверхности цилиндра E получался налет серебра в виде узкой полоски A.

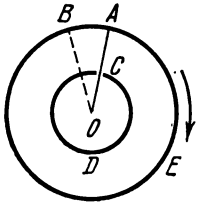


Рис. 42

Когда вся система приводилась в быстрое вращательное движение таким образом, что проволока являлась осью вращения, а оба цилиндра E и D имели одинаковую угловую скорость, полоска A на цилиндре E получилась смещенной в сторону, т. е., например, в положение B. Это происходило вследствие того, что, пока молекулы паров серебра пролетали путь CA, точка A цилиндра E успевала повернуться на расстояние AB и молекулы серебра попадали не в точку A, а в точку B.

Обозначим смещение серебряной полоски AB через d, радиус цилиндра E — через R, радиус цилиндра D — через r, число оборотов всей системы в секунду — через f. В таком случае за один оборот точка A на поверхности цилиндра E пройдет путь, равный длине окружности $2\pi R$, а за 1 *сек* — путь $2\pi Rf$.

Время, в течение которого точка A переместилась на расстояние $AB = d$, равно

$$\tau = \frac{d}{2\pi Rf}.$$

За время τ молекулы паров серебра пролетали расстояние $CA = R - r$. Скорость их движения v может быть найдена как отношение пройденного пути ко времени, т. е.

$$v = (R - r)/\tau,$$

или, подставляя вместо τ его значение, имеем

$$v = \frac{2\pi R f (R - r)}{d}. \qquad (61)$$

По этой формуле на основании опыта можно найти v.

Весьма характерно, что налет серебра на стенке цилиндра E получался размытым, что подтверждало наличие различных скоростей движения молекул, и из опыта можно было определить только наиболее вероятную скорость $v_в$, которая соответствовала наибольшей толщине налета серебра.

§ 51. Закон распределения скоростей Максвелла

Несмотря на беспорядочный характер движения молекул газа и наличие у них при данной температуре различных скоростей, английский ученый К. Максвелл (1831—1879), используя теорию вероятностей, вывел в 1860 г. закон, которому подчинены скорости молекул данного газа при заданной температуре. Закон Максвелла, формулу которого и ее вывод мы не приводим ввиду их сложности, графически выражен на рис. 43.

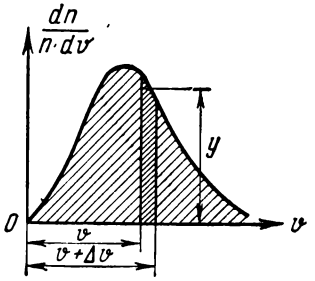


Рис. 43

По горизонтальной оси откладываются возможные скорости движения молекул некоторого газа при определенной температуре. График построен так, что площадь, ограниченная осью абсцисс, ординатами, соответствующими скоростями v и $(v + \Delta v)$, и участком кривой, лежащим между этими ординатами, выражает число молекул Δn, имеющих скорости больше v, но меньше $(v + \Delta v)$. Эта площадь густо заштрихована на рис. 43. Выясним, какую величину следует откладывать по вертикальной оси. При весьма малом Δv заштрихованная площадь может быть принята за площадь прямоугольника, равную произведению основания Δv на высоту y. Эта площадь должна равняться $\Delta n = y \cdot \Delta v$, откуда

$$y = \Delta n/\Delta v.$$

Заштрихованную фигуру можно принять за прямоугольник только при условии, если Δv очень мало, т. е. равно dv. Следовательно, по вертикальной оси нужно откладывать значения отношения dn/dv.

Вся площадь, слабо заштрихованная на рис. 43, должна выражать общее число n молекул газа. Если по оси Y отложить величину, в n раз

меньшую, чем dn/dv, т. е. $\frac{dn}{n \cdot dv}$, то соответствующая площадь покажет, какая часть от общего числа молекул имеет скорости, лежащие в данном интервале.

В качестве примера приводим данные о распределении количества молекул азота по скоростям при температуре 420 °К, полученные из графика Максвелла.

Интервалы скоростей, *м/сек*	% молекул от их общего числа, имеющих скорости в данном интервале	Интервалы скоростей, *м/сек*	% молекул от их общего числа, имеющих скорости в данном интервале
0 ÷ 100	0,6	500 ÷ 700	29
100 ÷ 300	12	700 ÷ 1000	23
300 ÷ 500	30	1000	5,4

Для пояснения на рис. 44 показан график Максвелла для некоторого газа при заданной температуре. Предположим, требуется узнать, какая часть от общего числа молекул имеет скорости, лежащие в интервале от 500 до 800 *м/сек*. Проводим ординаты, соответствующие этим скоростям, и вычисляем заштрихованную площадь. На данном рисунке она равна 0,38 всей площади, это значит, что 38% всех молекул имеют скорости больше 500 *м/сек*, но меньше 800 *м/сек*.

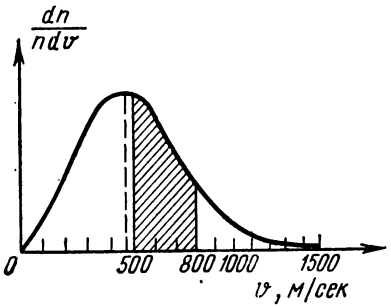


Рис. 44

Ордината, показанная на рис. 44 пунктиром, соответствует наивысшей части графика и указывает на *наиболее вероятную скорость* $v_в$. По вычислениям Максвелла,

$$v_в = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \approx 1{,}41 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}. \quad (62)$$

По графику можно вычислить *среднюю арифметическую* из скоростей движения молекул. Она оказывается равной

$$v_{ср} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{RT}{\mu}} \approx 1{,}60 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}. \quad (63)$$

Вычисления показывают, что *средняя квадратичная* скорость равна

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \approx 1{,}73 \sqrt{\frac{RT}{\mu}},$$

что соответствует сделанным нами ранее выводам.

§ 52. Энергия поступательного движения молекул газа

Кинетическая энергия, которой обладают молекулы газа при некоторой температуре T вследствие своего поступательного движения, равна

$$W_{пост} = \frac{m_0 n \bar{v}^2}{2}.$$

Из основной формулы кинетической теории (59) следует, что

$$pV = \frac{m_0 n \bar{v}^2}{3}.$$

Разделив почленно последние равенства, получим

$$\frac{W_{\text{пост}}}{pV} = \frac{3}{2}, \quad \text{или} \quad W_{\text{пост}} = \frac{3}{2} pV.$$

Заменяя pV через BT согласно формуле (54а), имеем

$$W_{\text{пост}} = \frac{3}{2} BT, \tag{64}$$

или для 1 *кмоля* газа

$$W'_{\text{пост}} = \frac{3}{2} RT. \tag{64а}$$

Но 1 *кмоль* газа содержит N молекул, где число Авогадро $N = 6{,}02 \cdot 10^{26}$ *кмоль*$^{-1}$. Следовательно, средняя энергия поступательного движения одной молекулы

$$W_{0\,(\text{пост})} = \frac{3}{2} \frac{RT}{N}.$$

Найдем отношение универсальной газовой постоянной к числу Авогадро:

$$k = \frac{R}{N} = \frac{8{,}31 \cdot 10^3}{6{,}02 \cdot 10^{26}} \frac{\text{дж/(град} \cdot \text{кмоль)}}{1/\text{кмоль}} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ дж/град}.$$

Это число $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *дж/град* носит название *постоянной Больцмана*. Следовательно, *средняя энергия поступательного движения одной молекулы газа зависит только от температуры:*

$$W_{0\,(\text{пост})} = \frac{3}{2} kT, \tag{65}$$

и при одной и той же температуре молекула любого газа имеет одну и ту же среднюю энергию поступательного движения.

§ 53. Связь давления газа с концентрацией его молекул и температурой

Подставим в формулу (65) значение средней энергии поступательного движения молекулы газа, равное $m_0\bar{v}^2/2$, тогда

$$\frac{3}{2} kT = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2},$$

или

$$m_0 \bar{v}^2 = 3kT.$$

Из основной формулы кинетической теории газов (59) найдем

$$m_0 \bar{v}^2 = \frac{3pV}{n}.$$

Приравниваем правые части последних двух выражений:

$$\frac{pV}{n}=kT,$$

откуда

$$p=\frac{n}{V}kT.$$

Но n/V есть число молекул в единице объема газа, которое называется *концентрацией молекул* и обозначается n_0. Таким образом, получим важную формулу для расчета давления газа:

$$p=n_0kT. \tag{66}$$

Проверим ее размерность: $n_0 = n/V$ измеряется в $м^{-3}$, постоянная Больцмана измеряется в *дж/град*, следовательно,

$$[p]=\frac{1}{м^3}\cdot\frac{дж}{град}\cdot град=\frac{дж}{м^3}=\frac{н\cdot м}{м^3}=н/м^2,$$

что и соответствует единице давления в СИ.

Пример. Найти число молекул в 1 $см^3$ газа, находящегося при $t = 27$ °С под давлением 10^{-12} *атм*.

Решение. Из формулы (66) имеем

$$n_0=p/kT.$$

Подставляя $T = 300$ °К, $p = 1{,}013\cdot10^5\cdot10^{-12}$ $н/м^2 = 1{,}013\cdot10^{-7}$ $н/м^2$, получаем

$$n_0=\frac{1{,}013\cdot10^{-7}}{1{,}38\cdot10^{-23}\cdot300}\ м^{-3}\approx2{,}45\cdot10^{13}\ м^{-3}=2{,}45\cdot10^{7}\ см^{-3}.$$

§ 54. Среднее число столкновений молекул газа и средняя длина их свободного пробега

Совершая беспорядочное движение, молекулы газа сталкиваются друг с другом; расстояния, проходимые ими от одного столкновения до другого, различны, однако вследствие большого числа этих столкновений в течение одной секунды (при нормальных условиях миллиарды раз) и хаотичности самого движения можно пользоваться средней длиной λ свободного пробега.

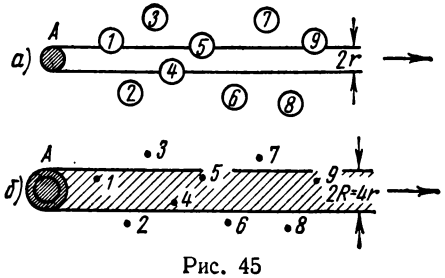


Рис. 45

Представим себе каждую отдельную молекулу в виде шарика радиуса r. Хотя при каждом соударении молекула будет менять направление своего движения, но для простоты мы выпрямим ее траекторию, т. е. предположим, что после столкновения она движется в прежнем направлении. Кроме того, будем полагать, что все встречные молекулы неподвижны. Из рис. 45, *а* видно, что молекула *A* столкнется с молекулами *1*, *4*, *5*, *9* и не заденет молекул *2*, *3*, *6*, *7*, *8*.

Мысленно увеличим радиус движущейся молекулы A вдвое, т. е. будем считать, что он равен $R = 2r$, встречные же молекулы примем за точки. Это не внесет каких-либо изменений в наши расчеты. Действительно, движущаяся молекула столкнется на своем пути с молекулами *1*, *4*, *5*, *9* (рис. 45, *б*), остальные же молекулы, находящиеся от нее на расстоянии, большем, чем $R = 2r$, она не заденет. Таким образом, молекула A как бы перекрывает пространство, соответствующее объему цилиндра радиуса R, и столкнется с теми молекулами (принятыми за точки), которые попадут внутрь этого цилиндра.

За 1 *сек* молекула A пройдет расстояние, численно равное ее скорости движения v, и перекроет пространство, равное объему V цилиндра, где

$$V = \pi R^2 v = \pi (2r)^2 v = 4\pi r^2 v.$$

Обозначим число молекул в единице объема через n_0. В таком случае молекула A столкнется за 1 *сек* с $n_0 V$ молекулами, т. е. среднее число Z ее столкновений в секунду будет равно

$$Z = 4\pi r^2 v n_0.$$

При выводе мы полагали, что все молекулы, кроме молекулы A, неподвижны. На самом деле они тоже движутся. Теория показывает, что если учесть движение остальных молекул, то число столкновений в 1 *сек* будет больше вычисленного в $\sqrt{2}$ раза, т. е.

$$Z = 4\sqrt{2}\,\pi r^2 v n_0, \tag{67}$$

где v — средняя арифметическая скорость движения молекул.

Среднюю длину свободного пробега молекулы можно найти, разделив путь, пройденный ею за 1 *сек*, на число столкновений за это время:

$$\lambda = \frac{v}{Z},$$

или

$$\lambda = \frac{1}{4\sqrt{2}\,\pi r^2 n_0}. \tag{68}$$

По формуле (68), зная λ и n_0, можно определить r, т. е. радиусы молекул. Однако вычисленные таким образом радиусы или диаметры $(2r)$ молекул дают только очень грубое представление об их размерах.

В действительности молекулы не являются шариками, а представляют собой сложную электрическую систему, и их взаимодействие не сводится к процессу механического удара. При приближении молекул газа друг к другу (при изменении расстояния) резко возрастают силы отталкивания.

В результате действия этих сил скорости движения молекул меняют свою величину и направление.

Вычисленные по формуле (68) диаметры молекул носят название *эффективных диаметров*. Приводим их значения и некоторые другие

молекулярные характеристики для ряда газов (при 0 °С и $p = 10^5$ *н/м*^{2} = 1 *атм*).

Газы	Средняя арифметическая скорость, *м/сек*	Средняя квадратичная скорость, *м/сек*	Средняя длина свободного пробега, 10^{-8} *м*	Среднее число столкновений в 1 *сек*, 10^9	Средняя продолжительность свободного пробега, 10^{-10} *сек*	Эффективный диаметр молекул, 10^{-10} *м*
Водород (H_2)	1690	1840	11	15	0,66	2,3
Кислород (O_2)	425	461	6,5	6,6	1,5	2,9
Азот (N_2)	454	493	6,0	7,6	1,3	3,1
Аргон (Ar)	381	414	6,4	6,0	1,7	2,8
Гелий (He)	1200	1310	18	6,9	1,5	1,9
Углекислый газ (CO_2)	362	393	4	9,1	1,1	3,2
Пары воды (H_2O)	566	615	4	14	0,71	2,6

Из формулы (68) следует, что средняя длина свободного пробега молекул одного и того же газа обратно пропорциональна числу молекул газа в единице объема, т. е.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_{01}}{n_{02}}. \qquad (*)$$

Согласно основной формуле (59) кинетической теории газов, давление некоторого газа при неизменной температуре прямо пропорционально числу его молекул в единице объема (n/V). Так как $n/V = n_0$, то

$$p = \frac{m_0 n_0 \bar{v}^2}{3}$$

и

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{n_{01}}{n_{02}}. \qquad (**)$$

Сопоставляя выражения (*) и (**), приходим к выводу, что *при одной и той же температуре средняя длина свободного пробега молекул газа обратно пропорциональна давлению газа,* т. е.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{p_1}{p_2}. \qquad (69)$$

Так, если при давлении в 1 *атм* средняя длина пробега молекул газа имеет порядок 10^{-5} *см*, при давлении 10^{-3} *атм* она составляет 10^{-2} *см*, а при давлении 10^{-7} *атм* становится уже равной 100 *см*.

Формула (68) может быть использована для вычисления радиусов молекул, если известна их средняя длина λ свободного пробега и число молекул n_0 в единице объема газа. Величину n_0 легко вычислить. Как известно, в 1 *кмоле* любого вещества содержится $N = 6{,}023 \cdot 10^{26}$ молекул (число Авогадро). Киломоль газа при нормальных условиях занимает объем $V_0 = 22{,}4$ *м*^{3}. Следовательно, в 1 *м*^{3} любого газа при нормальных условиях содержится

$$L = \frac{6{,}023 \cdot 10^{26}}{22{,}4} = 2{,}7 \cdot 10^{25} \text{ (молекул)}.$$

Это число носит название *числа Лошмидта.*

Для газа, имеющего давление p и абсолютную температуру T, число молекул его в 1 $м^3$ легко подсчитать, приведя его объем к нормальным условиям или используя формулу (66).

§ 55. Теплоемкости газов. Уравнение Р. Майера

Удельной теплоемкостью вещества называется величина, измеряемая той теплотой, которую надо сообщить единице массы этого вещества для нагревания его на 1 *град.* Она измеряется в джоулях на килограмм-градус (*дж/кг·град*).

Для газов различают *удельную теплоемкость при постоянном объеме* (c_V) *и удельную теплоемкость при постоянном давлении* (c_p). При изохорическом нагревании газа вся сообщенная ему теплота расходуется только на увеличение его внутренней энергии, которая возрастает с повышением температуры. При изобарическом нагревании помимо увеличения внутренней энергии происходит расширение газа, т. е. совершается работа против внешних сил, на что требуется дополнительная теплота. Вполне очевидно, что $c_p > c_V$.

Кроме удельной теплоемкости пользуются терминами «молярная» и «атомная» теплоемкости.

Молярная теплоемкость вещества — это величина, измеряемая количеством теплоты, которую надо сообщить 1 *кмолю* вещества для нагревания его на 1 *град.* Молярная теплоемкость больше удельной в μ раз (μ — масса 1 *кмоля*, или молярная масса газа).

Атомная теплоемкость — величина, измеряемая теплотой, которую необходимо сообщить одному килограмм-атому вещества для нагревания его на 1 *град.* Она больше удельной теплоемкости в A раз (A — масса 1 *катома* вещества).

Чтобы изохорически нагреть газ массой m на ΔT, необходимо сообщить ему теплоту

$$Q_V = c_V m \cdot \Delta T.$$

Для изобарического нагревания той же массы газа на такую же разность температур требуется

$$Q_p = c_p m \cdot \Delta T.$$

Разность $\Delta Q = Q_p - Q_V = (c_p - c_V) m \cdot \Delta T$ выражает теплоту, пошедшую на работу по расширению. За счет этой теплоты совершается работа, выражаемая формулой (57),

$$A = \frac{m}{\mu} R \cdot \Delta T.$$

Итак,

$$(c_p - c_V)\, m \Delta T = \frac{m}{\mu} R \Delta T,$$

откуда имеем

$$\mu c_p - \mu c_V = R. \tag{70}$$

Это уравнение носит название *уравнения Майера*. Исторически оно сыграло большую роль в доказательстве того факта, что теплота и механическая работа являются двумя формами передачи энергии и могут быть выражены в одинаковых единицах. В СИ единицей теплоты, так же как и единицей работы, является джоуль (*дж*).

Раньше в качестве тепловых единиц использовались калория (*кал*) и килокалория (*ккал*). Приведем соотношение между указанными единицами:

$$1\ ккал \approx 4{,}18\ кдж;$$
$$1\ кдж \approx 0{,}239\ ккал.$$

Из формулы (70) следует, что

$$\mu c_p - \mu c_V = 8{,}31\ кдж/(кмоль \cdot град), \tag{71}$$

т. е. *молярная теплоемкость любого газа при постоянном давлении больше, чем при постоянном объеме, на* 8,31 *кдж/(кмоль·град)*.

§ 56. Внутренняя энергия газа. Степени свободы

Молекулы газа обладают не только кинетической энергией поступательного движения, но и энергией вращательного, а в некоторых случаях и колебательного движения. Для определения полной кинетической энергии молекул необходимо ввести понятие о числе степеней свободы. *Число степеней свободы — это число независимых координат, определяющих положение тела в пространстве.*

Положение точки, движущейся по отрезку прямой, определяется координатой x — ее расстоянием от начала этого отрезка. Говорят, что в этом случае точка имеет одну степень свободы. Точка, движущаяся по плоскости, имеет две степени свободы. Ее положение определяется двумя координатами: x и y. Точка, движущаяся в пространстве, имеет три степени свободы, так как ее положение определяется тремя координатами: x, y и z.

Твердое тело, перемещаясь в пространстве, кроме изменения положения своего центра тяжести (определяется тремя координатами: x, y и z), может также совершать вращательные движения. Если провести через центр тяжести ось, положение этой оси определяется теми двумя углами θ и ψ, которые она образует с двумя из трех координатных осей. Кроме того, надо задать угол φ поворота тела вокруг этой оси по отношению к ее начальному положению. Таким образом, твердое тело, движущееся в пространстве, имеет 6 степеней свободы: три линейные координаты его центра тяжести (x, y, z) и три угла поворота (θ, ψ, φ).

На основании работ ряда физиков, в особенности Больцмана и Максвелла, было установлено положение о равномерном распределении энергии по степеням свободы.

Так как беспорядочный характер движения молекул газа относится не только к поступательному движению, но и к их вращательному и колебательному движениям и нет оснований предполагать, что какое-то из них преобладает над другими, следует считать, что в среднем на каждую степень свободы молекулы приходится одно и то же количество энергии.

На три степени свободы, характеризующих поступательное движение молекулы, согласно формуле (65), приходится энергия $\frac{3}{2}kT$, что составляет $\frac{1}{2}kT$ на одну степень свободы. При числе степеней свободы, равном i, полная кинетическая энергия одной молекулы равна

$$\frac{i}{2}kT.$$

Полная кинетическая энергия 1 *кмоля* газа в N раз больше энергии одной молекулы, где N — число молекул в одном кмоле (число Авогадро), т. е. равна $\frac{i}{2}kTN$, или $\frac{i}{2}RT$, так как $kN = R$.

Для идеальных газов пренебрегают силами взаимодействия молекул, поэтому внутренняя энергия U идеального газа выражает только кинетическую энергию его молекул. Следовательно, 1 *кмоль* идеального газа обладает внутренней энергией, равной

$$U = \frac{i}{2}RT. \tag{72}$$

§ 57. Теоретический подсчет теплоемкости газа

Теплота, которую нужно сообщить 1 *кмолю* газа для его изохорического нагревания на 1 *град*, равна μc_V. Эта теплота необходима только для увеличения внутренней энергии газа, так как при нагревании объем газа не изменяется и никакой работы против внешних сил не совершается. Найдем этот прирост внутренней энергии. При температуре T внутренняя энергия газа была равна

$$U = \frac{i}{2}RT.$$

При нагревании на 1 *град* она увеличилась до значения

$$U_1 = \frac{i}{2}R(T+1),$$

т. е. возросла на величину

$$\Delta U = \frac{i}{2}R.$$

Таким образом, молярная теплоемкость газа при постоянном объеме

$$\mu c_V = Ri/2. \tag{73}$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении больше, чем при постоянном объеме, и равна [см. формулу (71)]

$$\mu c_p = \mu c_V + R = R\,(i+2)/2. \qquad (74)$$

Молекулы одноатомных газов, как, например, гелий, неон, аргон, пары металлов, могут совершать только три независимых движения вдоль трех координатных осей, т. е. следует считать, что они имеют *три степени свободы* ($i = 3$).

Молекулы двухатомных газов (водород, кислород, окись азота, окись углерода и т. д.) имеют *пять степеней свободы* ($i = 5$). Помимо трех линейных координат, характеризующих перемещение центра тяжести молекулы, надо учитывать еще два вращательных движения вокруг двух взаимно перпендикулярных осей, составляющих прямые углы с прямой, соединяющей центры тяжести атомов, образующих молекулы. Вращения молекулы вокруг этой прямой можно не учитывать.

Молекулы многоатомных газов имеют *шесть степеней свободы* ($i = 6$).

При столкновении молекул двух- и многоатомных газов друг с другом они испытывают удары, приводящие составляющие их атомы в колебательное движение, что вызывает появление дополнительных степеней свободы. Квантовая теория устанавливает, что дополнительные степени свободы, вызванные возникновением колебаний, приходится учитывать только при достаточно высоких температурах (свыше 2000°). При более низких температурах надо принимать во внимание только энергию поступательного и вращательного движений молекул.

Подставляем в формулу (73) и (74) вместо i соответствующее число степеней свободы и полученные данные помещаем в сводную таблицу. В ней же отмечаем отношение теплоемкостей газов при постоянном давлении и постоянном объеме, т. е.

$$\gamma = \frac{\mu c_p}{\mu c_V} = \frac{c_p}{c_V}. \qquad (75)$$

	μc_V, *кдж/(кмоль · град)*	μc_p, *кдж/(кмоль · град)*	γ
Одноатомные газы	12,47	20,78	1,67
Двухатомные »	20,78	29,085	1,40
Многоатомные »	24,93	33,24	1,33

Пример. Найти удельные теплоемкости c_V и c_p для азота.

Азот — двухатомный газ, молярная теплоемкость его при постоянном объеме $\mu c_V = (R/2)\,i = 20{,}78$ *кдж/(кмоль·град)*. Так как молярная масса азота $\mu = 28$ *кг/кмоль*, то по формуле (73) находим

$$c_V = \frac{20{,}78}{28} \approx 0{,}74\ [\text{кдж/(кг · град)}]$$

и согласно (74) имеем

$$c_p = \frac{29{,}085}{28} \approx 1{,}03\ [\text{кдж/(кг · град)}].$$

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

§ 58. Понятие о явлениях переноса

При равновесном состоянии газа давление и температура его во всем рассматриваемом объеме одинаковы. В соответствии с этим равновесное состояние характеризуется равномерным распределением молекул по объему (равномерной концентрацией); средняя кинетическая энергия молекул по рассматриваемому объему также будет одинаковой. При всяком нарушении равновесного распределения молекул, вызываемом внешними факторами, газ через некоторое время вследствие теплового движения молекул и переноса их из одного места в другое восстанавливает свое первоначальное состояние. При этом, как мы видели выше, молекулы испытывают многочисленные столкновения с другими молекулами, меняя величину и направление скорости. В результате происходит непрерывное перемешивание молекул и постепенное выравнивание параметров, характеризующих состояние газа в различных частях рассматриваемого объема.

Перенос молекул из одних частей газового объема в другие обусловливает такие процессы, как диффузию, внутреннее трение и теплопроводность. Поскольку тепловое движение молекул имеет место в жидкостях и твердых телах, аналогичные явления переноса наблюдаются и там.

Если две части рассматриваемого объема содержат различные газы или один и тот же газ, но с различной концентрацией молекул, то вследствие теплового движения произойдет перемешивание газов и следствием этого будет выравнивание концентрации молекул. Так как плотность газа равна

$$\rho = n_0 m_0,$$

где n_0 — концентрация молекул, m_0 — масса одной молекулы, то вместе с этим произойдет выравнивание плотности по всему объему. В этом случае наблюдается явление д и ф ф у з и и.

Отдельные газы могут различаться друг от друга средней кинетической энергией молекул, а следовательно, и температурой газа. При переносе молекул происходит выравнивание температуры во всех частях рассматриваемого объема, т. е. процесс т е п л о п р о в о д н о с т и.

Наконец, если два слоя газа движутся относительно друг друга с различными скоростями, то молекулы вследствие хаотического теплового движения могут переходить из слоя в слой, перенося с собой некоторое количество движения $m_0 u$ (здесь u — скорость движения одного из слоев газа). При этом, попадая из слоя, движущегося с большой скоростью, в более медленный слой, увеличивают количество движения последнего и тем самым ускоряют его движение. Наоборот, молекулы, попадающие из более медленного слоя в быстрый, будут замедлять движение быстрого слоя. Между слоями будет происходить процесс, направленный к выравниванию скоростей и называемый процессом в н у т р е н н е г о т р е н и я.

Итак, во всех трех процессах — диффузии, теплопроводности и внутреннего трения — мы имеем дело с переносом какой-либо величины: массы, энергии, количества движения. Поэтому эти явления называются явлениями переноса. В результате газ стремится перейти в состояние равновесия, когда произойдет выравнивание его параметров — давления и температуры по всему объему, а перемещение отдельных слоев относительно друг друга прекратится.

§ 59. Диффузия газов

Диффузией называется процесс взаимного проникновения атомов или молекул граничащих веществ.

Пусть слева и справа от некоторой мысленно выделенной площадки O (рис. 46) находится газ, концентрация которого меняется вдоль оси X. Молекулы газа будут проникать через эту площадку как в направлении слева направо, так и справа налево. Если концентрация этого газа с одной стороны (например, слева) больше, чем с противоположной, количество молекул, продиффундировавших в этом направлении, будет больше, чем во встречном. Поэтому можно говорить о массе газа, продиффундировавшего в определенную сторону.

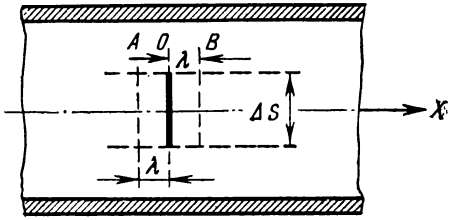


Рис. 46

Швейцарский физик Фик на основании опытов установил формулу, согласно которой

$$\Delta m = D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t, \qquad (76)$$

т. е. масса Δm продиффундировавшего газа за промежуток времени Δt через площадку ΔS, расположенную нормально к оси, вдоль которой происходит изменение концентрации этого газа, пропорциональна времени Δt, площади ΔS и градиенту концентрации газа $\Delta c/\Delta x$.

Как известно, градиент любой физической величины показывает быстроту изменения ее в зависимости от расстояния, если эта величина меняется вдоль некоторого направления.

Коэффициент пропорциональности D в формуле (76) носит название *коэффициента диффузии*. Как всякий коэффициент пропорциональности, он численно равен значению функции (т. е. Δm), если все аргументы ($\Delta c/\Delta x$, ΔS, Δt) равны соответствующим единицам.

Коэффициент диффузии численно равен массе газа, продиффундировавшего за 1 *сек через площадку* 1 $м^2$, *расположенную нормально к потоку диффузии при градиенте концентрации, равном* 1 $кг/м^4$.

Размерность коэффициента диффузии D в СИ можно определить из формулы (76):

$$[D]=\frac{[\Delta m]}{\left[\frac{\Delta c}{\Delta x}\right][\Delta S]\,[\Delta t]}=\frac{кг}{\frac{кг}{м^4}\cdot м^2\cdot сек}=м^2/сек.$$

Согласно кинетической теории газов приводим вывод формулы Фика и устанавливаем связь коэффициента диффузии газа со средней длиной свободного пробега его молекул.

Пусть за время Δt через площадку ΔS (см. рис. 46) слева направо проникает n_1 молекул, а в обратном направлении — n_2 молекул. Если концентрация газа в направлении оси X слева направо убывает, то $n_1 > n_2$. Найдем n_1 и n_2.

Площадки ΔS без столкновения со встречными молекулами достигают те молекулы, которые находятся на расстоянии не больше средней длины λ свободного пробега слева от сечения O и справа от него.

Если в сечении O в 1 $м^3$ находится n_0 молекул газа, то в сечении A их больше, чем в O, в сечении B меньше, чем в O, на $\frac{\Delta n_0}{\Delta x}\lambda$, где $\frac{\Delta n_0}{\Delta x}$ показывает, насколько изменяется число молекул в единице объема при перемещении вдоль оси X на единицу расстояния.

Ввиду беспорядочности движения молекул можно полагать (см. § 48), что 1/6 всех молекул, находящихся в 1 $м^3$, движется вдоль оси X по направлению к площадке ΔS.

За время Δt при средней арифметической скорости движения молекул v через площадку ΔS пройдет столб газа объемом $v\cdot\Delta t\cdot\Delta S$. Следовательно,

$$n_1=\frac{1}{6}\left(n_0+\frac{\Delta n_0}{\Delta x}\lambda\right)v\cdot\Delta t\cdot\Delta S,$$

а

$$n_2=\frac{1}{6}\left(n_0-\frac{\Delta n_0}{\Delta x}\lambda\right)v\cdot\Delta t\cdot\Delta S,$$

откуда

$$n_1-n_2=\frac{1}{6}\cdot 2\frac{\Delta n_0}{\Delta x}\lambda v\cdot\Delta t\cdot\Delta S=\frac{1}{3}\lambda v\frac{\Delta n_0}{\Delta x}\cdot\Delta S\cdot\Delta t,$$

что будет соответствовать массе продиффундировавшего газа

$$\Delta m=(n_1-n_2)\,m_0,$$

где m_0 — масса одной молекулы газа, т. е.

$$\Delta m=\frac{1}{3}\lambda v\frac{\Delta n_0\cdot m_0}{\Delta x}\cdot\Delta S\cdot\Delta t.$$

Но $\Delta n_0\cdot m_0/\Delta x$ — это градиент концентрации газа $\Delta c/\Delta x$ [см. формулу (76)], так как $m_0\cdot\Delta n_0$ есть изменение массы газа в единице объема при изменении расстояния вдоль оси X на величину Δx.

Сопоставляя полученную формулу с формулой Фика (76), убеждаемся в их полной аналогии. Коэффициент диффузии D оказался равным

$$D=\frac{1}{3}v\lambda, \tag{77}$$

где v — средняя арифметическая скорость движения молекул; λ — средняя длина свободного пробега.

Так как $v \approx 1{,}6\sqrt{RT/\mu}$ [см. формулу (63)], а средняя длина свободного пробега λ (при $\rho = \text{const}$) не зависит от температуры, коэффициент диффузии D пропорционален $\sqrt{T}$. Величина λ обратно пропорциональна давлению газа p [см. формулу (69)], поэтому и коэффициент диффузии будет тоже обратно пропорционален давлению газа. Наконец, при одинаковых температуре T и давлении p для различных газов коэффициент диффузии

$$D \sim \sqrt{\frac{1}{\mu}}.$$

§ 60. Внутреннее трение в газах

На рис. 47 изображен электродвигатель M, на ось которого горизонтально насажен диск A; на некотором расстоянии от него подвешен картонный диск B. При вращении диска A диск B также приходит во вращательное движение в том же направлении.

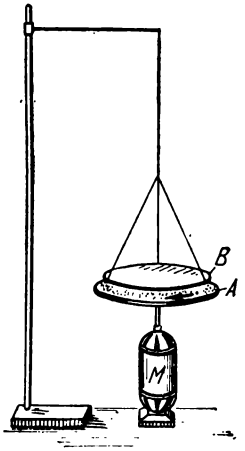


Рис. 47

При своем вращении диск A увлекает соприкасающиеся с ним слои воздуха, они приводят в движение следующие слои и т. д., которые в конце концов вовлекают во вращение диск B. Рассмотренное явление связано с внутренним трением в газах.

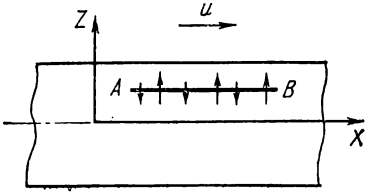


Рис. 48

Пусть по трубе (рис. 48) движется газ, причем скорость течения возрастает по мере приближения к оси трубы. В таком случае смежные слои газа движутся с различными скоростями. Молекулы газа, расположенного под границей раздела AB, обладают бо́льшим импульсом, чем молекулы, расположенные над ней. При своем тепловом движении они будут переносить больший импульс, чем молекулы во встречном направлении. Пользуясь рассуждениями, подобными изложенным в § 59, можно сказать, что за время Δt через площадку ΔS при градиенте скорости течения $\Delta u/\Delta z$ из нижнего слоя текущего газа в верхний переносится импульс, равный

$$F \cdot \Delta t = \frac{1}{3} m_0 n_0 \lambda v \frac{\Delta u}{\Delta z} \cdot \Delta S \cdot \Delta t, \qquad (*)$$

где v — средняя скорость теплового движения молекул; u — скорость течения газа. Сокращая обе части равенства (*) на Δt, имеем

$$F = \frac{1}{3} m_0 n_0 \lambda v \frac{\Delta u}{\Delta z} \Delta S.$$

Полученная формула аналогична формуле Ньютона (см. § 31), согласно которой

$$F = \mu \frac{\Delta u}{\Delta z} \Delta S,$$

следовательно, коэффициент внутреннего трения газа оказывается равным $\frac{1}{3} m_0 n_0 \lambda v$.

Произведение $m_0 n_0$, т. е. массы одной молекулы на число их в единице объема, выражает плотность ρ газа. Таким образом,

$$\mu = \frac{1}{3} \rho \lambda v. \tag{78}$$

§ 61. Теплопроводность газов

Явление теплопроводности заключается в переносе некоторой теплоты от слоев газа, обладающих более высокой температурой, к слоям газа с более низкой температурой.

Если изменение температуры происходит вдоль оси X, отношение $\Delta T/\Delta x$ будет являться градиентом температуры.

Французский ученый Фурье дал формулу для теплоты ΔQ, перенесенной за время Δt через площадку ΔS, расположенную перпендикулярно тепловому потоку [1]:

$$\Delta Q = \varkappa \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \, \Delta t. \tag{79}$$

Коэффициент пропорциональности $\varkappa$ носит название *коэффициента внутренней теплопроводности*. Он численно равен теплоте, проходящей за $\Delta t = 1$ *сек* через площадку $\Delta S = 1$ *м*^{2}, расположенную перпендикулярно направлению распространения теплоты при градиенте температуры 1 *град/м*.

Из формулы (79) следует, что коэффициент $\varkappa$ измеряется в *дж/(м·град·сек)*.

При помощи кинетической теории газов, применяя рассуждения, близкие к тем, которые были изложены при изучении процессов диффузии, можно подсчитать избыточную теплоту ΔQ, переносимую молекулами за время Δt через площадку ΔS с той стороны, где температура газа выше.

---

[1] Формула Фурье была выведена для случая распространения теплоты в твердых телах. Она может быть применена для жидкостей и газов, если процесс передачи теплоты происходит путем теплопроводности без участия конвекции.

Окончательно полученная таким образом формула имеет вид

$$\Delta Q = \frac{1}{3} c_V \rho v \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t \qquad (79а)$$

и соответствует формуле Фурье, причем коэффициент внутренней теплопроводности $\varkappa$ оказывается равным

$$\varkappa = \frac{1}{3} c_V \rho v \lambda. \qquad (80)$$

Как было сказано в § 58, процессы диффузии, внутреннего трения и теплопроводности носят общее название *явлений переноса*. При диффузии переносятся сами молекулы газа. При внутреннем трении происходит перенос молекулами импульса из одной части газа в другую. Явление теплопроводности связано с переносом энергии молекулами газа из областей с более высокой температурой к части газа, где температура ниже.

Формулы Фика, Ньютона и Фурье:

$$\Delta m = D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t,$$

$$F \cdot \Delta t = \mu \frac{\Delta u}{\Delta z} \cdot \Delta S \cdot \Delta t,$$

$$\Delta Q = \varkappa \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t,$$

характеризующие эти процессы, имеют общую структуру.

Коэффициенты D, μ и $\varkappa$ на основании выводов кинетической теории газов и опытов по изучению соответствующих процессов оказываются равными:

$$D = \frac{1}{3} v \lambda,$$

$$\mu = \frac{1}{3} v \rho \lambda,$$

$$\varkappa = \frac{1}{3} v \rho c_V \lambda.$$

Зная D и вычислив v при данной температуре газа по формуле (63), можно найти среднюю длину λ свободного пробега молекул согласно выражению (77).

Точно так же можно найти λ, пользуясь формулами (78) или (80).

Выводы кинетической теории газов не являются в высокой степени точными и позволяют получить только приблизительную оценку средних длин свободного пробега молекул газа при разных условиях.

Вопросы и задачи для повторения

82. На рис. 49 изображен прибор Анселя, с помощью которого можно обнаружить появление в воздухе какого-либо более легкого, чем воздух, газа (например, метана в шахтах). В два сообщающихся сосуда налита ртуть. Правый сосуд оканчивается пористым цилиндром B. Левый сосуд A открыт. Над поверхностью ртути

в нем расположена металлическая игла C. Прибор включен в электрическую цепь — один провод от источника тока $\mathscr{E}$ присоединен к игле, другой соединен с ртутью. Объясните, почему при появлении в воздухе метана или другого легкого газа цепь замыкается и звонок K начинает звонить.

83. Как следует изменить конструкцию прибора, описанного в предыдущей задаче, чтобы при его помощи можно было обнаружить появление в воздухе более тяжелого, чем воздух, газа?

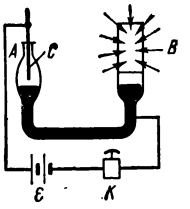


Рис. 49

84. Как найти импульс, которым обладает молекула, зная массу и кинетическую энергию ее поступательного движения?

85. При какой температуре средняя арифметическая скорость молекул кислорода будет 500 *м/сек*?

86. Вычислить массу 1 *кмоля* газа, средняя квадратичная скорость движения молекул которого при 320 °К равна 350 *м/сек*.

87. Плотность некоторого газа при нормальных условиях 0,09 *кг/м*^{3}. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа.

88. Чему равна средняя квадратичная скорость взвешенной в воздухе микроскопической пылинки массой 10^{-12} *г* при температуре 120° С?

89. Сколько должно быть молекул водорода, чтобы их полная кинетическая энергия при температуре 32 °С была равна 1 *дж*?

90. Как, зная число Авогадро и массу 1 *кмоля* газа, найти число его молекул в 1 *г*?

91. Почему удельная теплоемкость газа при постоянном давлении больше удельной теплоемкости его при постоянном объеме?

92. Теоретически подсчитать удельные теплоемкости метана (CH_4) при постоянном объеме и постоянном давлении.

93. Сколько теплоты требуется для нагревания 10 *г* водорода от 300 до 350 °С при постоянном давлении?

94. В закрытом сосуде находится 14 *г* азота при давлении 1 *ат* и температуре 27 °С. После нагревания давление азота повысилось до 5 *ат*. Какое количество теплоты было сообщено газу?

95. Вычислить удельные теплоемкости c_p и c_V газа, для которого отношение $c_p/c_V = 1{,}4$ и $\mu = 28$ *г/моль*.

ГЛАВА ВОСЬМАЯ

ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 62. Две формы передачи энергии

Ранее было указано, что работа — это процесс передачи энергии от одной материальной системы к другой. В природе существует еще одна форма передачи энергии — теплообмен, или теплопередача. Когда два тела с разной температурой (т. е. различной интенсивностью теплового движения молекул) приходят в контакт, внутренняя энергия горячего тела частично передается холодному телу до тех пор, пока их температуры не сравняются. Количественной характеристикой этого процесса является теплота, переданная от одного тела к другому.

Однако между работой и теплообменом имеется существенное различие. Работа является универсальной и основной формой передачи энергии; в процессе работы могут происходить любые превращения энергии, в том числе механической энергии во внутреннюю (на-

пример, при сжатии газа) и внутренней в механическую (например, при расширении газа). Теплообмен же — это специфическая форма передачи внутренней энергии и притом только от нагретого тела к холодному. Этот процесс всегда является необратимым. Подробнее об обратимых и необратимых процессах мы будем говорить в § 70.

§ 63. Первое начало термодинамики

Термодинамикой называется раздел физики, в котором изучаются физические процессы с точки зрения происходящих в них превращений энергии с учетом двух форм ее передачи: работы и теплообмена. Термодинамика совсем не рассматривает самого механизма явлений и ограничивается лишь общими энергетическими соображениями, основанными на двух законах, получивших название «начал».

Первое начало термодинамики — это обобщенный закон сохранения энергии применительно к тепловым процессам. Оно может быть записано в следующем виде:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A, \tag{81}$$

где ΔQ — это количество теплоты, сообщенное газу, ΔU — изменение внутренней энергии газа, а ΔA — работа, совершенная газом против внешних сил.

Эта формула является следствием закона сохранения энергии. Ее можно переписать в виде

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta A', \tag{82}$$

где $\Delta A'$ — работа, совершенная над газом внешними силами.

Применяя формулу (82) к газам, можно сказать, что увеличение внутренней энергии газа может происходить за счет получения газом некоторой теплоты извне (при нагревании газа) и за счет работы внешних сил (при сжатии газа внешние силы совершают работу, газ при этом нагревается, внутренняя энергия его увеличивается). Все величины в этой формуле должны быть выражены в одинаковых единицах (например, в джоулях).

Из первого начала термодинамики вытекает невозможность создания так называемого вечного двигателя первого рода, который, повторяя произвольное число раз один и тот же процесс, производил бы работу в количестве, большем, чем он получает извне энергии.

§ 64. Изохорический и изобарический процессы

Формула (82) может быть использована для любого газового процесса. Проще всего применить ее для изохорического процесса. При изохорическом нагревании объем газа не изме-

няется, а следовательно, никакой работы против внешних сил газ не совершает, т. е. $\Delta A = 0$. Формула (81) принимает вид

$$\Delta Q = \Delta U,$$

т. е. *вся сообщенная газу извне теплота при его изохорическом нагревании полностью расходуется на увеличение внутренней энергии газа.*

При изобарическом нагревании газ расширяется, часть сообщенной ему теплоты идет на увеличение внутренней энергии газа, остальная часть — на работу газа против внешних сил.

Подсчитаем работу при изобарическом расширении газа. Сила, с которой газ давит на поршень, равна $F = pS$, где p — давление (см. рис. 39).

При расширении газа поршень поднимается на высоту Δh, при этом газ совершает работу

$$\Delta A' = F \cdot \Delta h = pS \cdot \Delta h.$$

Но $S \cdot \Delta h$ есть увеличение объема газа (ΔV). Следовательно,

$$\Delta A' = p \cdot \Delta V, \qquad (83)$$

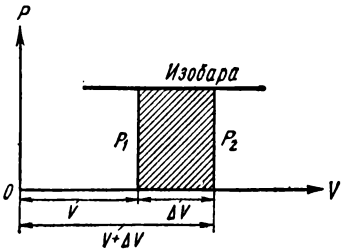


Рис. 50

т. е. *работа при изобарическом расширении газа равна произведению давления газа на увеличение его объема.*

На рис. 50 изображена изобара в координатных осях p, V. Работа газа численно равна заштрихованной площади, основанием которой является ось X, боковыми сторонами — координаты, соответствующие начальному и конечному давлениям ($p_1 = p_2 = p$), а верхняя часть площади ограничена изобарой.

§ 65. Изотермический процесс

При изотермическом процессе температура газа сохраняется постоянной, вследствие этого его внутренняя энергия не изменяется, т. е. $\Delta U = 0$ и

$$U = \frac{i}{2} BT = \text{const};$$

уравнение первого начала термодинамики (81) принимает вид

$$\Delta Q = \Delta A.$$

При изотермическом нагревании вся сообщенная газу теплота используется на работу газа против внешних сил.

Так как при расширении газа давление его постепенно уменьшается, формулу (83) для вычисления работы газа применить нельзя (она дана для случая, когда $p = \text{const}$).

Найдем работу dA при бесконечно малом расширении газа, так как при этом можно пренебрегать бесконечно малыми изменениями давления, считая его постоянным:

$$dA = p \cdot dV. \qquad (*)$$

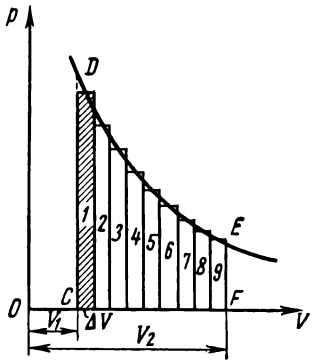


Рис. 51

Из формулы Клапейрона—Менделеева для 1 *кмоля* газа находим p и подставляем это значение в выражение (*):

$$dA = \frac{RT}{V} dV.$$

Полная работа при расширении газа от объема V_1 до V_2 может быть найдена как определенный интеграл, т. е.

$$A = \int_{V_1}^{V_2} dA = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT (\ln V_2 - \ln V_1),$$

или

$$A = RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \qquad (84)$$

На рис. 51 изображена изотерма газа. При расширении газа от первоначального объема V_1 на малую величину ΔV можно полагать, что его давление сохраняется неизменным и работа по расширению выразится площадью заштрихованного прямоугольника *1*. При каждом последующем расширении газа на малые объемы работы выразятся соответствующими площадями *2*, *3*, *4*, ... Если уменьшить интервалы ΔV, сумма площадей всех прямоугольников *1*, *2*, *3*, *4*, ... в пределе будет равна площади фигуры $CDEF$, т. е. работе при изотермическом расширении газа от объема V_1 до V_2.

§ 66. Адиабатный процесс. Уравнение Пуассона

Изменения состояния газа, происходящие без теплообмена с окружающей средой, носят название адиабатных процессов. Они происходят так, как будто газ окружен абсолютно нетеплопроводной оболочкой. Применяя формулу первого начала термодинамики к адиабатным процессам, отмечаем, что член ΔQ обращается в нуль, так как газ не получает извне и не отдает тепла в окружающее пространство. В таком случае

$$\Delta U + \Delta A = 0,$$

или

$$\Delta A = -\Delta U,$$

т. е. работа при адиабатном процессе происходит только за счет внутренней энергии. При расширении газ совершает работу против внешних сил и охлаждается, теряя свою внутреннюю энергию. При сжатии внешние силы совершают работу, вызывая нагревание газа, т. е. увеличение его внутренней энергии.

Быстро протекающие процессы сжатия и расширения газа можно считать приближающимися к адиабатным, так как за короткое время теплота не успевает отводиться из рассматриваемого объема. Процессом, близким к адиабатному, можно считать процесс сжатия газа в дизельном двигателе. При первом такте работы дизельного двигателя воздух засасывается в цилиндр, при втором такте воздух сжимается и столь сильно нагревается, что вбрызгиваемое при третьем такте горючее воспламеняется. Так как сжатие воздуха в цилиндре дизельного двигателя происходит очень быстро, то, пренебрегая потерями теплоты за это короткое время через стенки цилиндра, процессы, происходящие при этом, можно считать адиабатными. Они были изучены французским физиком Пуассоном (1781—1840).

Напишем уравнение первого начала термодинамики для адиабатного процесса в дифференциальном виде:

$$dA = -dU. \qquad (*)$$

Элементарная работа по расширению газа $dA = p \cdot dV$, а изменение внутренней энергии $dU = c_V m \cdot dT$, следовательно,

$$p \cdot dV = -c_V m \cdot dT.$$

Разделив почленно это равенство на выражение (56):

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

получим

$$\frac{dV}{V} = -\frac{\mu c_V}{R} \cdot \frac{dT}{T},$$

или

$$\frac{R}{\mu c_V} \cdot \frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T}.$$

Это можно переписать иначе:

$$d\left(\frac{R}{\mu c_V} \ln V\right) = -d(\ln T).$$

Равенство дифференциалов двух величин показывает, что эти величины отличаются друг от друга на постоянную величину, т. е.

$$\frac{R}{\mu c_V} \ln V + \ln T = \text{const},$$

или

$$\ln\left(V^{\frac{R}{\mu c_V}} \cdot T\right) = \text{const}. \qquad (**)$$

Преобразуем показатель степени в выражении (**). Мы знаем, что согласно формуле (71) $\mu c_p - \mu c_V = R$, откуда

$$\frac{R}{\mu c_V} = \frac{\mu c_p - \mu c_V}{\mu c_V} = \frac{c_p - c_V}{c_V} = \frac{c_p}{c_V} - 1 = \gamma - 1.$$

Следовательно, выражение (**) запишется в виде

$$\ln(V^{\gamma-1} T) = \text{const}.$$

Если логарифм некоторой величины является const, сама величина также постоянна, т. е.

$$V^{\gamma-1}T = \text{const}.$$

При адиабатном процессе произведение объема в степени $(\gamma - 1)$ *на соответствующую абсолютную температуру есть для данной массы газа величина постоянная,* т. е.

$$V_1^{\gamma-1}T_1 = V_2^{\gamma-1}T_2.$$

Это выражение можно переписать иначе:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}. \tag{85}$$

При адиабатном процессе объем некоторой массы газа в степени $(\gamma - 1)$ *обратно пропорционален его абсолютной температуре.*

Из формулы объединенного закона Бойля—Мариотта и Гей-Люссака следует, что

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2}. \tag{***}$$

Перемножая почленно выражения (85) и (***), получим

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}. \tag{86}$$

Это уравнение устанавливает связь между объемом и давлением при адиабатном процессе. *Давление некоторой массы газа при адиабатном процессе обратно пропорционально его объему в степени* γ.

Выражение (86) можно переписать иначе:

$$pV^{\gamma} = \text{const}.$$

Произведение давления на соответствующий объем в степени γ *есть для данной массы газа при адиабатном процессе величина постоянная.* Это заключение является *уравнением Пуассона.*

Возведем выражение (86) в степень $\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)$:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

и сопоставим его с равенством (85). Так как левые части их равны, равны и правые части, т. е.

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_2}{T_1}. \tag{87}$$

Это уравнение устанавливает связь между давлением и абсолютной температурой газа при адиабатном процессе. *Давление некоторой массы газа в степени* $\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)$ *при адиабатном процессе прямо пропорционально его абсолютной температуре.*

Проведем сопоставление изотермы с адиабатой. На диаграмме p, V рис. 52 точка *1* изображает состояние некоторой массы газа.

Уменьшим объем газа вдвое. При изотермическом сжатии давление возрастает в два раза (точка *2*). При уменьшении объема в 3, 4, 5, ... раз давление соответственно увеличивается в 3, 4, 5, ... раз. Соединяя эти точки, получим известную нам *изотерму*. Будем теперь подвергать газ адиабатному сжатию. Из формулы (86) следует, что при уменьшении объема вдвое давление газа увеличивается в 2^γ раз, где $\gamma = \frac{c_p}{c_V} > 1$, т. е. больше чем в два раза, и на графике новое состояние газа будет отмечено точкой *2'*. При адиабатном сжатии газа в 3, 4, 5, ... раз его давление возрастает в 3^γ, 4^γ, 5^γ, ... раз, что изобразится на графике точками *3'*, *4'*, *5'*, ... Соединяя эти точки плавной кривой, получим *адиабату*. Легко видеть, что *адиабата расположена круче изотермы*.

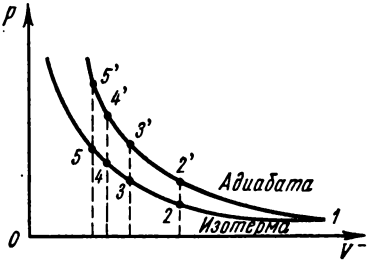


Рис. 52

К этому же выводу можно прийти путем рассуждений. При изотермическом сжатии газа его давление растет обратно пропорционально объему. При адиабатном сжатии кроме возрастания давления, которое происходило бы по закону Бойля—Мариотта в случае неизменной температуры, происходит дополнительное увеличение давления, вызванное нагреванием газа, вследствие чего оно нарастает быстрее, чем при изотермическом процессе.

При адиабатном расширении газа работа происходит только за счет потери его внутренней энергии, т. е.

$$\Delta A = -c_V m \cdot \Delta T.$$

При изменении температуры на $\Delta T = T_2 - T_1$ совершается работа

$$A = -c_V m (T_2 - T_1) = c_V m (T_1 - T_2),$$

или

$$A = c_V m T_1 (1 - T_2/T_1).$$

Заменяя согласно формуле (85) T_2/T_1 через $(V_1/V_2)^{\gamma-1}$, получаем

$$A = c_V m T_1 [1 - (V_1/V_2)^{\gamma-1}].$$

Путем некоторых преобразований эта формула может быть приведена к виду

$$A = \frac{BT_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]. \qquad (88)$$

§ 67. Круговые процессы (циклы)

Пусть сжатый газ, находящийся в цилиндре, имеет давление p_1 и занимает объем V_1. Его состояние на графике с координатными осями p, V изобразится точкой *1* (рис. 53). При расширении газа его объем возрастает до значения V_2, а давление уменьшается до p_2.

Конечное состояние газа отмечено на графике точкой *2*. Обозначим первоначальную температуру газа через T_1, а конечную — через T_2.

Работа A_1, совершенная газом при его расширении, могла произойти либо вследствие сообщения ему некоторой теплоты Q_1 извне, либо в результате уменьшения его внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1$, где U_1 — внутренняя энергия газа в начальном состоянии, а U_2 — в конечном состоянии, либо вследствие обеих этих причин вместе. По формуле (81) имеем

$$Q_1 = A_1 + (U_2 - U_1). \qquad (*)$$

Работа A_1 может быть найдена как площадь фигуры *C1a2D*.

Начнем сжимать газ и возвратим его в первоначальное состояние таким образом, чтобы он вновь занял объем V_1, а его давление сделалось равным p_1. Из формулы Клапейрона—Менделеева $pV = RT$ следует, что если объем и давление газа сохранили первоначальноез начение, то и температура его T_1 осталась прежней, иначе говоря, внутренняя энергия газа вновь стала равной U_1.

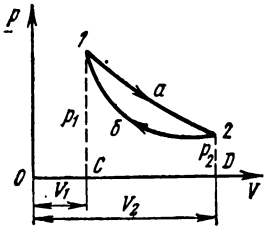


Рис. 53

Если процесс сжатия будем производить при более низких температурах, чем процесс расширения, то кривая *2б1*, характеризующая сжатие газа, расположится ниже кривой *1a2*, изображающей процесс расширения. При сжатии внешние силы совершат работу A_2, часть которой может быть передана внешним телам в виде некоторой теплоты Q_2, часть же пойдет на увеличение внутренней энергии газа $(U_1 - U_2)$, т. е.

$$A_2 = Q_2 + (U_1 - U_2). \qquad (**)$$

Весь процесс изобразится кривой *1a2б1*. Он носит название *кругового процесса,* или *цикла.*

При расширении газа им была совершена работа против внешних сил, равная A_1. При сжатии газа внешние силы совершали над ним работу A_2. Первая из них выражается площадью *C1a2D*, вторая — площадью *D2б1C*. Вся работа, совершенная газом против внешних сил при цикле, равна $(A_1 - A_2)$ и измеряется площадью *1a2б1*. Вычитая из равенства (*) выражение (**), найдем работу ΔA:

$$\Delta A = A_1 - A_2 = Q_1 - (U_2 - U_1) - Q_2 - (U_1 - U_2);$$

так как $(U_2 - U_1) = -(U_1 - U_2)$, то получим

$$\Delta A = A_1 - A_2 = Q_1 - Q_2.$$

Эта работа была совершена вследствие превышения теплоты Q_1, полученной газом от внешних тел при расширении, над теплотой Q_2, отданной им при сжатии, т. е. за счет разности $(Q_1 - Q_2)$. Цикл такого рода носит название *прямого цикла,* а процесс, характеризуемый таким циклом, применяется в *тепловой машине.* В ней рабочее вещество

(газ или пар) получает от нагревателя некоторую теплоту Q_1, а отдает холодильнику теплоту Q_2. Отношение

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \tag{89}$$

показывает, какая доля полученной от нагревателя теплоты превращена в работу, и носит название *коэффициента полезного действия тепловой машины.*

Если при круговом процессе газ, расширяясь, совершает работу против внешних сил, меньшую той работы, которую производят внешние силы при его сжатии, т. е. $A_1 < A_2$, то такой цикл носит название *обратного.* Он может происходить в том случае, когда расширение газа происходит при более низкой температуре, чем сжатие.

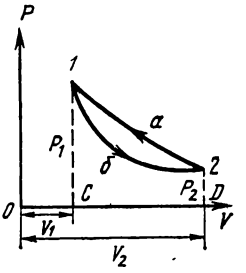


Рис. 54

На рис. 54 показан график такого процесса. Расширение газа происходит по кривой *1б2*, а сжатие — по кривой *2а1*. Площадь фигуры *1а2б* выражает ту избыточную работу, которую производят внешние силы при сжатии газа. В этом случае газ отдает больше теплоты, чем поглощает при расширении. Машины, работающие по обратному циклу, носят название *холодильных.*

В холодильных машинах расширение газа происходит при более низкой температуре, чем сжатие. Поэтому машина отнимает от более холодного тела некоторую теплоту Q_1 и передает более горячему теплоту Q_2, что вызывает дальнейшее охлаждение более холодного тела. Этот процесс переноса теплоты от холодного тела к более горячему требует затраты работы внешних сил $(A_2 - A_1)$.

§ 68. Второе начало термодинамики

В предыдущем параграфе была выведена формула (89) для к. п. д. тепловой машины, которая получает от нагревателя теплоту Q_1 и часть ее Q_2 отдает холодильнику, совершая работу за счет разности теплот $(Q_1 - Q_2)$. Чем выше к. п. д. тепловой машины, тем она выгоднее; наилучшей была бы такая машина, к. п. д. которой равнялся бы единице, т. е. она могла бы полностью превращать в работу всю полученную от некоторого тела теплоту, ничего не отдавая холодильнику. Многочисленные опыты показали невозможность создания подобной машины.

Французский ученый Сади Карно в 1824 г. впервые сделал этот вывод, в дальнейшем он был подтвержден Клаузиусом (1850 г.) и Кельвином (1852 г.), которые установили, что *невозможно осуществить такой периодически повторяющийся процесс, единственным следствием*

которого было бы полное превращение в работу теплоты, полученной от нагревателя. Это положение получило название *второго начала термодинамики.*

Двигатель, имеющий к. п. д. 100%, т. е. полностью превращающий в работу всю полученную извне теплоту, получил название *вечного двигателя второго рода.*

Второе начало термодинамики говорит о том, что *вечный двигатель второго рода невозможен.*

§ 69. Цикл Карно

Карно предложил схему идеальной тепловой машины с наивысшим к. п. д. Рассмотрим принцип ее действия.

Пусть имеется цилиндр C (рис. 55), боковые стенки и верхняя часть которого имеют идеально тепловую изоляцию, т. е. покрыты таким воображаемым веществом, через которое теплота не может извне проникать в цилиндр и из цилиндра наружу. Дно цилиндра теплопроводно, однако имеется крышка N из нетеплопроводного вещества, при помощи которой можно сделать его также не проводящим теплоту; откидывая эту крышку, делаем дно теплопроводным. Имеется также нагреватель D, температура которого T_1, и холодильник H, обладающий температурой T_2, причем $T_1 > T_2$. Цилиндр C можно переносить с места на место, пренебрегая той работой, которая при этом совершается.

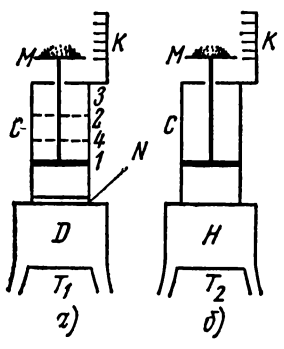


Рис. 55

Пусть температура газа в цилиндре равна температуре нагревателя (T_1), у цилиндра откинута крышка N, т. е. его дно сделано теплопроводным и он поставлен на нагреватель. На штоке поршня имеется площадка M с песком. Сбросим некоторое количество песка на одну из полочек K, газ в цилиндре расширится, при этом температура его понизится. Тотчас же через теплопроводное дно от нагревателя начнет поступать тепло до тех пор, пока температура его вновь не сделается равной T_1 (рис. 55, *а*). Снова сбросим на одну из полочек часть песка, вновь газ расширится и охладится, а от нагревателя станет поступать тепло до тех пор, пока температура его не сделается равной T_1. Таким образом, газ в цилиндре будет постепенно расширяться, совершая при этом работу, а так как температура его будет беспрерывно выравниваться за счет получения теплоты от нагревателя, то процесс расширения газа можно считать изотермическим (см. § 65). На этом этапе вся совершенная газом работа полностью происходит за счет того количества теплоты, которое отдал нагреватель.

Для повторения процесса надо газ предварительно сжать до первоначального объема. Однако, если сжатие производить изотермически при той же температуре T_1, придется совершить столько же

работы, сколько было ее получено при его расширении, т. е. к. п. д. окажется равным нулю.

Совершенно очевидно, что для получения к. п. д., отличного от нуля, необходимо сжатие производить при более низкой температуре, т. е. при сжатии газа цилиндр C нужно помещать на холодильник H.

Однако, если цилиндр с газом держать на нагревателе до тех пор, пока поршень достигнет верхнего положения, а затем для сжатия переставить его на холодильник, будет иметь место бесполезная потеря части внутренней энергии газа. Поместив цилиндр на холодильник, необходимо выждать, пока газ не охладится до температуры T_2 холодильника, и только тогда начинать сжатие. При охлаждении от температуры T_1 до температуры T_2 холодильник получит от газа некоторое количество теплоты, которое будет бесполезно потеряно. Поэтому целесообразно при расширении газа на нагревателе не доводить поршень до верхнего положения, а несколько раньше снять цилиндр с нагревателя, захлопнуть крышку N и производить дальнейшее расширение газа а д и а б а т н о. При этом газ будет совершать работу за счет своей внутренней энергии и температура его станет понижаться. Наиболее выгодным будет случай, когда газ, охлаждаясь при адиабатном расширении, к моменту достижения поршнем верхнего положения достигнет температуры, в точности равной температуре холодильника, т. е. T_2. В таком случае, перенося цилиндр с газом на холодильник, мы избежим отдачи тепла холодильнику.

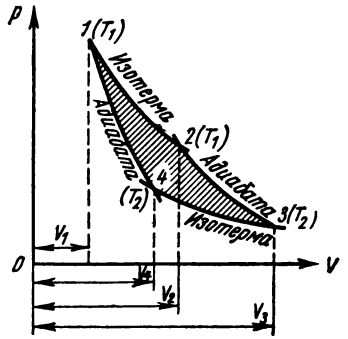


Рис. 56

В какой же момент нужно прекращать изотермическое расширение газа на нагревателе, снимать с него цилиндр с газом, захлопывать крышку N и производить дальнейшее расширение адиабатно?

На рис. 56 представлен график изменения состояния газа в координатных осях p, V. Точка *1* соответствует первоначальному состоянию газа, т. е. объему V_1, давлению p_1 и температуре T_1 (см. также рис. 55, *а*). Проведем из этой точки изотерму. Конечное состояние газа соответствует объему V_3 всего цилиндра, а температура его должна оказаться равной температуре T_2 холодильника. Чтобы найти на графике точку, соответствующую этому состоянию, необходимо знать, какое при этом давление p_3 газа. Из формулы Клапейрона—Менделеева это давление легко найти: $p_3V_3 = BT_2$, так как V_3, T_2 и B нам известны. Строим на графике точку *3* и проводим через нее адиабату, так как газ подходит к этому состоянию при адиабатном расширении. Точка пересечения изотермы и адиабаты (точка *2*) позволит найти тот объем V_2, при котором изотермическое расширение необходимо прекратить и переходить к адиабатному.

По окончании адиабатного расширения, когда поршень дошел до верхнего положения, а газ охладился до температуры T_2, вновь отки-

дывают крышку N и помещают цилиндр с газом на холодильник, температура которого также равна T_2 (см. рис. 55, *б*). Сбрасывают некоторое количество песка с полочек K на площадку M, газ сжимается, а его температура повышается. Холодильник отнимает от газа выделившуюся теплоту и температура вновь становится равной T_2. Снова сбрасывают с полочек K на площадку M песок и т. д. На этом этапе вся совершенная внешними силами работа по сжатию газа целиком превращается в теплоту, которую уносит холодильник.

Если цилиндр с газом держать на холодильнике, продолжая сжимать газ до тех пор, пока его объем не сделается равным первоначальному V_1, а затем для повторения цикла вновь ставить на нагреватель, будет иметь место бесполезная затрата некоторого количества теплоты. Действительно, газ имел температуру холодильника T_2 и, будучи помещен на нагреватель, будет нагреваться на нем до температуры T_1, после чего только можно начинать осуществлять его изотермическое расширение. Целесообразнее в некоторый момент прекратить изотермическое сжатие газа на холодильнике, снять цилиндр с газом с холодильника, захлопнуть крышку N и производить дальнейшее сжатие газа адиабатно. При этом газ будет нагреваться. Наиболее выгодным будет случай, когда газ, нагреваясь, к моменту достижения поршнем нижнего положения будет иметь температуру нагревателя T_1. В таком случае, перенося газ на нагреватель, мы избежим бесполезной затраты теплоты на его нагревание от температуры T_2 до температуры T_1. Чтобы определить, в какой момент следует снять цилиндр с газом с холодильника и захлопнуть крышку N, производя далее адиабатное сжатие, следует из точки *3* провести изотерму, а из точки *1* — адиабату (см. рис. 56). Точка пересечения изотермы с адиабатой (точка *4*) дает возможность найти тот объем V_4, при котором изотермическое сжатие надо прекратить и переходить к адиабатному.

Подсчитаем к. п. д. идеальной тепловой машины Карно. По формуле (89) имеем

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Теплота Q_1, полученная газом от нагревателя при его изотермическом расширении из состояния *1* до состояния *2*, равна

$$Q_1 = R\frac{m}{\mu} T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Теплота Q_2, отданная газом холодильнику при изотермическом сжатии от объема V_3 до объема V_4, равна

$$Q_2 = R\frac{m}{\mu} T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

Подставляя в формулу (89) вместо Q_1 и Q_2 их значения, получаем

$$\eta = \frac{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}. \qquad (*)$$

Напишем уравнение для адиабатного расширения газа от объема V_2 до V_3 [см. формулу (85)]:

$$\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Напишем аналогичное уравнение для адиабатного сжатия газа от объема V_4 до V_1:

$$\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1},$$

откуда

$$\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1},$$

или

$$\frac{V_1}{V_4} = \frac{V_2}{V_3}; \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Заменяя в формуле (*) $\frac{V_3}{V_4}$ через $\frac{V_2}{V_1}$ и сокращая на $\ln \frac{V_2}{V_1}$, получим

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \qquad (90)$$

Этот вывод можно выразить следующими словами: *термический к. п. д. цикла Карно не зависит от природы рабочего тела и является только функцией температур нагревателя* (T_1) *и холодильника* (T_2). Это заключение получило название *теоремы Карно.*

Чтобы повысить к. п. д. идеальной тепловой машины Карно, необходимо, чтобы температура нагревателя была возможно выше, а температура холодильника — ниже.

Пример. Пусть $T_1 = 373°$, $T_2 = 273°$. Имеем

$$\eta = 1 - 273/373 \approx 0{,}27.$$

Если температура нагревателя повысилась на 150°, а температура холодильника понизилась на 20°, то

$$\eta = 1 - 253/523 \approx 0{,}52.$$

К. п. д. всякой реальной тепловой машины, работающей не по циклу Карно, всегда ниже значения $(1 - T_2/T_1)$.

§ 70. Обратимые и необратимые процессы

В § 62 мы упомянули об обратимых и необратимых процессах. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Процесс называется обратимым, если при прохождении его системой сначала в прямом, а затем в обратном направлении она возвращается в первоначальное состояние и при этом в первоначальное состояние возвращаются все взаимодействовавшие с ней тела.

В качестве примера рассмотрим движение тела по наклонной плоскости (рис. 57). В верхнем положении оно имеет запас потенциальной энергии, которая при его движении вниз переходит в кинетическую. Если у основания плоскости установлена абсолютно упругая

стенка, то, ударившись о нее, тело начнет подниматься обратно и его кинетическая энергия вновь будет переходить в потенциальную. При возвращении тела в исходное положение его потенциальная энергия примет прежнее значение, следовательно, во всей системе никаких изменений не произойдет, т. е. рассмотренный процесс является обратимым.

Примером обратимого процесса могут также служить незатухающие колебания, совершаемые в вакууме телом, подвешенным на абсолютно упругой пружине. Через каждый период скорость колеблющегося тела и его положение относительно Земли полностью повторяют те значения, которые они имели во время каждого предыдущего колебания.

Конечно, в реальных условиях описанные процессы не являются обратимыми. Тело, скатившееся с наклонной плоскости, при подъеме не вернется в исходное положение, так как часть его механической энергии будет израсходована на преодоление трения и деформацию при ударе. Мы можем «подтолкнуть» его и заставить подняться на

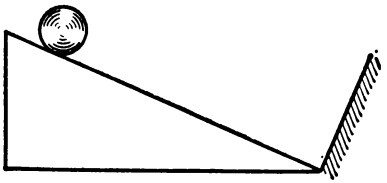


Рис. 57

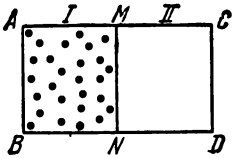


Рис. 58

прежнюю высоту, но для этого нам придется затратить энергию, т. е. в окружающих телах произойдут какие-то изменения, а следовательно, процесс уже нельзя считать обратимым. Колебания пружинного маятника в реальных условиях постепенно затухают, и в конце концов маятник останавливается, так как при каждом колебании часть механической энергии переходит во внутреннюю. Летящая пуля в результате трения о воздух теряет скорость, так как и у нее механическая энергия переходит во внутреннюю энергию как самой пули, так и воздуха. И никогда не бывает, чтобы рассеянная теплота снова превратилась в энергию механического движения пули.

Газ, заключенный в одной половине сосуда *ACDB* (рис. 58), при удалении перегородки *MN* расширится и займет объем всего сосуда. Могут ли молекулы газа, совершая хаотическое движение, снова собраться в одной половине сосуда? Практически этого не происходит. Конечно, можно снова сжать газ и заставить его занять прежний объем *AMNB*, передвигая влево стенку *CD* как поршень. Однако при этом в окружающих телах произойдут изменения, так как придется совершить внешними силами работу. Значит, процесс расширения газа в вакуум является необратимым.

Таким образом, можно сделать заключение, что необратимые процессы в одном направлении проте-

кают самопроизвольно, «сами собой», а в обратном направлении они могут быть осуществлены только в результате работы внешних сил.

Второе начало термодинамики определяет направление процесса. Оно указывает на необратимость процесса одной формы передачи энергии (работа) в другую (теплота). Работа — форма передачи энергии упорядоченного движения тела как целого; теплота — форма передачи энергии неупорядоченного хаотического движения. *Упорядоченное движение может переходить в неупорядоченное самопроизвольно. Обратный переход возможен лишь при условии совершения работы внешними силами.*

§ 71. Вероятность

В предыдущем параграфе было отмечено, что предоставленные сами себе тела стремятся к равновесию: маятник останавливается, между телами разных температур устанавливается тепловое равновесие и т. д.

Но каков физический смысл второго начала термодинамики? Почему предоставленные сами себе тела приближаются к состоянию, когда механическое движение прекратится, а температуры тел уравняются? Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим понятие о вероятности.

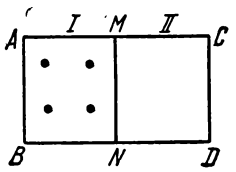


Рис. 59

На шести гранях игральной кости указано различное число очков: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Если подбрасывать кости очень много раз, например 900, то та или иная цифра выпадает примерно одинаковое число раз, т. е. около $\frac{900}{6} = 150$ раз. Вероятность достоверного события (в нашем случае вероятность того, что выпадет какая-то цифра, все равно какая именно) принимается за единицу. Тогда вероятность того, что выпадет определенная цифра, например 4 очка, равна 1/6. Вероятность того, что выпадет какая-нибудь из двух цифр — 4 очка или 5 очков, в два раза больше, т. е. $2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$, так как это событие можно осуществить уже не одним, а двумя способами.

Вероятность события измеряется отношением числа способов его осуществления к числу способов осуществления всех возможных событий.

Рассмотрим с этой точки зрения вопрос о распределении молекул газа по занимаемому им объему.

Разделим мысленно сосуд, в котором находится газ (рис. 59), на две половины: I и II. Пусть в сосуде находятся только четыре молекулы газа. Обозначим их буквами *a*, *b*, *c*, *d*. Все возможные распределения четырех молекул по двум половинам сосуда представлены в таблице на стр. 112.

Как видно из таблицы, более вероятным распределением молекул является такое, при котором в каждой половине сосуда находятся молекулы. Это распределение может быть осуществлено 14 способами, а число всех возможных способов 16, следовательно, вероятность присутствия молекул в обоих половинах сосуда равна $\frac{14}{16} \approx 87{,}5\%$. Вероятность того, что все молекулы соберутся только в одной половине, например в I, намного меньше, она равна $\frac{1}{16} \approx 6\%$.

I	II	
abcd	—	2
—	*abcd*	
abc	*d*	8
acd	*b*	
abd	*c*	
bcd	*a*	
d	*abc*	
b	*acd*	
c	*abd*	
a	*bcd*	
ab	*cd*	6
cd	*ab*	
ac	*bd*	
bd	*ac*	
ad	*cb*	
bc	*ad*	

Если у нас имеется n молекул, то число способов их распределения по двум половинам I и II объема будет равно 2^n. Вероятность распределения, при котором все молекулы окажутся в половине I, равна $1/2^n$. Как мы видели выше, для $n = 4$ эта вероятность равнялась $1/2^n = 1/2^4 \approx 0{,}06$ (т. е. около 6%) при большом числе молекул газа, а именно этот случай, как правило, имеет место на практике; вероятность такого события, чтобы все молекулы оказались в одной половине объема, например в I, а другая половина II оказалась пустой, практически неосуществима.

Наиболее вероятное состояние газа будет такое, при котором имеется примерно одинаковое число молекул, движущихся вправо и влево, вверх и вниз, вперед и назад, причем в каждой половине сосуда находится приблизительно одинаковое число молекул, одинаковая доля быстрых и медленных молекул. Любое отклонение от такого беспорядочного распределения молекул по местам и скоростям связано с уменьшением вероятности.

Явления, связанные с перемещением, с созданием беспорядочного движения, увеличивают вероятность состояния. Значит, эти явления и будут определять естественное направление процессов. *Второе начало термодинамики устанавливает стремление всех тел к наиболее вероятному равновесному состоянию.*

§ 72. Энтропия

Характеризовать степень беспорядочности молекулярного движения с помощью вероятности неудобно. В самом деле, пусть у нас имеется система, состоящая из n независимых частей. Допустим, вероятность состояния первой части W_1, второй W_2 и т. д. Тогда вероятность состояний всей системы согласно правилу умножения вероятностей, известному из математики, будет равна

$$W = W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 \ldots W_n.$$

Удобнее, если величиной, характеризующей систему, будет не произведение величин, характеризующих отдельные ее части, а их сумма. Именно с такими величинами мы встречаемся в механике: энергия системы равна сумме энергий ее невзаимодействующих частей, количество движения (импульс) системы равно сумме количеств движений (импульсов) частей и пр.

Как показал Больцман, функцией, характеризующей меру беспорядочного теплового движения, служит величина S, пропорциональная логарифму вероятности W:

$$S = k \cdot \ln W, \tag{91}$$

где k — постоянная Больцмана [1].

Функция S называется *энтропией*. Поскольку

$$\ln W = \ln W_1 + \ln W_2 + \ln W_3 + \ldots + \ln W_n,$$

то

$$S = k \ln W = k \ln W_1 + k \ln W_2 + \ldots + k \ln W_n$$

и, следовательно,

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n, \tag{92}$$

где S — энтропия системы, а S_1, S_2, ..., S_n — энтропии отдельных ее частей.

Если состояние системы может быть осуществимо одним единственным способом, то его вероятность $W = 1$, а энтропия

$$S = k \ln 1 = 0.$$

Примером может служить любое механическое упорядоченное движение системы (вращение абсолютно твердого тела, при котором все молекулы движутся с одной и той же угловой скоростью). При абсолютном нуле система может находиться только в одном состоянии, при котором все электроны в атомах имеют наименьшее значение энергии, а атомы располагаются в пространстве определенным образом (в узлах кристаллической решетки твердого тела). Так как это состояние является абсолютно упорядоченным, его вероятность $W = 1$, а энтропия $S = 0$.

Энергия является однозначной функцией состояния системы (см. § 19), то же можно сказать и об энтропии. Поскольку энтропия характеризует степень беспорядочности молекулярного движения, в двух тождественных состояниях энтропия одинакова. Иными словами, *при совершении системой любого процесса, в результате которого она вновь возвращается в исходное состояние, изменение энтропии равно нулю*. Следовательно, при обратимых процессах энтропия не изменяется. При необратимых процессах вероятность состояния, а значит, и энтропия возрастают. Основываясь на вышеизложенном, можно следующим образом сформулировать второе начало термодинамики: *возможны лишь такие процессы, при которых энтропия не*

[1] Расчеты, которые здесь не приводятся, показывают, что в качестве коэффициента пропорциональности наиболее удобна постоянная Больцмана.

изменяется или возрастает. Математически это положение можно записать в виде неравенства

$$\Delta S \geqslant 0, \tag{93}$$

называемого *неравенством Клаузиуса*.

Теперь, когда установлен физический смысл энтропии, найдем ее математическое выражение. Из формул для коэффициента полезного действия (89) и (90) следует, что

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

или

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

откуда

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Если принять во внимание, что Q_2 — теплота, отдаваемая рабочим телом холодильнику, и следовательно, она отрицательна, то

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \tag{94}$$

Величина, равная отношению Q/T, т. е. отношению количества теплоты, переданной рабочему веществу (или рабочим веществом), к абсолютной температуре, при которой происходила эта передача, называется *приведенной теплотой*. Следовательно, для цикла Карно алгебраическая сумма приведенных теплот равна нулю. Можно показать, что положение справедливо для любого обратимого кругового процесса. В общем случае формула (94) может быть записана так:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \tag{94а}$$

Так как интеграл, взятый по замкнутому контуру, равен нулю, то подынтегральное выражение $\frac{dQ}{T}$ представляет собой полный дифференциал некоторой функции, не зависящей от пути, каким система пришла в это состояние. Следовательно,

$$\frac{dQ}{T} = dS.$$

Функцию S впервые ввел в рассмотрение Клаузиус и назвал ее энтропией. Однако физический смысл энтропии стал понятен лишь после того, как Больцман показал связь энтропии и вероятности состояния. Наряду с энергией энтропия является важнейшей характеристикой состояния системы.

Из определения энтропии ясно, что в СИ энтропия измеряется в джоулях на градус (*дж/град*) или в расчете на 1 *кмоль* — в *дж/(кмоль·град)*.

Пример. Определить изменение энтропии 200 *г* воды, охлаждаемой от 18° до 0 °С.

Находим

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{cm \cdot dT}{T} = cm \ln \frac{T_2}{T_1} = 4190 \cdot 0{,}2 \cdot \ln \frac{273}{291} \approx -54 \text{ дж/град}.$$

§ 73. Статистический характер второго начала термодинамики. Гипотеза о «тепловой смерти» Вселенной

Второе начало термодинамики не является, подобно первому началу, универсальным законом. Рассмотрим границы его применимости.

Случаи уменьшения энтропии не исключены. Закон возрастания энтропии неукоснительно выполняется для очень большого числа молекул, составляющих систему, т. е. имеет статистический характер. Действительно, для четырех молекул, как мы видели, возможен процесс с уменьшением энтропии: все четыре молекулы могут собраться в одной половине сосуда. Однако при большом числе молекул этот процесс практически невозможен. Наглядным примером принципиальной возможности процесса, при котором энтропия уменьшается, может служить броуновское движение. Под влиянием нескомпенсированных ударов молекул броуновская частица может, например, переместиться вверх против силы тяжести. При этом некоторое количество теплоты самопроизвольно превращается в работу. Объяснение здесь то же, что и в рассмотренном выше случае. В системе из малого числа молекул вероятность равновесного состояния незначительно превосходит вероятность неравновесного и может иметь место уменьшение энтропии.

Второе начало термодинамики отражает определенную направленность тепловых процессов. Все самопроизвольно возникающие процессы, в которых происходят превращения внутренней энергии, протекают в направлении выравнивания температур и не приводят к увеличению разностей температур. Но чем меньше разность температур, тем меньше возможность для превращения внутренней энергии в механическую, тем ниже к. п. д. тепловых машин.

Обобщая эту закономерность на всю природу в целом, физики-идеалисты выдвинули гипотезу о неизбежности наступления такого состояния во Вселенной, когда все формы энергии будут превращены во внутреннюю и температуры всех тел сравняются. Такое превращение всех видов энергии во внутреннюю в условиях, исключающих возможность ее превращения в другие виды энергии, означало бы прекращение всех макроскопических физических процессов. Наступила бы «тепловая смерть» Вселенной. В природе осталась бы лишь одна форма движения материи — беспорядочное хаотическое движение, утратившее возможность каких-либо превращений.

Как показал Энгельс, эта гипотеза носит реакционный характер и является лженаучной. Представление о неизбежности «тепловой

смерти» Вселенной молчаливо допускает существование внемирового творца. Если Вселенная умирает, значит, она была когда-то создана. Эта гипотеза была нужна угнетающим классам как научное обоснование религии. Энгельс показал также ее научную несостоятельность. У нас нет никаких оснований для того, чтобы обобщения закономерностей, установленных при изучении ограниченной области явлений, переносить на всю природу в целом, на всю Вселенную, не ограниченную ни в пространстве, ни во времени.

Между тем все развитие естествознания и особенно новейшие физические открытия свидетельствуют о том, что в природе существует круговорот превращений, что движение материи не может утрачивать своей способности к превращениям. Как указал Энгельс, эти превращения осуществляются лишь в определенных условиях, но эти условия неизбежно возникают в природе, хотя бы для этого потребовались миллиарды лет.

Сущность второго начала термодинамики и заключается в том, что оно формулирует те условия, в которых происходят превращения энергии в механическую. Второе начало термодинамики имеет смысл только в ограниченной области. Все выводы термодинамики, так же как и все ее основные понятия (теплообмен, температура), имеют смысл только при рассмотрении определенной области явлений.

Сторонники гипотезы о «тепловой смерти» ссылаются на то, что нам неизвестны все детали происходящего в природе круговорота превращения движений. Конечно, мы не сможем проследить этот круговорот во всех его подробностях. Природа бесконечно сложна, и процесс ее познания вечно будет развиваться. Но мы все время будем уточнять эти представления, овладевать новыми формами превращения движения, подчинять их себе и оказывать все более мощное воздействие на природу.

Вопросы и задачи для повторения

96. Примените формулу первого начала термодинамики ко всем известным вам газовым процессам.

97. Углекислый газ, нагреваясь от 15 до 35 °С, расширяется при постоянном давлении. Определить работу расширения, если масса газа 2 *кг*.

98. До какой температуры был изобарически нагрет кислород, взятый при 0 °С, если при его расширении совершена работа 5 *кдж*? Масса газа 1 *кг*.

99. При изотермическом расширении 25 *г* водорода его объем увеличился в 5 раз. Вычислить работу расширения, если температура водорода была 27 °С.

100. 8 *л* кислорода находились при нормальных условиях. При изотермическом расширении объем кислорода увеличился до 12 *л*. Вычислить работу расширения.

101. Один моль газа, изотермически расширяясь при температуре 27 °С, совершил работу 2500 *дж*. Во сколько раз увеличился объем газа?

102. При адиабатном сжатии азота его давление возросло в 10 раз. Во сколько раз изменился его объем?

103. Некоторая масса углекислого газа, взятого при 17 °С и давлении 1 *ат*, адиабатно сжата до давления 10 *ат*. Какова его температура после сжатия?

104. До какого давления необходимо сжать воздух в цилиндре дизель-мотора, чтобы его температура повысилась до температуры воспламенения горючего, равной 700 °С? Начальное давление воздуха 1 *ат*, а температура 70 °С. Процесс сжатия считать адиабатным.

105. Тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя 200 °С, холодильника 10 °С. Чему равен к. п. д. машины?

106. При круговом процессе, происходящем по циклу Карно, газ произвел работу 8600 *дж* и передал холодильнику 2,5 *ккал* теплоты. Определить к. п. д. цикла.

107. Совершая цикл Карно, газ получил от нагревателя 10 *ккал* теплоты и совершил работу 15 *кдж*. Температура нагревателя 100 °С. Вычислить температуру холодильника.

108. Идеальная тепловая машина, действующая по циклу Карно, имеет нагреватель, находящийся при температуре 117 °С, и холодильник при температуре 27 °С. Машина получает от нагревателя 63 000 *кал/сек*. Вычислить: а) к. п. д. машины; б) количество теплоты, отдаваемой холодильнику в 1 *сек*; в) мощность машины.

109. Паровоз расходует 1 *кг* угля на 1 *л. с.* в час. Температура котла 200 °С, температура холодильника 100 °С, теплота сгорания угля 7500 *кал/г*. Определить фактический к. п. д. паровоза и сравнить его с к. п. д. идеальной тепловой машины, действующей по циклу Карно между теми же значениями температуры.

110. Приведите примеры обратимых и необратимых процессов.

111. Сосуд, в котором находится 1000 молекул газа, мысленно разделен на две равные части. Какова вероятность того, что все молекулы окажутся в одной из них?

112. Вычислить изменение энтропии 400 *г* воды при ее охлаждении от 20 до 0 °С.

113. 0,5 *кг* железа, находящегося при 60 °С, остывает и при этом выделяется 1,65 *ккал* теплоты. Найти изменение энтропии.

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ И ПАРЫ

§ 74. Реальные газы. Уравнение Ван-дер-Ваальса

В § 4 было указано, что кинетическая теория газов не учитывает сил взаимодействия молекул, сами же молекулы принимаются за точки. Такая модель соответствует идеальному газу, в точности подчиняющемуся законам Бойля—Мариотта и Гей-Люссака.

Многочисленные опыты показали, что все газовые законы и, в частности, формула Клапейрона—Менделеева носят приближенный характер. Чем сильнее сжат газ, тем заметнее его отклонение от газовых законов. Для того чтобы можно было применить формулу Клапейрона—Менделеева к реальным газам, очевидно, необходимо ввести в нее какие-то поправки. Одно из наиболее удачных уточнений этой формулы предложил в 1873 г. голландский физик Ван-дер-Ваальс.

Первое уточнение, внесенное им, касается объема самих молекул. Приведем расчет. В 1 $см^3$ газа при нормальных условиях содержится $2{,}7 \cdot 10^{19}$ молекул. Принимая эффективный диаметр молекулы за $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ *см*, определяем, что ее объем равен $8 \cdot 10^{-24}$ $см^3$. Находим, что объем всех молекул, находящихся в 1 $см^3$ газа при нормальных условиях, составляет около $2 \cdot 10^{-4}$ $см^3$. При давлении 2500 *атм* объем самих молекул уже составит половину всего объема газа. Поэтому при высоких давлениях объем газа, занимаемый самими молекулами, необходимо учитывать.

Так как при сжатии газа уменьшается обратно пропорционально давлению не весь объем, а объем свободного пространства между молекулами, в формулу Клапейрона—Менделеева вместо V следует ввести $(V - b)$, где b — объем несжимаемой части газа. По вычислению Ван-дер-Ваальса, b приблизительно равно учетверенному объему всех

молекул. Центры молекул не смогут сблизиться больше чем на расстояние, равное их удвоенному эффективному радиусу ($2r$), т. е. проникнуть в пространство, соответствующее объему шара радиуса $2r$. Объем такого шара равен $\frac{4}{3}\pi(2r)^3 = 8 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$, т. е. восьмикратному объему одной молекулы $\left(V_0 = \frac{4}{3}\pi r^3\right)$. Следовательно, каждой из двух выделенных молекул соответствует объем несжимаемого пространства, равный учетверенному объему одной молекулы ($4V_0$).

Второе уточнение, введенное Ван-дер-Ваальсом, касается давления газа. При разреженном состоянии газа силы сцепления между его молекулами ничтожно малы, при сжатии же газа промежутки между молекулами уменьшаются и силы их взаимодействия возрастают. Эти силы притяжения молекул друг к другу как бы помогают силам внешнего давления сжимать газ. Следовательно, в формулу Клапейрона—Менделеева вместо внешнего давления p на газ необходимо ввести сумму внешнего и молекулярного давлений ($p + p'$), где p' — молекулярное давление. По вычислениям Ван-дер-Ваальса, молекулярное давление обратно пропорционально квадрату объема газа, т. е.

$$p' = a/V^2,$$

где a — некоторый коэффициент пропорциональности, зависящий от природы газа.

Вводя указанные две поправки, получим формулу

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT, \tag{95}$$

называемую *уравнением Ван-дер-Ваальса* и приведенную нами для массы газа, равной 1 *молю*. Значения коэффициентов a и b приводятся в справочниках, где они также даются для 1 *моля* газа. Если масса газа содержит n молей, табличное значение коэффициента a надо увеличить в n^2 раз, а коэффициента b — в n раз.

Как мы уже отмечали, формула Клапейрона—Менделеева оказывается непригодной для больших давлений в сотни и тысячи атмосфер. Уравнение Ван-дер-Ваальса дает значительно лучшие результаты, хотя также не вполне точные. Для примера приводим таблицу значений произведений pV и $(p + a/V^2)(V - b)$ для 1 *моля* азота при 0°С, причем p и V взяты из опыта.

p, *атм*	pV, *л · атм*	$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b)$, *л · атм*
1	22,41	22,41
500	31,13	22,67
1000	46,40	22,00

Следовательно, формула Ван-дер-Ваальса является также весьма приближенной.

§ 75. Изотермы Эндрьюса

Английский физик Эндрьюс во второй половине прошлого века произвел ряд важных исследований свойств паров и построил экспериментальные изотермы. В толстостенный цилиндр с поршнем вводились ненасыщающие пары CO_2, давление измерялось при помощи манометра.

При изотермическом уменьшении объема давление возрастало и на графике, соответствующем данному процессу (рис. 60), получался участок изотермы *1—2*, приближающийся к гиперболе. Таким образом, опыты Эндрьюса подтвердили, что ненасыщающие пары подчиняются закону Бойля—Мариотта.

Точка *2* соответствует объему V_2 и показывает состояние паров CO_2, при котором они насыщают пространство. При дальнейшем опускании

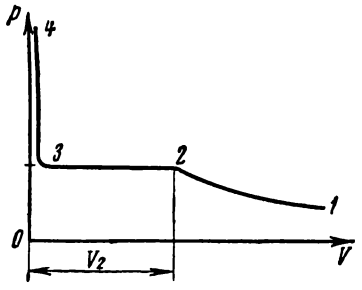


Рис. 60

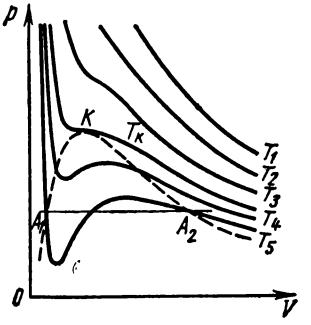


Рис. 61

поршня в цилиндре часть пара переходит в жидкость, а давление оставшихся над жидкостью паров сохраняется при данной температуре неизменным. На графике получается участок *2—3*, соответствующий одновременному существованию вещества в двух фазах (в двух агрегатных состояниях) — жидком и газообразном.

Точка *3* соответствует объему V_3 и показывает такое состояние, когда пар полностью обращается в жидкость. Дальнейшее увеличение давления вызывает сжатие жидкости, а так как жидкости крайне слабо сжимаются, участок изотермы *3—4* представляет почти вертикальную линию, лишь незначительно приближающуюся к оси *Y*.

На рис. 61 показан ряд таких изотерм, соответствующих одной и той же массе CO_2, но построенных для различных температур. Чем выше температура, тем участок *2—3* короче, т. е. разность в объемах насыщающего пара (V_2) и полученной из него при полной конденсации жидкости (V_3) становится меньше.

При некоторой определенной температуре площадка *2—3* исчезает, на графике возникает точка перегиба *K*, которая носит название *критической точки*. Температура, при которой она получается, называется *критической температурой* ($T_к$), давление, соответствующее точке *K*, — *критическим давлением* ($p_к$), а объем, занимаемый при этом одним молем газа, — *критическим объемом* ($V_к$). При критической

температуре ненасыщающий пар переходит в жидкое состояние, как бы минуя стадию насыщения. Для CO_2 критическая температура 31 °С, критическое давление около 73 *атм*.

При температурах выше критической вещество может существовать только в газообразном состоянии и ни при каком давлении не обращается в жидкость.

Понятие о критической температуре впервые было введено в науку Д. И. Менделеевым в 1861 г. Он отметил, что при повышении температуры силы взаимодействия между молекулами жидкости слабеют, коэффициент поверхностного натяжения жидкости уменьшается, а при некоторой температуре обращается в нуль. Эту температуру Менделеев назвал температурой абсолютного кипения.

Приводим данные о критических температурах, давлениях и объемах для некоторых веществ.

Вещество	$t_{кр}$, °С	$p_{кр}$, *атм*	$V_{кр}$, *см³/моль*
Вода	374	218	57,6
Хлор	144	76	124
Углекислый газ	31,0	72,9	96
Кислород	—118	50,7	74,3
Азот	—147	33,5	90
Водород	—240	12,8	65
Гелий	—268	2,26	58

§ 76. Исследование уравнения Ван-дер-Ваальса

Несколько преобразуем формулу (95). Прежде всего раскроем скобки:

$$pV + \frac{a}{V} - pb - \frac{ab}{V^2} = RT,$$

затем умножим обе части равенства на V^2/p:

$$V^3 + \frac{aV}{p} - bV^2 - \frac{ab}{p} = \frac{RTV^2}{p}$$

и расположим слагаемые в порядке убывающих степеней V:

$$V^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right)V^2 + \frac{a}{p}V - \frac{ab}{p} = 0. \qquad (96)$$

Полученное уравнение является кубическим уравнением относительно объема.

При решении подобных уравнений типа

$$x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0$$

вычисляются три корня по формулам Кардана. При этом могут встретиться два случая: 1) все три корня вещественны; 2) вещественным является только один корень, а два других мнимые.

Зададимся некоторой определенной температурой T и для нее построим график, выражающий связь V и p по формуле (96). Будем давать p различные значения, например 1 *атм*, 1,5, 2, 2,5 *атм* и т. д. Подставляя вместо p его значения, будем получать кубические уравнения с численными коэффициентами (a, b, R — табличные данные, T — заданная температура). Если для V получится один вещественный корень, соответствующий данному p, на графике будет точка с координатами (p, V). Если при решении уравнения окажутся три вещественных корня, данному давлению будут соответствовать три возможных объема (V_1, V_2, V_3) и кривая, изображающая графически уравнение (96), очевидно, будет иметь перегибы.

Нанося на диаграмму p, V соответствующие точки, строим по ним изотерму (рис. 62). Ее участок *1—2* соответствует такому же участку, полученному экспериментальным путем на изотерме Эндрьюса. Это состояние *ненасыщающего пара*. Участок *2—3* на опыте получается в виде прямой, на изотерме же Ван-дер-Ваальса — кривая *2—2′—3′—3*. Несовпадение этого участка графика с опытными данными не является неожиданным, так как он соответствует состоянию насыщающего пара, для которого формула Клапейрона—Менделеева неприменима, уравнение же Ван-дер-Ваальса есть уточненная формула Клапейрона — Менделеева. Однако участки *2—2′* и *3—3′* при известных условиях могут быть получены на опыте и только участок *2′—3′* экспериментально неосуществим. Если осторожно сжимать сначала ненасыщающий пар, а затем после достижения его насыщения продолжать сжатие (точка *2*), при отсутствии в нем ионов и пылинок, которые являются центрами конденсации, можно получить участок *2—2′*, соответствующий *пересыщающему пару*. Его давление не может превысить p_1; достигнув его, пересыщающий пар начинает бурно конденсироваться, давление падает до $p_н$ и дальше (до точки *3′*) не изменяется.

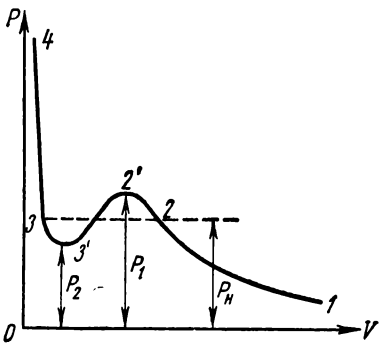


Рис. 62

Если постепенно уменьшать давление на сжатую жидкость и продолжать осторожно приподнимать поршень в цилиндре, достигнув при этом давления, соответствующего точке *3′*, то можно несколько *растянуть жидкость* и получить экспериментально участок изотермы *3′—3*. При достижении газом точки *3′* поршень отрывается от жидкости, давление от значения p_2 возрастает до значения $p_н$ вследствие интенсивного парообразования.

Участок изотермы *3—4* характеризует *жидкую фазу*.

На рис. 63 показан ряд изотерм Ван-дер-Ваальса, построенных для различных температур. Изотерма $T_к$ соответствует *критической температуре*, изотермы, расположенные выше нее (для более высоких

температур), характерны тем, что вещество при этих температурах остается в газообразном состоянии и ни при каком давлении не может быть обращено в жидкость. Для точки K можно найти $V_к$, подставив в уравнение (96) значения критического давления $p_к$ и критической температуры $T_к$. В этом случае формула принимает вид

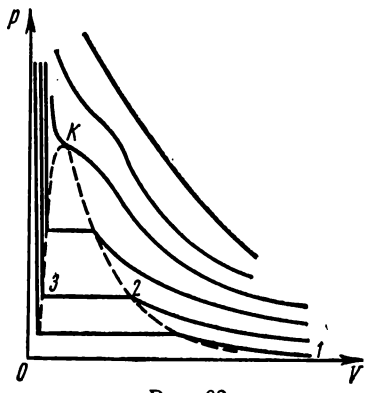


Рис. 63

$$V^3-\left(b+\frac{RT_к}{p_к}\right)V^2+\frac{a}{p_к}V-\frac{ab}{p_к}=0. \quad (*)$$

При решении этого уравнения все три его корня оказываются равными $V_к$:

$$V_1=V_2=V_3=V_к.$$

Всякое кубическое уравнение можно записать в виде

$$(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=0,$$

где x_1, x_2, x_3 — его корни; уравнение Ван-дер-Ваальса можно выразить аналогичным образом:

$$(V-V_1)(V-V_2)(V-V_3)=0. \quad (**)$$

Но для точки K, как мы отметили, все три корня равны, вследствие чего формула (**) принимает вид

$$(V-V_к)^3=0,$$

или

$$V^3-3V_кV^2+3V_к^2V-V_к^3=0. \quad (***)$$

Так как уравнения (*) и (***) являются тождественными, в них должны быть равны коэффициенты при неизвестных соответствующих степеней. Поэтому можем записать:

$$b+\frac{RT_к}{P_к}=3V_к;\quad \frac{a}{p_к}=3V_к^2;\quad \frac{ab}{p_к}=V_к^3.$$

Эти уравнения связывают между собой шесть величин: зная из них три, можно найти три остальные. Если известны a, b, R, можно найти $V_к$, $p_к$, $T_к$, т. е. теоретически подсчитать критические параметры для данного вещества. И, наоборот, зная $V_к$, $p_к$, $T_к$, можно найти постоянные Ван-дерВаальса a и b:

$$\left.\begin{aligned} b&=V_к/3,\\ a&=3V_к^2p_к. \end{aligned}\right\} \quad (97)$$

Характерно, что критический объем оказывается равным утроенной постоянной b. Однако эти отношения, как и сама формула Ван-дер-Ваальса, являются весьма приближенными.

§ 77. Испарение жидкости

Переход жидкости в парообразное состояние возможен двумя путями: 1) посредством испарения и 2) посредством кипения.

Испарение происходит только с поверхности и при любой температуре. Кипение возникает вовсей массе жидкости и при строго определенной температуре, зависящей только от рода жидкости и давления, под которым она находится.

Как происходит процесс испарения? Молекулы жидкости связаны между собой силами взаимодействия. Чтобы молекула могла вырваться из жидкости, необходимо, чтобы энергия ее поступательного движения была достаточна для преодоления сил взаимодействия молекул.

Так как при испарении вырываются наиболее быстрые молекулы, средняя энергия оставшихся молекул уменьшается, чем объясняется охлаждение жидкости при испарении.

Если жидкость находится в замкнутом сосуде, число молекул, вылетевших из нее и перешедших в парообразное состояние, постепенно возрастает. Молекулы пара при своем беспорядочном движении залетают обратно в жидкость. По мере увеличения числа молекул пара возрастает и количество молекул, залетевших обратно в жидкость. В некоторый момент наступит *динамическое равновесие*: число молекул вылетевших из жидкости за некоторое время, сделается равным числу молекул, залетевших из пара обратно в жидкость. В этом случае говорят, что пар *насытил пространство*.

Опыт показывает, что *ненасыщающие пары подчиняются газовым законам*. К ним, например, можно применить формулу Клапейрона — Менделеева.

Насыщающие пары газовым законам не подчиняются. Давление (упругость) насыщающего пара данной жидкости зависит только от температуры.

При изотермическом сжатии насыщающего пара его давление не изменяется, только часть пара переходит в жидкое состояние; при расширении, наоборот, часть жидкости переходит в пар и давление вновь остается прежним. Если же в пространстве, где находится пар, нет больше этой жидкости, пар делается ненасыщающим. При охлаждении насыщающего пара часть его выделяется в виде жидкости, давление же оставшегося пара соответствует той упругости, которую он должен иметь при пониженной температуре.

§ 78. Кипение

Сравнивая температуры кипения воды у подножия горы и на ее вершине, можно заметить, что вода кипит при различных температурах. Если над поверхностью воды в сосуде, взятой при комнатной температуре, постепенно разрежать воздух, можно добиться того, что вода закипит. При достаточном вакууме вода может закипеть при 0 °С.

Таким образом, *вода закипает при такой температуре, при которой упругость ее насыщающих паров становится равной внешнему давлению.* Такой же вывод можно было бы сделать и для всякой другой жидкости.

Чем же это объясняется? В воде всегда имеется растворенный воздух, который выделяется в виде мельчайших пузырьков, обычно оседающих на стенках и дне сосуда. Пузырьки наполнены насыщающим водяным паром. Если нагревать жидкость до такой температуры, при которой упругость пара в пузырьке сделается хотя бы на ничтожную долю больше внешнего на него давления, пузырек начинает расти, наполняться насыщающим паром и затем всплывает на поверхность воды; начинается кипение.

§ 79. Внутренняя энергия реального газа

Внутренняя энергия идеального газа, для которого не учитываются силы взаимодействия молекул, как мы отмечали, равна только кинетической энергии его молекул и составляет для одного моля $U = \frac{i}{2} RT$, т. е. внутренняя энергия моля идеального газа зависит только от его температуры.

Заменяя $\frac{i}{2} R$ через μc_V, получим

$$U = \mu c_V T. \tag{98}$$

При сжатии или расширении газа, изолированного от внешней среды (газ при изменении объема не совершает работы против внешних сил, а также отсутствует теплообмен с окружающей средой), внутренняя энергия его не изменяется, а следовательно, температура сохраняется неизменной.

Для реального газа необходимо учитывать силы взаимодействия его молекул. Его внутренняя энергия складывается из суммы кинетической энергии молекул и потенциальной энергии их взаимодействия:

$$U = U_к + U_п.$$

Энергия $U_п$ зависит от объема газа, так как с изменением объема меняется расстояние между молекулами, а следовательно, и энергия их взаимодействия.

Для реального газа, изолированного от внешней среды, его внутренняя энергия должна сохраняться неизменной, при этом изменение потенциальной энергии при изменении объема газа должно вызвать равное и противоположное по знаку изменение кинетической энергии:

$$\Delta U_п = -\Delta U_к,$$

или

$$\Delta U_п = -\mu c_V \cdot \Delta T,$$

иначе говоря, станет изменяться температура реального газа. Это явление было впервые изучено Джоулем, а позднее Томсоном, поставившим соответствующие эксперименты, и получило название *эффекта Джоуля — Томсона.* Если при расширении газа происходит его охлаждение, эффект носит название *положительного,* если, наоборот, расширяясь, газ нагревается, эффект называется *отрицательным.*

Более детальные исследования позволили связать эффект Джоуля — Томсона с уравнением Ван-дер-Ваальса. Оказалось, что если поправка на давление (a/V^2) мала по сравнению с поправкой на объем (b) и ею можно пренебречь, газ нагревается при расширении (эффект Джоуля — Томсона отрицательный). Если, наоборот, можно пренебречь поправкой b на объем, которая мала по сравнению с поправкой на давление (a/V^2), газ при расширении охлаждается (эффект Джоуля — Томсона положительный).

Вопросы для повторения

114. Чем отличается испарение жидкостей от кипения?

115. Почему температура воды в открытом сосуде в комнате всегда несколько ниже, чем у окружающего воздуха? При каком условии температура воды сравняется с температурой воздуха?

116. Причину невозможности ожижить некоторые газы Наттерер находил в том, что производимые на глаз давления были недостаточно велики. Фарадей же объяснил это тем, что достигнутая в его время температура все же слишком высока для сжижения. Кто из них был прав?

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ

ЖИДКОСТИ

§ 80. Квазикристаллическое строение жидкостей

Жидкость — это агрегатное состояние вещества, промежуточное между газообразным и твердым. По некоторым свойствам жидкое состояние вещества похоже на газообразное, по другим — на твердое. Однако жидкости вследствие различного характера теплового движения молекул существенно отличаются от газов и твердых тел. Если в газе молекулы практически не связаны между собой межмолекулярными силами, то в жидкости силы сцепления между молекулами играют значительную роль. В то время как молекулы газа разлетаются друг от друга, насколько это возможно, и занимают весь объем сосуда, жидкость, будучи помещенной в сосуд, занимает в нем лишь определенный объем. В отличие от твердого тела, которое не только занимает определенный объем, но и имеет еще и определенную форму, жидкость принимает форму заключающего ее сосуда.

Рассмотрение же всей совокупности физических характеристик позволяет обнаружить бо́льшее сходство жидкости с твердым телом, чем с газом.

Каково же сходство жидкости с твердым телом?

1. При отвердевании объем тел изменяется (в большинстве случаев увеличивается). Однако это изменение незначительно. Уже один

этот факт показывает, что структура жидкости не может сильно отличаться от структуры твердого тела.

2. Как показывает опыт, удельная теплота плавления λ мала по сравнению с удельной теплотой парообразования r, что хорошо видно из таблицы:

	Натрий	Цинк	Свинец	Ртуть
λ, 10^5 *дж/кг*	1,1	1,1	0,46	0,077
r, 10^6 *дж/кг*	4,6	1,7	0,93	0,29

Следовательно, при плавлении силы сцепления между частицами изменяются (уменьшаются) значительно меньше, чем в процессе парообразования.

3. Опыт показывает, что удельная теплоемкость c вещества в твердом состоянии мало отличается от удельной теплоемкости расплавленного тела. Приводим примеры в таблице:

Состояние	c, 10^3 *дж/(кг · град)* для вещества			
	натрий	цинк	свинец	ртуть
Твердое	1,2	3,8	0,13	0,13
Жидкое	1,4	5,0	0,16	0,14

Многочисленные данные говорят о том, что характер теплового движения в жидкостях должен иметь много общего с характером теплового движения в твердых телах.

Если в кристаллах осуществляется д а л ь н и й п о р я д о к в р а с п о л о ж е н и и ч а с т и ц: зная положение какой-либо частицы, например первой, и ее расстояние d до соседней, можно указать положение любой другой частицы, лежащей на одной прямой с ними; например, десятая частица будет находиться на расстоянии, приблизительно равном $9d$ от первой.

В жидкостях же можно указать лишь положение частиц, ближайших к первой: вторая будет находиться на расстоянии, приблизительно равном d, третья — на расстоянии, близком к $2d$, а положение десятой мы даже весьма приближенно указать не можем. Следовательно, в жидкостях существует только порядок в расположении ближайших частиц, или, как говорят, б л и ж н и й п о р я д о к.

При плавлении кристалла разрушается дальний порядок в расположении его частиц, т. е. распадается кристаллическая решетка, но сохраняется ближний порядок. Прямое доказательство этого факта дает рентгеноструктурный анализ: рентгенограмма поликристаллического порошка характеризуется наличием резких колец; рентгенограмма жидкости, полученной в результате плавления этого кристалла, характеризуется наличием одного-двух размытых колец примерно на тех же местах. Все это дает нам право считать, что *жидкость имеет квазикристаллическое* (кристаллоподобное) *строение.*

Я. И. Френкель разработал теорию, согласно которой частицы жидкости в течение некоторого времени колеблются около своих положений равновесия. Однако время «оседлой жизни» частицы жидкости очень мало — порядка 10^{-10}—10^{-12} *сек,* после чего частицы переходят в новые положения равновесия («меняют квартиру») и, таким образом, перемещаются внутри жидкости.

Помимо кристаллических твердых тел существуют *аморфные тела.* К ним относятся природные соединения: опал, вулканическое стекло, бакелит, вар и др. Иногда аморфные тела называют стеклообразными, или просто стеклами, поскольку стекло — типичный представитель аморфных тел. Наряду со свойствами, характерными для твердых тел (твердость, прочность, хрупкость), аморфные тела обнаруживают характерную для жидкостей текучесть и изотропию, не имеют от природы определенной формы.

В отличие от кристаллических тела аморфные не имеют определенной точки плавления. При нагревании они постепенно размягчаются и превращаются в вязкие жидкости, которые при дальнейшем нагревании становятся все менее и менее вязкими, т. е. переход из аморфного состояния в жидкое происходит постепенно. Как показал рентгеноструктурный анализ, в аморфных телах, как и в жидкостях, нет дальнего порядка в расположении частиц. В них осуществляется лишь ближний порядок. Поэтому правильнее отнести аморфные тела не к твердым, а к жидкостям с очень большой вязкостью. Наблюдения показывают, что аморфное состояние является неустойчивым: аморфное стекло с течением времени закристаллизовывается, леденец засахаривается и пр.

§ 81. Механические свойства жидкостей

Жидкость, как и твердое тело, можно подвергнуть деформации, в частности всестороннему сжатию.

Как известно, объемная сжимаемость твердых тел очень мала, так как их частицы упакованы плотно. Наоборот, газы при давлениях, близких к атмосферному, очень легко сжимаемы, так как расстояния между их частицами в сотни раз больше эффективных диаметров частиц (см. § 54).

Жидкости по своему строению занимают промежуточное положение между твердыми телами и газами: частицы в них упакованы более рыхло, чем в твердом теле, но несравненно плотнее, чем в газе. Естественно, что и в отношении сжимаемости жидкость занимает промежуточное положение между газами и твердыми телами. Ее сжимаемость больше, чем твердого тела, но все же очень мала.

В конце прошлого и начале этого века вопрос о сжимаемости жидкостей исследовал французский ученый Амага, доводивший давления, производимые на жидкости, до 3000 *атм*, а в последнее время (сороковые годы этого столетия) американский ученый Бриджмен достигал давлений 150 000 *атм*.

Пусть при нормальном атмосферном давлении жидкость занимала объем V. При увеличении давления на Δp ее объем уменьшился на ΔV.

Выражение

$$\varepsilon = \Delta V/(V \cdot \Delta p) \qquad (99)$$

носит название *коэффициента сжатия.*

Коэффициент сжатия численно равен уменьшению единицы объема жидкости при увеличении давления на 1 *атм*. Как надо понимать, что коэффициент сжатия воды равен — $4{,}6 \cdot 10^{-5}$ *атм*$^{-1}$? Это значит, что при увеличении давления на 1 *атм* каждый кубический метр воды уменьшается на $4{,}6 \cdot 10^{-5}$ *м*^{3}.

Приведем данные о коэффициентах сжатия (в 10^{-5} *атм*$^{-1}$) некоторых жидкостей при небольших давлениях (в несколько атмосфер) при 20 °С:

Вода	4,6	Ртуть	0,39
Глицерин	2,5	Спирт этиловый	11
Керосин	7,7	Эфир	18

Коэффициент сжатия данной жидкости зависит от ее температуры и производимого на нее давления. Так, при давлении от 1000 до 5000 *атм* коэффициент сжатия воды изменяется до $-2{,}3 \cdot 10^{-5}$ *атм*$^{-1}$, т. е. вдвое по сравнению с его значением для небольших давлений.

Жидкости, подобно газам и твердым телам, после прекращения давления восстанавливают свой объем, т. е. обладают объемной упругостью. Об этом свидетельствует и тот факт, что в жидкостях распространяются продольные волны — инфразвуковые, звуковые и ультразвуковые.

Что же происходит с жидкостью при деформации сдвига? Повседневный опыт позволяет сделать вывод, что жидкости не обладают упругостью формы. Действительно, под действием даже незначительного сдвигающего усилия жидкость начинает течь. Слои воды легко перемещаются относительно друг друга, и при этом мы не наблюдали, чтобы после прекращения действия силы они возвращались назад. Однако упругость формы просто маскируется текучестью. Жидкости, как известно, имеют квазикристаллическое строение. Так как время действия силы обычно гораздо больше времени «оседлой жизни», то частицы, выведенные из своих положений равновесия, назад вернуться уже не успевают. Поэтому в обычных условиях мы и не наблюдаем упругости жидкости на сдвиг. Однако, если время действия силы того же порядка, что и время «оседлой жизни» частиц, то жидкость вследствие своего квазикристаллического строения обнаруживает упругость на сдвиг.

Подобно твердым телам, жидкость обладает прочностью. Прочность жидкостей впервые была измерена французским химиком Бертло в 1850 г. В настоящее время большое распространение получил центробежный метод, предложенный Рейнольдсом. Он состоит в следующем. Открытый с обоих концов капилляр приводится во вращение. Плавно увеличивая число оборотов, можно добиться разрыва жидкости, который наступает в тот момент, когда сумма атмосферного давления и растяжения (отрицательного давления), вызванного вращением, делается равной прочности жидкости.

Прочность жидкости можно характеризовать силой, которую надо приложить к единице площади поперечного сечения столба жидкости, чтобы произвести его разрыв. Приводим таблицу значений прочности (в 10^5 $н/м^2$) некоторых жидкостей:

Бензол	157	Масло минеральное	7,8
Вода	280	Спирт этиловый . .	72

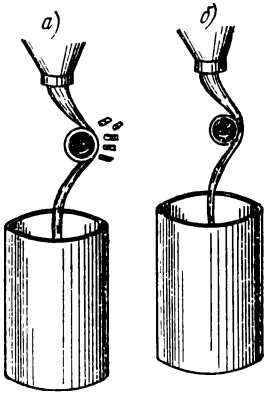


Рис. 64

Поскольку жидкость имеет квазикристаллическое строение, она должна при определенных условиях проявлять еще одно свойство, присущее твердому состоянию, — хрупкость.

Действительно, как показали опыты, если время действия силы на жидкость того же порядка, что и время «оседлой жизни» частиц, то струя жидкости обнаруживает способность к хрупкому разрушению.

При большой скорости удара по вытекающей струе вязкой жидкости обнаруживается ее хрупкое разрушение (рис. 64, *а*), при меньшей скорости — пластическая деформация (рис. 64, *б*).

§ 82. Молекулярное давление

Силы молекулярного взаимодействия между молекулами жидкости имеют электрическую природу, причем они очень быстро убывают с увеличением расстояния. На расстояниях между молекулами порядка 10^{-7} *см* они становятся ничтожно малыми. Выделим внутри жидкости какую-нибудь молекулу (рис. 65) и мысленно опишем около нее сферу радиусом порядка 10^{-7} *см*, считая, что на молекулу действуют только те молекулы, которые находятся внутри этой сферы, влиянием же молекул, находящихся за ее пределами, будем пренебрегать. Такая сфера носит название *сферы молекулярного действия,* а ее радиус — *радиуса молекулярного действия*. Так как расстояния между молекулами для разных жидкостей имеют значения от $3 \cdot 10^{-8}$ до $8 \cdot 10^{-8}$ *см,* очевидно, что внутрь сферы молекулярного действия попадает очень мало молекул, т. е. на молекулу жидкости оказывают влияние только соседние с ней молекулы.

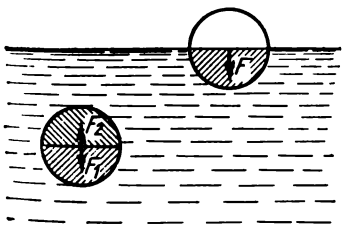


Рис. 65

Соседние молекулы, находящиеся в сфере молекулярного действия, в среднем компенсируют действие друг друга, например все молекулы, находящиеся в нижней половине сферы, создают равнодействующую F_1, направленную вниз, а молекулы верхней половины сферы создают

равнодействующую F_2, направленную вверх. Хотя вследствие движения молекул значения этих равнодействующих все время меняются, но в среднем они компенсируют друг друга. Можно разделить сферу молекулярного действия на две половины — правую и левую — и также говорить о взаимной компенсации влияния действия молекул той и другой половин. Таким образом, молекула, находящаяся внутри жидкости, в среднем не испытывает преимущественного притяжения со стороны молекул с какой-либо стороны. Иначе обстоит дело с молекулой, находящейся на поверхности жидкости. Молекулы нижней половины сферы молекулярного действия (заштрихованной на рисунке) создают равнодействующую F, которая не будет уравновешиваться силой взаимодействия молекул верхней половины сферы (взаимодействие со стороны молекул воздуха и паров ничтожно мало), в результате чего молекулы поверхностного слоя станут испытывать одностороннее втягивающее усилие, направленное нормально ее поверхности, они как бы станут втягиваться внутрь жидкости. Вследствие этого молекулы поверхностного слоя располагаются иначе, чем молекулы внутри жидкости, они всегда обращены внутрь жидкости той стороной, которая сильнее всего подвергается притяжению со стороны других молекул. Молекулы, имеющие удлиненную, цепочкообразную форму, располагаются параллельно друг другу своей длинной стороной нормально поверхности жидкости. Таким образом, поверхностный слой жидкости имеет особое строение, отличное от строения остальной массы жидкости.

Испытывая одностороннее втягивающее усилие внутрь жидкости, молекулы поверхностного слоя сжимают жидкость, производя на нее давление, именуемое *молекулярным давлением*. Легко видеть, что это давление тождественно с внутренним (молекулярным) давлением газа, выраженным членом a/V^2 в формуле Ван-дер-Ваальса. Пользуясь этой формулой, можно вычислить молекулярное давление жидкостей. Оно оказывается равным тысячам атмосфер. Наличием столь большого молекулярного давления и объясняется крайне малая сжимаемость жидкостей. Жидкость уже сжата большим молекулярным давлением и небольшое изменение внешнего давления вследствие этого мало влияет на изменение ее объема.

§ 83. Поверхностное натяжение

Результатом существования молекулярного давления является стремление молекул жидкости втянуться внутрь, т. е. занять наименьшую возможную поверхность. Произведем такой опыт. Надо взять сосуд с раствором спирта в воде, обладающим плотностью 900 *кг/м*^{3}, и влить туда прованское масло такой же плотности. Масло, находясь в безразличном равновесии и не будучи подвержено действию силы тяжести, принимает форму шара. Так как из всех тел, имеющих одинаковый объем, наименьшей поверхностью обладает шар, жидкость всегда стремится принять форму шара. Сила тяжести противодействует

этому стремлению и, лишь уничтожив ее влияние, можно заставить жидкость принять форму шара.

Таким образом, жидкость ведет себя так, как будто ее поверхность представляет собой упругую пленку, стремящуюся сократиться. О том, что такая пленка существует, говорит нам особое расположение молекул ее поверхностного слоя, которые связаны между собой силами, именуемыми силами поверхностного натяжения. То же подтверждается и различными опытами.

Возьмем сосуд с водой и осторожно опустим на поверхность воды кольцо из тонкой железной проволоки (рис. 66). Кольцо не потонет, а будет лежать на поверхности воды. Чем объясняется это явление? Ведь железо имеет плотность, бо́льшую плотности воды, и, казалось бы, должно тонуть в воде. Очевидно, вес этого кольца недостаточно велик для того, чтобы прорвать поверхностный слой воды. В цилиндр

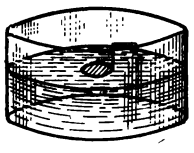


Рис. 66

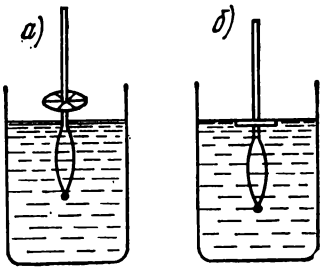


Рис. 67

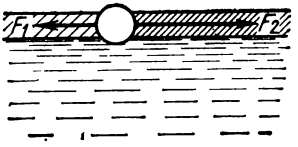


Рис. 68

с водой пустим плавать ареометр и прикрепим к нему на некотором расстоянии от поверхности воды проволочное кольцо (рис. 67, *а*). Если заставить ареометр погрузиться в воду так, чтобы кольцо скрылось под поверхностью воды, а затем отпустить ареометр, то, всплывая вверх, он может упереться кольцом в поверхностный слой воды, не прорывая ее пленку (рис. 67, *б*).

Если в опыте с кольцом или ареометром пустить на поверхность воды каплю эфира, проволочное кольцо тотчас же потонет, а ареометр своим кольцом прорвет поверхностный слой воды. Эфир, растворяясь в воде, образует пленку, характеризуемую наличием меньших сил поверхностного натяжения, чем пленка чистой воды; веса проволочного кольца или силы, с которой вода заставляет всплывать ареометр, уже достаточно для разрыва этой пленки.

Насыпаем на поверхность чистой воды ровный слой порошка ликоподия. Как только мы пустим каплю эфира (или направим на часть поверхности воды струю паров эфира), частицы ликоподия тотчас же разбегутся от места, куда попал эфир. Для объяснения этого явления изображаем частицу ликоподия (рис. 68); пусть слева от нее попала капля эфира. Эфир, растворяясь в воде, образует поверхностный слой, обладающий меньшим натяжением, чем слой чистой воды. Таким образом, сила F_1, действующая на частицу ликоподия с левой стороны, где растворился эфир, меньше силы F_2, действующей со стороны чистой

воды, вследствие чего частица будет двигаться в сторону большей силы, т. е. удаляться от места, куда попал эфир.

Очень интересно наблюдать за движением мелких кусочков камфоры на поверхности чистой воды. Они быстро перемещаются по поверхности воды, совершая беспорядочные движения. Камфора, растворяясь в воде, изменяет поверхностное натяжение воды, а так как растворение происходит неравномерно с разных сторон, кусок камфоры начинает перемещаться в ту сторону, с которой поверхностное натяжение в данный момент больше.

Поверхностное натяжение характеризуется *коэффициентом поверхностного натяжения*. Представляя поверхностный слой жидкости в виде растянутой пленки, можно сказать, что для удержания его в равновесии к линии его границы надо приложить силу, касательную к поверхности жидкости.

Коэффициентом поверхностного натяжения называется величина, измеряемая отношением силы поверхностного натяжения, приложенной к границе поверхностного слоя жидкости и направленной по касательной к поверхности, к длине этой границы.

Приводим значения коэффициентов поверхностного натяжения (в *дин/см* или в 10^{-3} *н/м*) для некоторых жидкостей:

Вода (0 °С)	75,5	Керосин (20 °С) . . .	24
» (10 °С)	74,0	Мыльный раствор	
» (20 °С)	72,5	(20 °С)	40
» (30 °С)	71,0	Ртуть (20 °С)	480
» (75 °С)	63,3	Спирт этиловый (20°С)	22
» (100 °С)	58,9	Эфир этиловый	
		(20 °С)	16,5

Разрывая поверхностный слой жидкости по линии l, мы должны будем приложить силу, ничтожно бóльшую, чем F, определяемую по формуле

$$F = \sigma l,$$

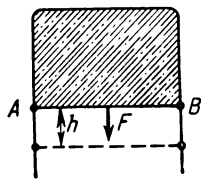


Рис. 69

где σ — коэффициент поверхностного натяжения; l — длина линии разрыва, откуда

$$\sigma = \frac{F}{l}. \qquad (100)$$

На рис. 69 изображена мыльная пленка на проволочном каркасе, нижняя часть которого (проволочка AB длиной l) сделана подвижной. Следует иметь в виду, что пленка представляет собой мыльную воду, ограниченную с двух сторон (передней и задней) поверхностными слоями. Чтобы удержать пленку в равновесии, надо подействовать силой $F = \sigma \cdot 2l$. Если эту силу увеличить хотя бы на ничтожно малую величину, пленка станет растягиваться и удлинится на h. Если процесс происходил изотермически, при этом была произведена работа

$$A = F \cdot h = \sigma \cdot 2lh,$$

но $2lh = \Delta S$ — увеличение поверхности пленки (lh с передней и lh — с задней стороны), тогда

$$A = \sigma \cdot \Delta S,$$

откуда

$$\sigma = A/\Delta S, \qquad (101)$$

т. е. *коэффициент поверхностного натяжения измеряется той работой, которую надо совершить, чтобы увеличить поверхность жидкости на единицу площади.* Из формулы (101) следует, что единицей его измерений будет джоуль на квадратный метр (*дж/м²*). Это соответствует единице, полученной из формулы (100). Так как *дж = н · м*, то $[\sigma] = н \cdot м/м^2 = н/м$.

Совершенная при увеличении поверхности жидкости работа вызвала увеличение энергии поверхностного слоя жидкости. Она возросла в нашем примере на величину $\Delta U = A$. Внутренняя энергия, которой обладает поверхностный слой жидкости и которая при его сокращении может быть превращена в работу, носит название свободной энергии.

§ 84. Смачивание и несмачивание. Мениски

Рассмотрим молекулу A (рис. 70) на поверхности жидкости, соприкасающуюся с погруженным в жидкость твердым телом. Опишем около этой молекулы A сферу молекулярного действия. Молекулы окружающей жидкости находятся только в части $ABCD$. Их влияние выразится в виде некоторой равнодействующей P, направленной по биссектрисе угла DAB. Молекулы твердого тела, со своей стороны,

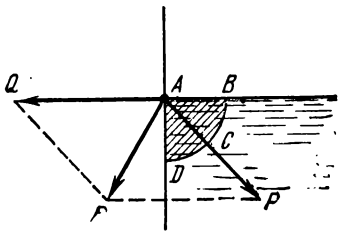


Рис. 70

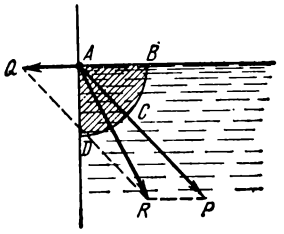


Рис. 71

притягивают к себе молекулу A, создавая равнодействующую сил притяжения Q, перпендикулярную к поверхности тела.

Силы P и Q в свою очередь можно заменить одной равнодействующей R, для нахождения которой можно воспользоваться правилом параллелограмма сил. Сила R будет являться равнодействующей всех сил сцепления, действующих на молекулу A.

В зависимости от соотношения сил P и Q равнодействующая может быть направлена или в сторону твердого тела, как это показано на рис. 70, или в сторону жидкости (рис. 71). В первом случае говорят, что

жидкость смачивает твердое тело. Во втором случае *жидкость не смачивает твердого тела.*

Вода смачивает большинство тел, кроме жирных и смолистых; ртуть, наоборот, смачивает лишь немногие тела, например олово и цинк.

Жидкость может находиться в покое только в том случае, если равнодействующая всех сил, действующих на каждую молекулу на ее поверхности, будет нормальна к этой поверхности. Поэтому поверхность жидкости у твердого тела, смачиваемого жидкостью, несколько приподнимается, располагаясь перпендикулярно направлению силы R; в случае несмачивания тела жидкостью поверхность

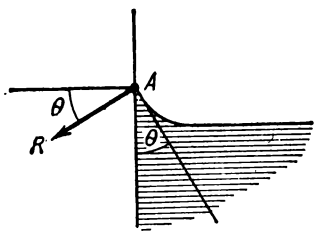


Рис. 72

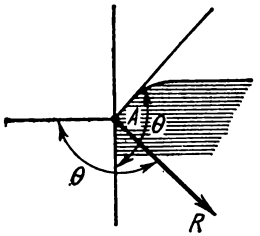


Рис. 73

ее несколько опускается в месте соприкосновения с телом, также располагаясь перпендикулярно к направлению силы R.

Поверхность жидкости в сосуде носит название *мениска.* Следовательно, у воды в стеклянном сосуде мениск вогнутый (рис. 72), а у ртути — выпуклый (рис. 73).

Через точку A проведем касательную к поверхности жидкости; угол θ, составленный ею с поверхностью погружения тела, носит название *краевого угла.* Этот угол равен углу между направлением силы R и нормалью к поверхности тела. Очевидно, мениск будет вогнутый, если краевой угол $\theta < 90°$, и выпуклый, если краевой угол $\theta > 90°$.

В капиллярных трубках при смачивании их жидкостью образуется вогнутый мениск полушаровой формы, а при несмачивании — выпуклый мениск такой же формы.

§ 85. Влияние кривизны поверхности жидкости на молекулярное давление

Пусть имеется натянутая резиновая перепонка AB. Если мы заставим эту перепонку искривиться, прижимая ее к твердому телу, например к шару K (рис. 74), перепонка, стремясь сократить свою поверхность и выпрямиться, будет производить давление на шар по направлению нормалей к его поверхности. Если поверхность жидкости выпуклая, к молекулярному давлению, существующему в плоском слое, добавляется дополнительное давление, вызванное кривизной поверх-

ности, направленное внутрь жидкости. Если поверхность вогнутая, дополнительное молекулярное давление, вызванное кривизной поверхности, будет направлено в противоположную сторону, т. е. станет уменьшать давление плоского слоя.

Вычислим добавочное молекулярное давление для поверхности жидкости выпуклой полушаровой формы (например, капиллярная трубка, стенки которой не смачиваются жидкостью). Мысленно срежем выпуклую часть поверхности (рис. 75). Силы поверхностного натяжения, действующие по длине окружности $2\pi r$ (r — радиус кривизны

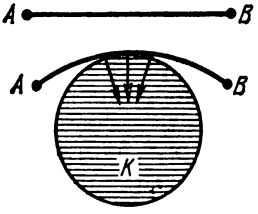


Рис. 74

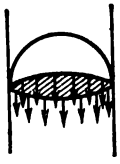


Рис. 75

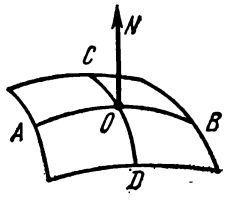


Рис. 76

поверхности), направлены внутрь жидкости и дают равнодействующую $F = \sigma \cdot 2\pi r$. Эта сила создает молекулярное давление на заштрихованную площадь πr^2, равное

$$p' = \frac{\sigma \cdot 2\pi r}{\pi r^2} = \frac{2\sigma}{r},$$

которое *добавляется к давлению плоского слоя.* В случае вогнутого мениска такой же формы добавочное молекулярное давление будет также равно $2\sigma/r$, но оно станет *уменьшать давление плоского слоя.*

Итак, добавочное молекулярное давление, вызванное кривизной поверхности жидкости, выражается формулой

$$p' = 2\sigma/r. \tag{102}$$

Если искривленная поверхность жидкости имеет нешаровую форму (рис. 76), то через какую-либо точку ее поверхности следует провести нормаль ON. Через нормаль ON проводят две взаимно перпендикулярные плоскости, которые образуют сечения поверхности жидкости по кривым AOB и COD. Обозначим радиусы кривизны этих кривых через r_1 и r_2. Лаплас установил, что в таком случае добавочное молекулярное давление p' выразится формулой, которую мы приводим без вывода:

$$p' = \sigma\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right). \tag{103}$$

В частном случае, когда поверхности имеют шаровую форму, т. е. $r_1 = r_2$, формула Лапласа (103) принимает выведенный нами ранее вид (102).

§ 86. Капиллярность

Если опустить в сосуд с жидкостью тонкую трубку, стенки которой смачиваются жидкостью, жидкость поднимется в этой трубке на некоторую высоту h (рис. 77).

Чем объясняется поднятие жидкости в трубке? На поверхность жидкости в сосуде действует молекулярное давление p плоского слоя. Внутри трубки поверхность жидкости вогнутая, поэтому молекулярное давление меньше p на величину

$$p' = 2\sigma/r.$$

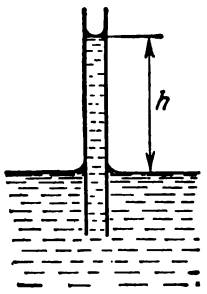


Рис. 77

Очевидно, жидкость будет подниматься по трубке до тех пор, пока давление столба поднявшейся жидкости не уравновесит уменьшения давления, вызванного кривизной поверхности. Давление столба жидкости высотой h, если ρ — плотность жидкости, равно ρgh. Следовательно,

$$\rho gh = \frac{2\sigma}{r},$$

откуда

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}. \qquad (104)$$

Формула (104) носит название *формулы Жюрена.*

Если трубка не смачивается жидкостью, поверхность жидкости в трубке образует выпуклый мениск. Давление внутри трубки больше давления на поверхность жидкости вне трубки, вследствие чего жидкость будет опускаться на высоту, определяемую формулой (104).

Примеры. 1. На какую высоту поднимается вода при 10 °С между двумя параллельными пластинками, если расстояние между ними 0,8 *мм*?

Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 74$ *дин/см* (см. § 83).

Мениск между пластинками будет иметь цилиндрическую форму, т. е. $r_1 = 0{,}04$ *см*; $r_2 = \infty$. Формула Лапласа для этого случая примет вид

$$p' = \sigma\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{\infty}\right) = \frac{\sigma}{r_1},$$

а высота поднятия определится формулой

$$h = \frac{\sigma}{\rho g r_1} \approx \frac{74}{1 \cdot 980 \cdot 0{,}04}\ см \approx 1{,}9\ см.$$

2. Каково давление воздуха в пузырьке радиуса 0,01 *мм*, находящемся в воде при температуре 10 °С на глубине 5 *м*? Внешнее атмосферное давление нормальное.

Давление складывается из внешнего атмосферного давления p_1, гидростатического давления p_2 на глубине 5 *м* и добавочного молекулярного давления p_3, вызванного пленкой воды, окружающей пузырек. Согласно условию задачи запишем:

$$p_1 = 1\ атм \approx 1{,}013 \cdot 10^5\ н/м^2;$$

$$p_2 = 5\ м \cdot 9{,}81\ (м/сек^2) \cdot 100\ кг/м^3 \approx 0{,}495 \cdot 10^5\ н/м^2;$$

$$p_3 = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2 \cdot 74\ \frac{дин}{см^2}}{0{,}001} \approx 1{,}48 \cdot 10^5\ дин/см^2 \approx 0{,}148 \cdot 10^5\ н/м^2.$$

Суммарное давление равно

$$p \approx (1{,}013 + 0{,}495 + 0{,}148) \cdot 10^5\ н/м^2 \approx 1{,}65 \cdot 10^5\ н/м^2.$$

§ 87. Абсорбция. Закон Генри

Жидкость, не вступающая в химическое взаимодействие с газом, может при соприкосновении с ним поглощать газ. Это явление носит название *абсорбции* (от латинского слова absorbtio — поглощение).

Молекулы газа при своем тепловом движении проникают внутрь жидкости и перемещаются между молекулами последней, а вновь достигая ее поверхности, вырываются наружу. При динамическом равновесии число молекул газа, вылетающих из жидкости, равняется числу молекул газа, проникающих извне в жидкость.

Различные жидкости абсорбируют неодинаково те или иные газы. Так, при 15 °С и нормальном атмосферном давлении 1 *л* воды абсорбирует 1000 $см^3$ углекислого газа, 30 $см^3$ кислорода, 14 $см^3$ азота и т. д. С увеличением давления количество абсорбированного газа возрастает. Экспериментально установлено, что *количество абсорбированного газа жидкостью при данной температуре прямо пропорционально давлению газа*. Это положение носит название *закона Генри* (1803 г.). Закон Генри применим лишь для не слишком больших давлений.

При высоких температурах твердые металлы также обладают свойством поглощать газы. Так, платина и некоторые другие металлы хорошо поглощают водород, железо легко поглощает окись углерода. При остывании металлов поглощенные газы удерживаются ими. Это явление называется *окклюзией* (от латинского слова occludo — запираю).

Вопросы и задачи для повторения

117. Укажите, в чем заключается сходство и различие кристаллических твердых тел с жидкостями. То же, для аморфных твердых тел.

118. Объясните, почему жидкости даже при больших давлениях слабо сжимаются.

119. На одном конце соломинки выдули мыльный пузырь и подвесили другой ее конец к пламени горящей свечи. Почему пламя свечи при этом отклонилось в сторону?

120. Почему маленькие капли ртути, разлитые на столе, имеют форму, близкую к шарообразной, а большие растекаются по столу?

121[1]. На какую высоту поднимается вода в капиллярной трубке площадью поперечного сечения 1 $мм^2$? Температура воды 18 °С.

122. Найти массу воды, поднявшейся в капиллярной трубке диаметра 0,5 *мм* при температуре 18 °С.

123. В двух сообщающихся капиллярных трубках радиусом 0,5 и 2 *мм* каждая разность уровней ртути составляет 10,5 *мм*. Каков коэффициент поверхностного натяжения ртути?

124. Ртутный барометр имеет диаметр трубки 3 *мм*. Какую поправку к показаниям барометра надо внести, если учитывать капиллярное опускание ртути? Температура 20 °С.

125. При заполнении двух сообщающихся капиллярных трубок разного диаметра водой разность уровней воды оказалась равной 2,6 *см*, а при заполнении спиртом — 1 *см*. Зная коэффициент поверхностного натяжения воды, найти коэффициент поверхностного натяжения спирта.

126. На какую высоту опустится ртуть при 20 °С между двумя параллельными пластинками, расстояние между которыми 0,15 *мм*?

[1] В этой и последующих задачах сечение трубки принимать за круг. Коэффициент поверхностного натяжения воды при 18 °С считать равным 0,073 *н/м*.

127. В капиллярной трубке радиусом 0,5 *мм* жидкость поднялась на 1,1 *см*. Какова плотность этой жидкости, если ее коэффициент поверхностного натяжения 22 *дин/см*?

128. На сколько давление в *мм рт. ст.*, под которым находится воздух внутри мыльного пузыря диаметром 0,8 *мм*, больше наружного атмосферного давления? Коэффициент поверхностного натяжения мыльной воды принять равным 60 *дин/см*.

129. Сообщающиеся капиллярные трубки разного диаметра заполнены водой. Как изменится разность уровней воды в трубках при нагревании воды?

ГЛАВА ОДИННАДЦАТАЯ

ТВЕРДЫЕ ТЕЛА

§ 88. Кристаллическое строение твердых тел

Большинство твердых тел имеет *кристаллическое строение*. В твердом теле частицы располагаются в определенном геометрическом порядке, образуя кристаллическую решетку. Существуют также твердые тела, не имеющие такого строения. Это так называемые *аморфные тела*, например стекло, янтарь, вар. Их тоже называют твердыми, но по своему молекулярному строению они должны быть отнесены к жидкостям.

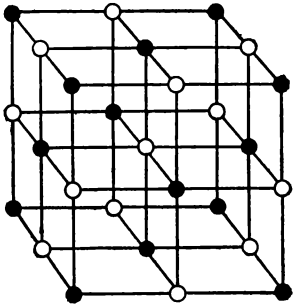


Рис. 78

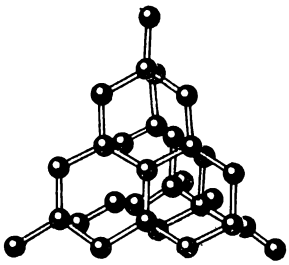


Рис. 79

Кристаллическая решетка может быть образована различными частицами: ионами, атомами и молекулами. В зависимости от этого различают четыре основные группы решеток.

Ионная решетка образована положительными и отрицательными ионами. Связь между частицами в ионных кристаллах, хотя и имеет сложный характер, в значительной степени обусловливается их электрическим взаимодействием по закону Кулона. Ионную решетку имеет подавляющее большинство кристаллов, например поваренная соль (рис. 78).

Атомная решетка образована находящимися в ее узлах нейтральными атомами. Каждые два соседних атома связаны друг с другом общими электронами внешних оболочек атома, так называемыми валентными электронами, которые у них обобществлены. Поэтому такую связь называют ковалентной. Атомную решетку имеет, например, алмаз (рис. 79).

Молекулярная решетка образована молекулами, которые удерживаются в узлах решетки электрическими силами. Однако для молекулярных решеток действие этих сил оказывается слабее, чем для ионных решеток. Поэтому вещества с молекулярной решеткой сравнительно легко деформируются. Типичным примером молекулярного кристалла является двуокись углерода («сухой лед») (рис. 80). Интересно отметить, что только в случае молекулярного кристалла можно выделить отдельные молекулы (на рис. 80 показаны тесные группы из трех атомов — молекулы двуокиси водорода). В ионных металлических и атомных решетках отдельные молекулы выделить не удается.

Четвертый тип связи в кристалле — это металлическая решетка, которая образована положительными ионами металла,

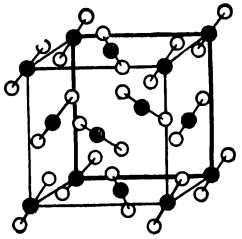


Рис. 80

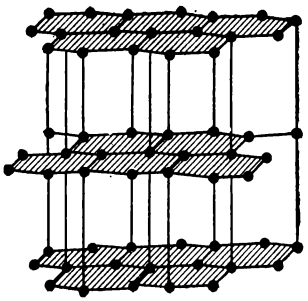


Рис. 81

окруженными свободными электронами. Свободные электроны и связывают между собой положительные ионы металлической решетки. Такая решетка свойственна металлам.

Деление кристаллов по типам связи условно: очень часто связи между частицами в кристаллах по своему характеру приближаются к одному из перечисленных типов, но носят промежуточный, комбинированный характер. В качестве примера можно привести структуру графита (рис. 81). Между атомами углерода одного слоя имеются два типа связи: три электрона образуют три симметрично расположенные в плоскости ковалентные связи и один обобществляется в пределах слоя, т. е. образует металлическую связь. Между соседними слоями осуществляются связи типа тех, которые имеются в кристаллах, построенных из молекул.

Тип решетки определяется не только взаимодействием частиц, но и рядом других причин. Поэтому одно и то же вещество при разных условиях образует неодинаковые типы упаковок. Это явление называется полиморфизмом. Наглядным примером являются кристаллы алмаза и углерода (см. рис. 79, 81), построенные из одних и тех же атомов алмаза. Их физические свойства совершенно различны. Алмаз — самый твердый из всех минералов на Земле, он применяется

для резки стекла, для правки шлифовальных кругов; графит же — один из самых мягких: из него, например, изготавливаются сердечники для карандашей. Графит проводит электрический ток, алмаз не проводит. Кристаллы алмаза хрупки, их легко разбить молотком, кристаллы графита гибки, слоисты.

Твердое тело, все частицы которого образуют одну общую пространственную решетку, носит название монокристалла. Монокристаллами является большинство минералов, встречающихся в природе. Однако крупные монокристаллы встречаются сравнительно редко (исландский шпат, поваренная соль, лед и др.). В настоящее время многие монокристаллы получают искусственно. Если твердое тело состоит из множества мелких монокристаллов, беспорядочно расположенных друг относительно друга, то такое тело называют поликристаллическим. Поликристаллическими телами чаще всего являются металлические отливки.

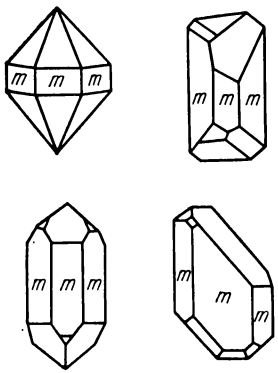


Рис. 82

Характерным признаком монокристаллов является их *анизотропия*, т. е. неодинаковость всех или некоторых их свойств в различных направлениях. Так, например, кристаллы поваренной соли или слюды по одним направлениям раскалываются легче, чем по другим, кристаллы гипса обладают анизотропией теплопроводности, кристаллы исландского шпата — оптической анизотропией, на кристаллах теллура легко наблюдать анизотропию электропроводности, на кристаллах минерала кианита — анизотропию твердости: по одним граням кристаллы кианита легко царапаются просто ногтем, а на других гранях даже хороший нож не оставляет следа, и т. д. Все кристаллы обладают анизотропией роста (не существует кристаллов шарообразной формы).

Монокристаллы имеют природную форму выпуклых многогранников. Одним из важных и характерных для них свойств является их симметрия. По меткому выражению русского ученого Е. С. Федорова, творца современной кристаллографии, кристаллы «блещут своей симметрией». Рассматривая несколько кристаллов одного и того же вещества, например кварца (рис. 82), можно заметить, что у всех образцов углы между сходственными гранями (на рисунке они обозначены буквой *m*) одинаковы. Это так называемый закон постоянства углов. Одним из ученых, открывших его, был М. В. Ломоносов.

§ 89. Деформации твердых тел

Деформацией называется изменение формы и размеров тел под действием внешних сил. Различают деформации упругие и пластические. При упругих деформациях тело после прекращения действия деформирующей силы принимает прежние размеры и форму, при пластических — размеры и форма тела не восстанавливается (оста-

точная деформация). При эксплуатации различных частей конструкций (мостов, шлюзов и других инженерных сооружений) допустимы только упругие деформации.

Вопрос об упругих деформациях подробно изучается в курсе сопротивления материалов, поэтому в данной книге рассматривается только простейшая деформация растяжения или сжатия. Деформация сжатия отличается от деформации растяжения только тем, что имеет противоположный знак.

По закону, установленному Р. Гуком еще в XVII в., *величина упругой деформации пропорциональна действующей силе.*

Деформацию одностороннего растяжения будем характеризовать относительным удлинением, т. е. отношением увеличения длины стержня Δl к его первоначальной длине l, а деформирующую причину — растягивающим напряжением p, равным

$$p = F/S,$$

где F — растягивающая сила; S — площадь поперечного сечения стержня. По закону Гука,

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha p \qquad (*)$$

Коэффициент пропорциональности α называется *коэффициентом упругости.* Он численно равен относительному удлинению стержня под действием растягивающего напряжения, равного единице. Единицей напряжения в СИ является ньютон на квадратный метр ($н/м^2$); в технике его часто измеряют в $кГ/см^2$ или в $кГ/мм^2$.

Величина, обратная α, т. е.

$$E = 1/\alpha,$$

именуется *модулем упругости,* или *модулем Юнга*, которую называют так в честь английского физика Юнга (1773—1829).

Как показывают современные исследования, величина α (так же как и величина разрушающего напряжения) зависит от длительности действия силы. В таблицах приводятся значения E для кратковременного действия силы.

Введя вместо α модуль Юнга E, преобразуем формулу (*):

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} p,$$

откуда

$$p = E \frac{\Delta l}{l},$$

или

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l}. \qquad (105)$$

Модуль Юнга численно равен тому растягивающему напряжению, которое вызывает относительное удлинение стержня, равное

единице, т. е. напряжению, удлиняющему стержень вдвое. В действительности такое напряжение, которое вызывало бы относительную деформацию, равную единице, нельзя приложить к телу, так как оно даже при значительно меньших напряжениях разорвется. Как надо понимать, что модуль Юнга для железа равен 200 *кн/мм*^{2}? Это значит, что под кратковременным действием растягивающего напряжения, равного 200 *кн/мм*^{2}, железный стержень должен был бы удлиниться вдвое, если бы не произошел его разрыв и деформация оставалась бы все время упругой.

§ 90. Изменение внутренней энергии тела при деформации

Чтобы понять природу упругих деформаций, необходимо учесть, что в твердых телах частицы будут находиться в положении равновесия только в том случае, если силы отталкивания и силы притяжения взаимно уравновешены. На рис. 83 показан примерный характер зависимости сил притяжения (кривая *2*) и отталкивания (кривая *1*) от расстояния r между частицами. Там же показана зависимость от расстояния равнодействующей силы F (кривая *3*), равной алгебраической сумме F_1 и F_2.

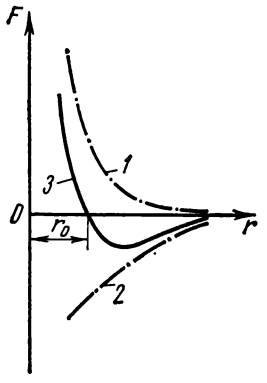


Рис. 83

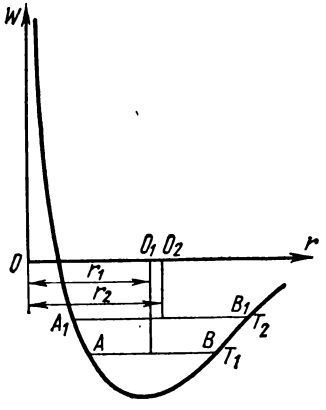


Рис. 84

При растяжении и силы притяжения и силы отталкивания уменьшаются, но так как силы отталкивания изменяются с расстоянием быстрее, чем силы притяжения, то силы притяжения получают перевес и возникает возвращающая упругая сила. При сжатии и силы притяжения и силы отталкивания увеличиваются, но перевес получают силы отталкивания и тоже возникает возвращающая упругая сила. И в том и в другом случаях после прекращения действия деформирующей силы частицы возвращаются в свои положения равновесия.

Растяжение и сжатие связаны с изменением внутренней энергии тела: в обоих случаях внутренняя энергия увеличивается за счет рабо-

ты, совершенной внешними силами. После устранения деформирующей силы тело возвращается в равновесное состояние, соответствующее минимуму внутренней энергии, если деформация была упругой. Таким образом, *упругая деформация имеет энергетический характер.*

Зависимость потенциальной энергии взаимодействия частиц от расстояния между ними можно проследить с помощью графика, представленного на рис. 84. Положению равновесия отвечает минимум потенциальной энергии. При уменьшении или увеличении расстояния между частицами потенциальная энергия возрастает, причем сжатие сопровождается очень резким возрастанием внутренней энергии (кривая идет круто вверх), при растяжении внутренняя энергия возрастает более плавно и в пределе стремится к нулю. Частицы нельзя сблизить неограниченно, в то время как их взаимному удалению нет предела, но при достаточно большом расстоянии между ними произойдет разрыв связи.

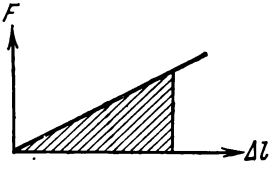


Рис. 85

Изменение внутренней энергии тела при упругой деформации можно найти из следующих соображений: так как по мере удлинения стержня растягивающая сила растет по линейному закону, ее среднее значение может быть найдено как среднее арифметическое значение растягивающей силы вначале, когда она равна нулю, и в конце растяжения, когда она становится равной значению F, соответствующему величине деформации Δl, т. е.

$$F_{ср}=\frac{0+F}{2}=\frac{F}{2}.$$

Работа растягивающей силы

$$A=F_{ср}\cdot\Delta l=\frac{F\cdot\Delta l}{2}.$$

Заменяя F из формулы (105) через $E\cdot S\cdot\Delta l/l$, получим

$$A=\frac{1}{2}\frac{ES}{l}(\Delta l)^2, \qquad (106)$$

т. е. работа по деформации пропорциональна квадрату величины деформации тела.

На рис. 85 показан график зависимости растягивающей силы от удлинения стержня. Заштрихованная площадь выражает работу по деформации.

§ 91. Тепловое расширение твердых тел

Напоминаем сведения, известные из элементарного курса. Пусть при 0 °С длина тела была l_0, а при нагревании его до температуры t она возросла до l_t. Выражение

$$\beta=\frac{l_t-l_0}{l_0 t} \qquad (107)$$

носит название *коэффициента линейного расширения*. Он показывает, на какую долю первоначальной длины l_0 при 0 °С удлинилось тело вследствие нагревания его на 1 *град*.

Единицей измерения β будет градус в минус первой степени (*град*$^{-1}$).

Из формулы (107) следует, что

$$l_t = l_0(1 + \beta t).$$

Двучлен $(1 + \beta t)$ именуется *биномом линейного расширения*.

Аналогичное выражение

$$\alpha = \frac{V_t - V_0}{V_0 t} \tag{107а}$$

называется *коэффициентом объемного расширения* (см. § 42). Единицей измерений α также является *град*$^{-1}$.

Из формулы (107а) следует, что

$$V_t = V_0(1 + \alpha t),$$

где двучлен $(1 + \alpha t)$ называется *биномом объемного расширения*.

Как известно из элементарного курса физики, коэффициенты α и β для изотропных тел связаны формулой

$$\alpha = 3\beta. \tag{108}$$

Выясним природу теплового расширения. Для этого вновь рассмотрим зависимость потенциальной энергии взаимодействия частиц от расстояния. На потенциальной кривой (см. рис. 84) можно отметить крайние положения A и B, до которых будут доходить частицы при своих колебаниях, совершаемых при температуре T_1. Среднее положение частицы соответствует середине отрезка AB, т. е. значению O_1.

При повышении температуры от T_1 до T_2 энергия колеблющейся частицы возрастет и частица перейдет на более высокий энергетический уровень, при этом амплитуда ее колебаний увеличится (размах колебаний станет равным A_1B_1). Ввиду того что потенциальная кривая асимметрична, среднее положение частицы сдвинется с положения O_1 в O_2 и среднее расстояние между частицами увеличится от r_1 до r_2.

Если бы потенциальная кривая была бы симметричной и имела бы форму параболы (а это было бы, если бы колебания атомов носили гармонический характер), то, несмотря на повышение температуры и возрастание потенциальной энергии и амплитуды колебаний, средние расстояния между атомами оставались бы прежними. Поэтому можно сказать, что причиной теплового расширения является ангармоничный характер колебаний частиц.

§ 92. Теплоемкость твердых тел

В 1819 г. французские физики Дюлонг и Пти на основании опытов установили следующий закон: *произведение удельной теплоемкости на массу* 1 *катома* (т. е. атомная теплоемкость) *для всех химически простых кристаллических твердых тел одинаково и равно* 6 *ккал/(катом* $\times$ $\times$ *град)*, или 25,1 *кдж/(катом·град)*.

Закон Дюлонга и Пти приблизительно верен для ряда веществ. Приведем данные об атомных теплоемкостях [в *кдж/(катом·град)*] для некоторых из них:

Алюминий	25,67	Серебро	25,62
Железо	26,58	Цинк	25,50
Медь	24,70		

Тепловое движение частиц, находящихся в узлах кристаллической решетки, в основном сводится к их колебаниям около положения равновесия. Каждое же колебательное движение можно разложить на три прямолинейных колебания вдоль трех координатных осей, поэтому следует полагать, что колеблющиеся частицы твердого тела имеют три степени свободы.

Энергия колеблющейся частицы состоит из суммы ее кинетической и потенциальной энергий, средние значения которых можно считать одинаковыми.

Кинетическая энергия одной частицы (см. § 56) равна $\frac{1}{2}kT$. При трех степенях свободы она принимает значение $\frac{3}{2}kT$. Но среднее значение потенциальной энергии частицы такое же, как и кинетической, тем самым ее полную энергию надо считать равной $\frac{3}{2}kT \cdot 2 = 3kT$.

Килограмм-атом любого вещества содержит столько же атомов, сколько в кмоле вещества имеется молекул, т. е. N (число Авогадро). Поэтому полная энергия частиц одного килограмм-атома или одной килограмм-молекулы составляет

$$3kT \cdot N = 3RT,$$

а атомная теплоемкость будет равна $3R$.

Подставляя вместо R его численное значение, равное 8,31 *кдж/(кмоль·град)*, найдем, что атомная теплоемкость составит примерно 25 *кдж/(кмоль·град)*.

Вывод, сделанный Дюлонгом и Пти на основании опытов и подтвержденный приведенными выше теоретическими соображениями, более или менее верен лишь для комнатных температур.

Для низких температур этот закон неприменим. Опыт показывает, что при понижении температуры теплоемкость кристаллов быстро убывает и при приближении к абсолютному нулю становится крайне малой. Объяснение этому явлению впервые было дано Эйнштейном, а в дальнейшем Дебаем, применившими квантовую теорию. Дебай установил, что при весьма низких температурах внутренняя энергия грамм-атома кристаллического тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры, т. е.

$$U = aT^4, \tag{109}$$

где a — постоянный коэффициент.

Атомная теплоемкость может быть выражена как отношение приращения внутренней энергии dU при повышении температуры грамм-

атома на dT к температуре нагрева, т. е.

$$c_V = \frac{dU}{dT} = 4aT^3. \qquad (110)$$

Приведенная формула выражает *закон Дебая*.

При приближении температуры к абсолютному нулю ($T \to 0$) и атомная теплоемкость становится весьма малой.

§ 93. Сублимация. Адсорбция

Сублимация — это переход кристаллических веществ из твердого состояния непосредственно в газообразное.

Некоторые вещества сублимируют при обычных температурах (камфора, иод и др.), некоторые (магний, цинк) — в вакууме при высоких температурах.

Удельная теплота сублимации равна сумме удельной теплоты плавления и удельной теплоты парообразования.

Явление сублимации обусловливается большой упругостью паров сублимирующих веществ. Оно используется в технике для очистки материалов от примеси.

Если твердое тело находится в атмосфере газа, то молекулы газа, притягиваясь к поверхности тела, как бы прилипают к ней, образуя газовую оболочку, окружающую это тело. Указанное явление получило название *адсорбции* (от латинских слов *ad* — к и sorbeo — поглощаю).

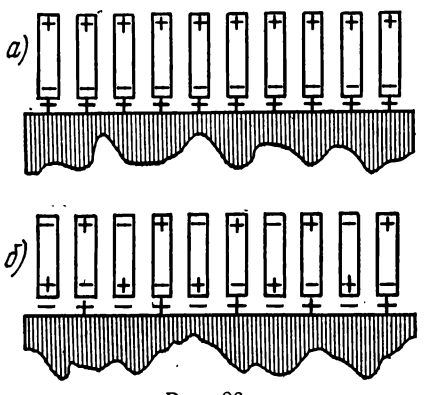


Рис. 86

Для объяснения адсорбции было создано несколько теорий. Наиболее удачной является теория Ленгмюра, развитая советским физиком Б. В. Ильиным. В основном она сводится к следующему. Газовые молекулы в ряде случаев можно рассматривать как диполи, имеющие равные по абсолютному значению и противоположные по знаку заряды. Частицы на поверхности твердого тела, подобно тому, как и на поверхности жидкости (см. § 82), находятся в особом состоянии, так как они окружены соседними молекулами тела только с одной стороны. На рис. 86, *а* показан случай, когда частицы, расположенные на поверхности твердого тела, обращены наружу своими положительно заряженными концами. Очевидно, к ним будут притягиваться газовые диполи отрицательными концами, образуя газовую оболочку. Если положительные и отрицательные заряды на поверхности твердого тела чередуются, это вызовет притяжение диполей газовых молекул такое, как показано на рис. 86, *б*.

Некоторые тела, находящиеся в порошкообразном состоянии, могут адсорбировать громадное количество газа. Так, особо обработан-

ный угольный порошок поглощает очень большое количество различных газов. Это свойство угольного порошка используется в противогазах, а также в вакуумной технике для удаления остатков воздуха в приборах, в которых с помощью насосов уже создан высокий вакуум и требуется удалить оставшееся ничтожное количество воздуха.

Следует отметить, что смазка трущихся поверхностей также зависит от явления адсорбции и связана с ориентацией адсорбированных молекул.

Вопросы и задачи для повторения

130. Как можно доказать, что скорость роста кристалла, помещенного в пересыщенный раствор или расплав, различна по разным направлениям?

131. Почему раму велосипеда можно делать не сплошной, а из стальных трубок?

132. Какую наименьшую длину должна иметь свинцовая проволока, чтобы она разорвалась от собственного веса при ее вертикальном подвешивании за один конец? Предел прочности свинца $19{,}6 \cdot 10^6$ *н/м*^{2}.

133. При океанологических исследованиях, для того чтобы взять пробу грунта со дна, на дно океана на стальном тросе однородного сечения опускают особый прибор. Какова предельная глубина погружения прибора, если предел прочности стали $3{,}4 \cdot 10^8$ *н/м*^{2}? Удельный вес воды равен 9800 *н/м*^{3}, стали $73{,}5 \cdot 10^3$ *н/м*^{2}.

134. Какой груз нужно подвесить к стальной проволоке диаметром 2 *мм*, чтобы получить такое же удлинение, как при нагревании ее на 100°? Коэффициент линейного расширения стали $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$, модуль упругости $21{,}6 \cdot 10^{10}$ *н/м*^{2}.

135. Стальная проволока растягивается грузом, который создает растягивающее напряжение 20 *кГ/мм*^{2}. До какой температуры надо нагреть проволоку, чтобы получить такое же удлинение, как под действием груза?

136. Железная проволока сечением 2 *мм*^{2} при температуре 30 °С натянута горизонтально и закреплена своими концами между двумя неподвижными опорами. С какими силами будет действовать проволока на точки закрепления при понижении температуры до —10° С?

137. Железная балка наглухо заделана между двумя стенами при 0 °С. При повышении температуры она производит давление на стены, препятствующие ее удлинению, равное 400 *кГ/см*^{2}. До какой температуры нагрелась балка?

138. Вычислить удельную потенциальную энергию, накопленную в каждом кубическом сантиметре растянутого стального стержня, если его относительное удлинение равно 0,002.

139. С какой наименьшей скоростью должна лететь свинцовая пуля, чтобы при ударе о неподвижную преграду расплавиться? Полагать, что вся кинетическая энергия пули превратилась во внутреннюю. Температура пули была 127 °С, температура плавления свинца 327 °С, удельная теплоемкость его 126 *дж/(кг·град)*, удельная теплота плавления $26{,}5 \cdot 10^3$ *дж/кг*.

140. Вычислить на основании закона Дюлонга и Пти удельные теплоемкости меди и железа.

ГЛАВА ДВЕНАДЦАТАЯ

ПОЛИМЕРЫ

§ 94. Внутреннее строение полимеров

В последние годы чрезвычайно широкое распространение в народном хозяйстве получили так называемые полимеры (каучуки, волокна, пластмассы), т. е. вещества, молекулы которых состоят из большого числа одинаковых звеньев (мономеров), соединенных химическими связями. Общим для всех этих веществ является необы-

чайно большая молекулярная масса. Приводим массы 1 кмоля (в *кг/кмоль*) некоторых полимеров:

Полиэтилен	до 35 000
Полиметилметакрилат (оргстекло)	» 100 000
Полихлорвинил	» 120 000
Каучук	» 400 000
Полистирол	» 800 000

Широкое применение полимеров основано на своеобразии их физических свойств, которые определяются особенностями их строения.

Молекулы многих полимеров представляют собой длинные цепи. Например, молекула простейшего по структуре полимера — полиэтилена — строится повторением группы CH_2, поэтому формулу полиэтилена можно записать так:

$$-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-\ldots$$

или коротко:

$$[-CH_2-CH_2-]_n$$

(но не $[-CH_2-]_n$, чтобы показать генетическую связь полиэтилена с этиленом).

В молекулах некоторых других полимеров часть атомов водорода заменяются другими атомами или группой атомов. Например, в молекуле полихлорвинила некоторые атомы водорода в группе CH_2 заменены атомами хлора:

$$-CH_2-\underset{\displaystyle Cl}{\underset{|}{CH}}-CH_2-\underset{\displaystyle Cl}{\underset{|}{CH}}-CH_2-\underset{\displaystyle Cl}{\underset{|}{CH}}-CH_2-$$

или коротко:

$$(-CH_2-\underset{\displaystyle Cl}{\underset{|}{CH}}-)_n$$

Исследования показали, что костяк молекулы полиэтилена, полихлорвинила и многих других полимеров составляют атомы углерода, причем они образуют не прямую цепочку, а изогнутую (рис. 87). Линии связи, расходящиеся в молекулах этих полимеров от атома углерода, составляют валентный угол 109,5°. К каждому атому углерода присоединены два атома водорода или заменяющие его элементы. Связь между всеми атомами в молекуле ковалентная, электронные оболочки соседних атомов перекрываются.

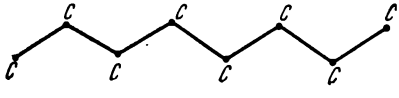


Рис. 87

Отдельные звенья полимерной цепи могут поворачиваться в пространстве с сохранением валентного угла, чем объясняется ее г и б к о с т ь. Разумеется, гибкость цепей различных полимеров различна, так как она зависит от химической природы групп в молекуле. Но

существенно то, что этой гибкостью в той или иной степени обладают молекулы всех полимеров. Поэтому, находясь постоянно в тесном взаимодействии и участвуя в сложном тепловом движении, молекулы изменяют свою форму под влиянием толчков со стороны соседних молекул. Поскольку вытянутая конфигурация только одна, а свернутых — множество, цепная молекула практически всегда находится в свернутом состоянии, как наиболее вероятном.

Наряду с линейными полимерами существуют и пространственные структуры, например вулканизированный каучук, в котором цепные молекулы «сшиты» атомами серы.

Как показал рентгеноструктурный анализ, полимеры могут находиться в аморфном, кристаллическом и аморфно-кристаллическом состояниях. В последнем случае макромолекулы так располагаются относительно друг друга, что на одних участках осуществляется дальний порядок, а на других ближний.

§ 95. Механические свойства полимеров

В зависимости от температуры полимеры могут находиться в одном из трех различных состояний: стеклообразном, высокоэластичном или вязкотекучем.

Полимеры в стеклообразном состоянии не выдерживают больших упругих деформаций, обладают более высокими значениями модуля упругости по сравнению с другими полимерами, проявляют способность к хрупкому разрушению.

Полимеры в высокоэластичном состоянии обратимо деформируются на многие сотни процентов. Модуль упругости для них в миллион раз меньше, чем для стали.

Вязкотекучие полимеры при действии внешних сил подвергаются пластическому течению.

Температурные области существования в этих состояниях у разных полимеров неодинаковы. Области температур, при которых происходит переход из одного состояния в другое, обычно отмечаются при помощи условных температур — температуры стеклования ($T_с$), при которой начинает становиться заметной высокоэластичная деформация, и температуры текучести ($T_т$), при которой становится заметной пластическая деформация. Например, для каучука $T_с \approx -70$ °С, $T_с \approx +100$ °С; для оргстекла $T_с$ — несколько десятков, а $T_т$ — несколько сот градусов.

Характер деформаций полимеров сильно зависит от времени действия силы. Например, каучук, который при обычно встречающемся времени действия силы является эластичным, при очень малом времени ведет себя как стеклообразное вещество, а при очень большом — как вязкотекучее.

Механические свойства полимеров в стеклообразном и вязкотекучем состояниях не представляют собой ничего принципиально нового по сравнению с механическими свойствами низкомолекулярных веществ. Своеобразно высокоэластичное состояние полимеров.

Механические свойства полимеров можно объяснить с точки зрения их структуры. При действии внешних сил конфигурация молекулярных цепей должна изменяться. Например, если в каком-то направлении приложить растягивающее усилие, то скрученные цепи должны в какой-то мере распрямиться в этом направлении.

При низких температурах, когда энергия теплового движения мала, деформация развивается в основном за счет изменения взаимных расстояний между атомами в цепи. Поэтому при низких температурах полимеры мало деформируются и механизм их деформации не отличается от механизма деформации низкомолекулярных стекол.

При нагревании полимера до температуры стеклования T_c тепловое движение усиливается, появляется возможность преодоления сил взаимодействия между молекулами. Поэтому под действием внешних сил изменяется форма молекул. Если приложить растягивающее усилие, то молекулы выпрямляются, т. е. переходят в менее вероятное состояние. Если устранить действие внешней силы, то молекулы в результате теплового движения вновь принимают более вероятные изогнутые формы. Таким образом, природа высокоэластичной деформации принципиально отличается от природы упругой деформации низкомолекулярных соединений.

В случае упругой деформации изменяются расстояния между частицами и увеличивается внутренняя энергия. После снятия напряжения под действием упругой силы частицы возвращаются на свои места, т. е. деформация исчезает и внутренняя энергия тела вновь становится минимальной.

В случае высокоэластичной деформации расстояния между атомами углерода (длины связей С—С) не меняются, следовательно, не меняется и внутренняя энергия. Изменяется лишь форма молекул. Молекулы переходят из более вероятного свернутого в менее вероятное выпрямленное состояние. Таким образом, *природа высокоэластичной деформации не энергетическая, а вероятностная.*

Способность полимеров к пластическому течению при температурах выше $T_т$ объясняется следующим образом. При высоких температурах энергия теплового движения увеличивается настолько, что оказывается возможным не только изменение формы молекул, но и их взаимное перемещение. Поэтому под действием внешней силы полимерные цепи перемещаются относительно друг друга, т. е. происходит необратимое пластическое течение образца.

Зная строение полимеров, легко объяснить, почему на их механические свойства так сильно влияет время действия силы. Большая длина полимерных цепей затрудняет их взаимное перемещение. Поэтому, если тело, эластичное при комнатных температурах, например каучук, подвергнуть очень быстрой деформации, то изменение формы молекул произойти не успевает, каучук ведет себя как обычное низкомолекулярное стекло. В случае если сила действует длительное время, то успевает измениться не только форма молекул, но и их относительное расположение, т. е. образец течет.

По температурам стеклования и текучести можно судить о возможных областях применения полимеров. Например, эластичные материалы должны обладать соответствующими свойствами в возможно более широком интервале температур, причем внутрь этого интервала должна попадать область комнатных температур. Так как температура текучести повышается с увеличением молярной массы, высокоэластичные свойства особенно хорошо выражены у тех полимеров, у которых выше молярная масса.

Пластмассы должны быть достаточно твердыми при обычных температурах, но пластичными (однако химически неразложимыми) при определенных высоких температурах, чтобы возможно было формование изделий. Здесь не требуется широкий интервал температур, соответствующий высокоэластичному состоянию, поэтому и не обязательна очень высокая молекулярная масса.

Одним из способов изменения механических свойств полимеров является *пластификация*, т. е. смешение полимера с некоторым количеством низкомолекулярного вещества. В качестве пластификаторов применяются разнообразные органические соединения. Так как при этом облегчается перегруппировка молекул, то понижаются температуры стеклования и текучести.

Понижение $T_т$ дает возможность формовать пластмассы при более низких температурах (а некоторые вообще без пластификации не формуются). Понижение $T_с$, например, повышает морозостойкость каучука.

Широко распространенным способом изменения механических свойств каучука является его в у л к а н и з а ц и я, при которой происходит образование пространственной структуры — линейные цепочки сшиваются атомами серы. При этом уменьшается пластичность и увеличивается прочность. При введении в каучук 1—3% серы получается резина, а при введении 45% серы — эбонит, материал с совершенно иными механическими свойствами, в частности с отсутствием эластичности.

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

ГЛАВА ТРИНАДЦАТАЯ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЗАРЯДЫ. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

§ 96. Два рода электричества. Закон сохранения заряда

Еще в VII в. до н. э. было замечено, что янтарь, потертый о шерстяную ткань, приобретает свойство притягивать к себе различные предметы. Это явление было описано греческим ученым Фалесом. Долгое время считали, что это свойство присуще только янтарю, чем и объясняется происхождение слова «электричество» («электрон» — по-гречески значит янтарь). Оно было впервые введено в 1600 г. английским ученым Гильбертом. Гильберт также установил, что электризацию можно сообщить и многим другим телам: стеклу, если его потереть о кожу, сере, если ее потереть руками, и т. д.

Французский ученый Дюфе установил наличие двух родов электричества, а американский общественный деятель и ученый Франклин ввел термины «положительное» и «отрицательное» электричество. Совершенно случайно электризация стекла при трении его о кожу получила название «положительной», а электризация кожи — «отрицательной». Англичанин Грей в 1729 г. ввел разделение тел на проводники и непроводники (изоляторы).

На основании многочисленных опытов Фарадей установил закон сохранения заряда: *алгебраическая сумма зарядов всех тел изолированной системы сохраняется неизменной при любых явлениях или процессах внутри системы.* Например, если эбонитовая палочка и шерстяная ткань ранее не имели электрических зарядов, а в результате трения палочки о ткань эта последняя наэлектризовалась положительно, а палочка — отрицательно, то заряды ткани и палочки по абсолютному значению оказываются одинаковыми, а по знаку противоположными, т. е. их алгебраическая сумма по-прежнему осталась равной нулю.

Термином «заряд» обозначают физическое свойство некоторых элементарных частиц (электронов, протонов, мезонов и др.), которое проявляется при их взаимодействии посредством электромагнитного поля. Поэтому лучше говорить о взаимодействии заряженных тел или частиц, а не о взаимодействии зарядов. Однако для сокращения речи, как это принято, мы в дальнейшем будем иногда говорить о взаимодействии зарядов.

§ 97. Закон Кулона

Как известно из элементарного курса, в 1785 г. Ш. Кулон на основании опытов с крутильными весами установил, что *сила взаимодействия двух заряженных тел, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними, прямо пропорциональна произведению их зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.*

Тела, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними, называются т о ч е ч н ы м и. Заметим, что часто, вместо того

чтобы говорить о зарядах точечных тел, говорят о «точечных зарядах». Размеры точечных тел могут быть сколь угодно большими — важно лишь, чтобы они были малы по сравнению с расстоянием между ними. Одни и те же заряженные тела в одних случаях можно считать точечными, а в других — нельзя.

Кулон установил также, что силы взаимодействия двух точечных заряженных тел всегда направлены по прямой, соединяющей эти тела, в противоположные стороны (в соответствии с третьим законом Ньютона). Если заряды одноименны, то имеет место отталкивание, если же они разноименны — происходит их притяжение.

Опыт показывает, что сила взаимодействия зарядов зависит и от среды, в которой находятся заряды. Любое вещество, разделяющее заряды, уменьшает силу их взаимодействия по сравнению с вакуумом в ε раз. Величина ε получила название *диэлектрической проницаемости вещества*.

Закон Кулона можно выразить формулой

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}, \qquad (111)$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц. Если использовать систему единиц СГС, т. е. условиться выражать силу в динах, а расстояние — в сантиметрах, то k будет зависеть только от того, какой заряд будет принят за единицу.

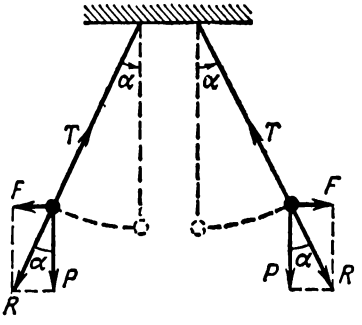


Рис. 88

Для упрощения закона Кулона целесообразно выбрать такую единицу заряда, при которой коэффициент пропорциональности k сделается равным единице. Тогда формула (111) примет вид

$$F = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}. \qquad (111а)$$

Следовательно, *за единицу заряда в системе СГС следует принять такой точечный заряд, который на расстоянии в* 1 *см в вакууме взаимодействует с равным себе точечным зарядом с силой в* 1 *дин*. Эта единица получила название *единицы заряда системы* СГС, построенной на применении системы СГС и основного закона электростатики, и обозначается $СГС_q$.

Силу взаимодействия зарядов можно найти следующим образом. Подвесим на шелковых нитях два одинаковых маленьких шарика, сообщив им одноименные заряды (рис. 88). На каждый шарик будут действовать две силы: сила электрического отталкивания F и сила тяжести шарика P, которые дадут равнодействующую силу R. Нить будет отклоняться до тех пор, пока не расположится по направлению этой равнодействующей. Только в этом случае момент силы R относительно точки подвеса нити сделается равным нулю. Из чертежа видно, что

$$F = P \operatorname{tg} \alpha,$$

т. е. сила взаимодействия зарядов равна произведению силы тяжести шарика на тангенс угла отклонения нити.

В настоящее время основной системой единиц является СИ. Единицей заряда в этой системе служит *кулон*. Он определяется как *количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника в* 1 *сек при силе тока в* 1 *а*. Единица силы тока ампер известна из элементарного курса, более точное ее определение будет дано в дальнейшем.

Как всякий коэффициент пропорциональности, k в формуле закона Кулона (111) численно равен значению функции F, если все аргументы (q_1, q_2, r, ε) равны соответствующим единицам. Вычисления показывают, что $k = 9 \cdot 10^9$, т. е. *два точечных заряда по* 1 *к каждый взаимодействуют в вакууме* ($\varepsilon = 1$) *на расстоянии, равном* 1 *м друг от друга, с силой* $9 \cdot 10^9$ *н*.

Следовательно, закон Кулона в СИ будет выражаться формулой

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}. \qquad (111б)$$

Для упрощения некоторых формул, в частности формулы емкости плоского конденсатора, особенно часто применяемой на практике, целесообразно так преобразовать закон Кулона, чтобы в знаменателе формулы стоял множитель 4π. Для этой цели умножают числитель и знаменатель выражения (111б) на 4π и получают

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{4\pi q_1 q_2}{4\pi \varepsilon r^2}.$$

Так как $4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 = \frac{1}{8{,}85 \cdot 10^{-12}}$, то окончательное выражение закона Кулона в СИ имеет вид

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \varepsilon r^2}.$$

Величина $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ носит наименование *электрической постоянной* и обозначается буквой ε_0. Как будет показано далее, ее размерность оказывается *фарада/м*.

В дальнейшем закон Кулона будем записывать в СИ таким образом:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2}, \qquad (111в)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость среды (берется из таблицы).

§ 98. Электрическое поле

Опыт показывает, что взаимодействие заряженных тел наблюдается не только в воздухе, но и в вакууме, т. е. в пространстве, не занятом веществом. Более того, в этом случае оно даже несколько сильнее, из чего следует, что если вещество и оказывает влияние на взаимодействие наэлектризованных тел, то лишь ослабляет его и, следовательно, отнюдь не является посредником во взаимодействии.

Пользуясь категориями диалектического материализма, который не признает действия на расстоянии без материального посредника, и теорией относительности, которая утверждает, что любое взаимодействие передается с конечной скоростью, не бóльшей скорости света в вакууме, можно утверждать, что любая заряженная частица (или заряженное тело) окружена одним из видов материи, посредством которой и осуществляется это взаимодействие. Этот вид материи именуют *электромагнитным полем*. Электрический заряд в современной теории называют источником электромагнитного поля. В случае относительно неподвижных заряженных частиц или тел электромагнитные поля, связанные с ними, называют *электростатическими*.

Материя в виде электростатического поля существенно отличается от материи в виде вещества, к полю неприменимы многие механические представления. Например, с полем нельзя связывать систему отсчета; можно говорить о действии поля на заряженное тело, но нельзя говорить о действии заряженного тела на поле, т. е. в этом случае неприменим третий закон Ньютона.

К полям применим так называемый принцип с у п е р п о з и ц и и (наложение полей), который утверждает, что в одной и той же области пространства может существовать сколько угодно полей и веществ, причем каждое поле действует на заряженные частицы или на тяготеющие массы так, как если бы других полей в этой области пространства не было.

Поле непрерывно и бесконечно, однако энергия поля распределена дискретно в виде квантов.

Чтобы составить более конкретное представление об электрическом поле, нужны новые понятия.

§ 99. Напряженность

Единственным внешним проявлением электростатического поля является его воздействие на заряженные тела. Поэтому для изучения поля заряженного тела необходимо иметь другое, «пробное» заряженное тело — пробный заряд, который удовлетворяет условию точечности и настолько мал по величине, что не вызывает перераспределения заряженных частиц на теле, поле которого мы исследуем.

Помещая такое пробное тело, заряд которого q', в разные точки поля, мы обнаружим, что на него в этих точках действуют разные силы, отличающиеся друг от друга как по величине, так и по направлению. Если же будем помещать в о д н у и т у ж е т о ч к у п о л я пробные тела с различными зарядами: q'_1, q'_2, q'_3 и т. д., то силы, действующие на них, будут разными, соответственно равными F_1, F_2, F_3 и т. д., а отношение силы к величине пробного заряда будет оставаться неизменным: чем больше пробный заряд, тем бóльшая сила со стороны поля будет действовать на него, т. е.

$$\frac{F_1}{q'_1} = \frac{F_2}{q'_2} = \frac{F_3}{q'_3} = \text{const}.$$

Направления этих сил будут одинаковы.

Следовательно, поле в каждой точке можно охарактеризовать векторной величиной, которая по направлению совпадает с вектором силы, действующей на пробный заряд, внесенный в данную точку поля.

Эта векторная величина называется *напряженностью электрического поля* и выражается формулой

$$E = \frac{F}{q'}. \tag{112}$$

Если $q' = 1$, то E будет численно равна F. Поэтому *напряженность в данной точке поля можно характеризовать как силу, действующую на единичный пробный заряд, внесенный в данную точку поля для его исследования.*

За единицу напряженности электрического поля в СИ принимают напряженность в такой точке поля, в которой на единичный пробный заряд, равный 1 *к*, действует сила в 1 *н*, т.е.

$$[E] = \frac{1\ н}{1\ к} = 1\ н/к.$$

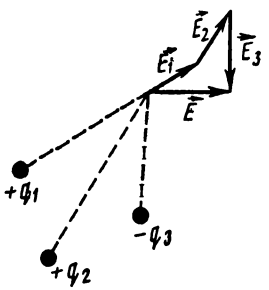


Рис. 89

Предположим, что имеются два заряда q_1 и q_2, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. Изучим поле, образованное ими, и затем сравним полученные значения напряженности с теми напряженностями, которые создаются каждым из этих зарядов в отдельности. Напряженность общего поля, образуемого системой зарядов q_1 и q_2, будет равна геометрической сумме напряженностей, создаваемых этими зарядами в отдельности.

Тот же результат будет наблюдаться при трех, четырех и вообще при любом числе заряженных тел (рис. 89): *напряженность результирующего поля в каждой точке пространства всегда оказывается равной геометрической сумме напряженностей полей, образуемых этими зарядами порознь:*

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} + \dots .$$

Это свойство называют *свойством наложения электрических полей.*

Из соотношения (112) вытекает, что сила, действующая на заряд q', помещенный в точку поля с напряженностью E, может быть найдена по формуле

$$F = Eq'. \tag{112а}$$

При вычислении силы, действующей на заряд со стороны окружающего поля, это поле мысленно делится на «внешнее» по отношению к нему поле и «собственное» поле этого заряда, причем это последнее в расчет не принимается: под действием собственного поля заряд не может прийти в движение.

§ 100. Напряженность поля точечного заряда. Однородное электрическое поле

Рассмотрим электрическое поле, образованное точечным зарядом, и, основываясь на законе Кулона, установим зависимость его напряженности от заряда и расстояния до него.

По определению, напряженность электрического поля измеряется отношением силы F, действующей на пробный положительный заряд q', помещенный в данную точку поля, к заряду, т. е.

$$E = F/q'.$$

Если q — заряд, создающий поле, а r — расстояние данной точки от него, то, по закону Кулона (111 в),

$$F = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2},$$

и, следовательно,

$$E = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2 q'} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}. \qquad (113)$$

Напряженность электрического поля точечного заряда прямо пропорциональна заряду, создающему поле, и обратно пропорциональна квадрату расстояния до него.

В векторной форме, указывающей также и направление $\vec{E}$, это выражение имеет вид

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\vec{r}. \qquad (113а)$$

Если q положительно, то вектор напряженности совпадает по направлению с радиусом-вектором, проведенным от заряда, образующего поле, к данной точке; если же q отрицательно, то $\vec{E}$ противоположен по направлению этому радиусу-вектору.

Для определения напряженности электрического поля в том случае, когда заряд тела нельзя считать точечным, пользуются следующим приемом. Всю поверхность заряженного тела мысленно разбивают на отдельные участки, столь малые, что их заряды можно считать точечными, и поле, существующее вблизи этого тела, рассматривают как результат наложения элементарных полей, созданных этими зарядами. Напряженность электрического поля, образованного каждым таким элементарным зарядом dq, можно выразить по формуле

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\vec{r}, \qquad (113б)$$

где r — расстояние от заряда dq до исследуемой точки поля. Затем надо геометрически сложить все эти элементарные напряженности, т. е. проинтегрировать выражение (113б) по всей поверхности заряженного проводника:

$$\vec{E} = \int_S d\vec{E}.$$

Если напряженность электрического поля меняется от точки к точке по абсолютному значению или по направлению, то поле назы-

вается неоднородным. Если же напряженность электрического поля в некоторой области пространства остается неизменной по абсолютному значению и всюду имеет одно и то же направление, то говорят об однородном поле. Такое однородное поле, как мы увидим, существует вблизи равномерно заряженной бесконечной плоскости и между двумя заряженными бесконечными плоскостями.

Кроме того, рассматривая достаточно малый объем неоднородного поля, в ряде случаев можно также считать его однородным.

§ 101. Поле диполя

Электрическим диполем называется система из двух точечных тел, заряды которых равны по абсолютному значению и противоположны по знаку, т. е. $+q$ *и* $-q$. Прямая, проходящая через заряды, называется *осью диполя. Плечом диполя* именуется векторная величина, направленная по оси диполя от отрицательного заряда к положительному и равная по абсолютному значению расстоянию l между зарядами.

Величина, равная произведению заряда $+q$ на плечо $\vec{l}$, называется *электрическим моментом диполя,* т. е.

$$\vec{p}=q\vec{l}. \tag{114}$$

Электрический момент диполя — векторная величина, направление которой совпадает с направлением плеча диполя.

Найдем напряженность E электрического поля для точки O на оси диполя на расстоянии r от его середины (рис. 90). Она будет складываться из напряженностей полей, созданных зарядом $+q$ и зарядом $-q$:

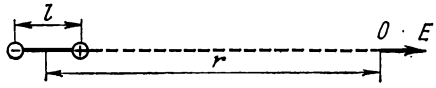


Рис. 90

$$E=E_1-E_2.$$

Знак минус указывает, что $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ имеют противоположные направления. Из формулы (113) запишем численные значения напряженности:

$$E_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\,(r-l/2)^2};\quad E_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\,(r+l/2)^2},$$

следовательно,

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left[\frac{1}{(r-l/2)^2}-\frac{1}{(r+l/2)^2}\right],$$

т. е.

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left[\frac{(r+l/2)^2-(r-l/2)^2}{(r-l/2)^2\cdot(r+l/2)^2}\right]. \tag{*}$$

Если расстояние r значительно превышает длину плеча диполя, т. е. $r\gg l$, то можно пренебречь членами, содержащими l во второй и более высоких степенях, и выражение (*) примет вид

$$E\approx\frac{2ql}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3},$$

или

$$E\approx\frac{2p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}. \tag{115}$$

Для точек, расположенных на перпендикуляре к середине оси диполя (рис. 91), в случае, если $r \gg l$, аналогичный расчет приводит к выводу

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}. \qquad (115а)$$

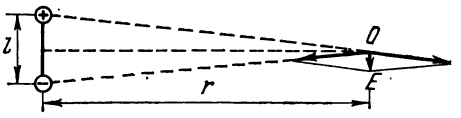


Рис. 91

В обоих случаях напряженность поля диполя обратно пропорциональна кубу расстояния от его середины.

В более общем случае, когда ось диполя составляет угол α с прямой, соединяющей его середину с точкой O поля, вычисления показывают, что напряженность поля в точке O равна

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\sqrt{3\cos^2\alpha + 1}. \qquad (115б)$$

В частном случае, когда точка O лежит на оси диполя, угол обращается в 0, а $\cos\alpha = 1$ и формула (115б) принимает вид

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\sqrt{3+1} = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}.$$

Напряженность поля имеет максимальное значение, определяемое выражением (115).

При расположении точки O на перпендикуляре к середине оси диполя угол $\alpha = 90°$, а $\cos\alpha = 0$ и формула (115б) принимает вид

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\sqrt{0+1} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3},$$

т. е. напряженность приобретает минимальное значение, определяемое формулой (115а).

§ 102. Линии вектора напряженности

Чтобы облегчить описание электрического поля, вводят понятие о линиях вектора E. *Линией напряженности электрического поля, или электрической силовой линией, называется линия, касательная к которой в каждой ее точке дает направление вектора напряженности электрического поля* (рис. 92).

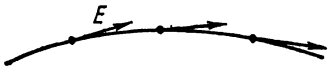


Рис. 92

Если бы пробный точечный заряд совсем не обладал инерцией и при своем движении в электрическом поле мог реагировать на малейшие изменения направления его напряженности, то он описал бы именно такую линию. *За направление электрической силовой линии принимают направление движения вдоль нее пробного заряда.*

Понятие об электрической силовой линии — это математическое понятие, облегчающее описание поля вектора E. Через каждую точку электрического поля можно провести свою силовую линию. Электрические силовые линии не могут пересекаться, так как это означало бы, что в точке пересечения существует два направления напряженности электрического поля. В электростатическом поле, т. е. в поле, обра-

зованном неподвижными зарядами, силовые линии всегда начинаются на поверхности положительно заряженного тела и оканчиваются либо у поверхности другого заряженного тела, имеющего отрицательный заряд, либо уходят в бесконечность. Замкнутых силовых

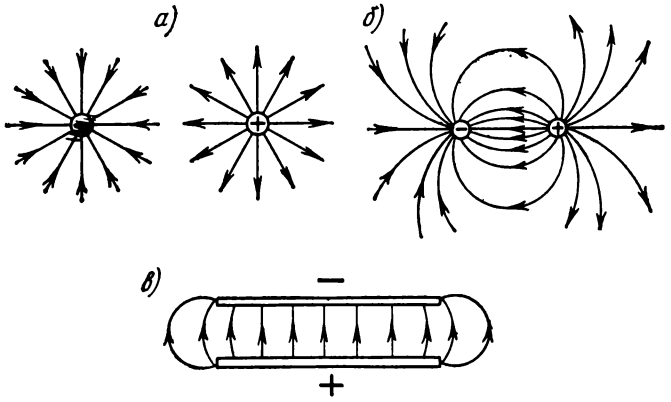


Рис. 93

линий в электростатическом поле быть не может.

Определив с помощью пробного заряда направление $\vec{E}$ в разных точках, можно изобразить поле графически с помощью электрических силовых линий. Совокупность электрических силовых линий, изображающих поле, называют электрическим спектром. На рис. 93 показаны электрические спектры поля, образованного точечными зарядами (рис. 93, *а*), поля диполя (рис. 93, *б*) и поля, существующего в пространстве между двумя параллельными друг другу металлическими пластинами, заряженными разноименно (рис. 93, *в*). В последнем случае поле интересно в том отношении, что если пластины расположены близко друг от друга, то в центральной части пространства между ними его можно считать однородным — силовые линии здесь параллельны друг другу. Однако по мере приближения к краям пластин однородность поля нарушается и его силовые линии искривляются. Это явление носит название краевого эффекта.

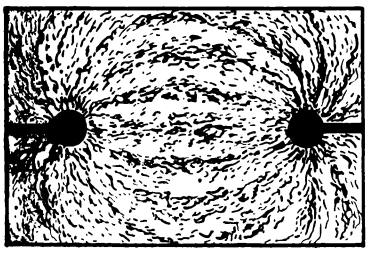


Рис. 94

Электрические спектры можно получить на опыте. Если на стеклянную пластинку наклеить маленький кружок из станиоля или фольги (модель точечного заряда), два станиолевых кружка (модель диполя) или две параллельные полоски станиоля и насыпать на поверхность стекла кристаллы гипса, имеющие удлиненную форму, то при

соответствующей электризации пластинок станиоля кристаллы гипса образуют цепочки, дающие картину силовых линий электростатического поля. Хотя таким способом можно получить лишь двумерную картину поля, тем не менее он часто применяется при экспериментальном исследовании электрических полей. Рис. 94 изображает полученный таким способом электрический спектр поля диполя.

§ 103. Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского — Гаусса

Чтобы установить общую закономерность связи поля вектора E с электрическими зарядами, его образующими, вводится понятие потока вектора напряженности.

Предположим, что нам известна напряженность поля в каждой его точке и, следовательно, можно изобразить это поле графически с помощью силовых линий. Условимся проводить силовые линии с такой густотой, чтобы число их, проходящее через поверхность в 1 $м^2$, расположенную нормально к ним, было равно величине напряженности электрического поля в соответствующей его части. Если, например, в некоторой точке поля напряженность равна 4500 единицам напряженности СИ, то через поверхность в 1 $м^2$, расположенную нормально к силовым линиям, надо условно провести 4500 линий.

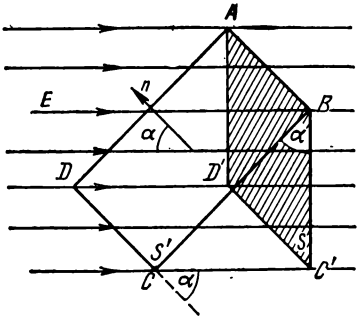


Рис. 95

Число силовых линий, проведенных в указанном выше масштабе через некоторую поверхность, помещенную в электрическом поле, носит название *потока напряженности через эту поверхность*.

Если площадка в S $м^2$ расположена в однородном электрическом поле нормально к силовым линиям, то поток напряженности

$$N = ES, \tag{116}$$

где E — напряженность поля.

Если площадка $ABCD$ с площадью S' помещена в однородное поле так, что силовые линии образуют с нормалью к площадке угол α (рис. 95), то поток напряженности равен

$$N = ES' \cos \alpha = ES' \cos \left(\widehat{\vec{E}, \vec{n}}\right), \tag{116а}$$

так как площадь $ABC'D'$ является проекцией площади $ABCD$ на плоскость, перпендикулярную силовым линиям.

Если поверхность находится в неоднородном поле, то ее необходимо разбить на элементарные площадки ΔS и для каждой площадки

подсчитать элементарный поток напряженности по формуле

$$\Delta N = E \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha.$$

Общий поток напряженности, пронизывающий всю поверхность, будет равен

$$N = \sum E \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha. \qquad (116б)$$

Определим поток напряженности электрического поля через замкнутую сферическую поверхность, в центре которой находится положительный точечный заряд q.

Силовые линии из точечного положительного заряда, находящегося в центре сферы, исходят радиально, т. е. направлены нормально к поверхности сферы. Следовательно, $\alpha = 0$ и $\cos \alpha = 1$. Формула (116б) принимает вид

$$N = \sum E \, \Delta S. \qquad (*)$$

Напряженность поля в любой точке поверхности сферы радиуса r одинакова и равна

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2},$$

вследствие чего выражение (*) принимает вид

$$N = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2} \sum \Delta S.$$

Но поверхность сферы $\sum \Delta S = 4\pi r^2$, поэтому

$$N = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon}. \qquad (117)$$

Если бы в центре сферы находился отрицательный заряд, то силовые линии имели бы противоположное направление, т. е. входили внутрь сферы, и для потока напряженности получалось бы отрицательное значение.

Расчет, основанный на применении закона Кулона, приведет к тому же результату и в случае, если заряд q будет расположен не в центре сферы, а в какой-нибудь другой точке внутри нее. Более того, основываясь на законе Кулона, можно показать, что полученный результат не зависит также и от формы замкнутой поверхности, окружающей заряд q: *поток напряженности электрического поля через любую замкнутую поверхность, окружающую точечный заряд q, всегда равен* $q/\varepsilon_0\varepsilon$. Если q положительно, то и поток $\vec{E}$ через эту поверхность также положителен, если q отрицательно, то и поток $\vec{E}$ отрицателен.

Если замкнутая поверхность проведена в электрическом поле так, что заряженное тело оказывается вне ее, то поток напряженности электрического поля через нее равен нулю. В самом деле, если какая-нибудь силовая линия входит внутрь поверхности, то она непременно пересечет ее еще раз, выходя из нее. При подсчете линий первый раз ее считают отрицательной, а второй

раз — положительной, что в сумме даст нуль. Если случится, что линия пересекает поверхность не два, а большее число раз, то число пересечений всегда будет четным и общее число силовых линий, пересекающих поверхность, неизменно окажется равным нулю.

Если внутри замкнутой поверхности будет расположен не один точечный заряд, а несколько, то вследствие наложения электрических полей общий поток напряженности через нее будет равен алгебраической сумме потоков напряженностей составляющих полей:

$$N = \frac{q_1}{\varepsilon_0 \varepsilon} + \frac{q_2}{\varepsilon_0 \varepsilon} + \ldots + \frac{q_n}{\varepsilon_0 \varepsilon},$$

т. е.

$$N = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \sum q, \tag{118}$$

где под $\Sigma\, q$ понимают алгебраическую сумму зарядов, охватываемых этой поверхностью. Если внутри поверхности находятся равные по абсолютному значению положительный и отрицательный заряды, то поток напряженности электрического поля через нее равен нулю.

Поскольку всякий заряд можно представить в виде совокупности точечных зарядов, то выражения (117) и (118) справедливы и в тех случаях, когда заряды тел нельзя считать точечными по отношению к поверхности, окружающей эти тела.

Полученный нами результат представляет собой *теорему Остроградского — Гаусса*, которую можно сформулировать следующим образом: *поток вектора напряженности через любую замкнутую поверхность, окружающую электрические заряды, равен* $\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \sum q$, *где* $\Sigma\, q$ — *алгебраическая сумма зарядов тел, оказавшихся внутри этой поверхности.*

§ 104. Применения теоремы Остроградского — Гаусса

Рассмотрим некоторые применения теоремы Остроградского — Гаусса при вычислении напряженности электрического поля в тех случаях, когда заряды нельзя считать точечными, но их поле обладает известной нам симметрией.

Прежде всего введем новое понятие, характеризующее распределение заряда на поверхности проводника. Выделим на поверхности проводника малую площадку, окружающую некоторую точку. Пусть заряд этой площадки Δq, а ее площадь ΔS.

Предел отношения $\Delta q / \Delta S$ при $\Delta S \to 0$ выражает *поверхностную плотность зарядов* σ в этой точке:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \left[\frac{\Delta q}{\Delta S}\right]. \tag{119}$$

Если поверхностная плотность заряда проводника имеет всюду одно и то же значение, то говорят, что этот проводник заряжен равномерно. В этом случае поверхностная плотность заряда численно равна заряду, приходящемуся на единицу поверхности.

В системе СИ единицей измерений σ будет $к/м^2$, в системе СГС — $СГС_q/см^2$.

1. *Напряженность электрического поля равномерно заряженной сферы.* Пусть общий заряд сферы равен q. Поскольку она заряжена равномерно, поле, окружающее ее, очевидно, должно обладать сферической симметрией: его напряженность будет иметь в каждой точке направление радиуса-вектора, проведенного в нее из центра сферы, если ее заряд положителен, или противоположное ему направление, если заряд сферы отрицательный.

Для определения напряженности в некоторой точке A, расположенной на расстоянии r от центра сферы (рис. 96), проведем мысленно через эту точку новую сферическую поверхность, концентрическую с заряженной сферой. Все точки этой поверхности будут иметь одинаковую напряженность E, так как они равноудалены от заряженной сферы, создающей поле. Поток напряженности через описанную поверхность

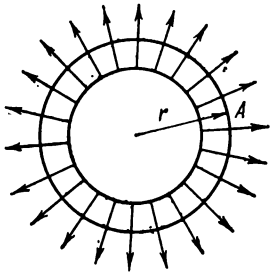


Рис. 96

$$N = E \cdot 4\pi r^2.$$

По теореме Остроградского — Гаусса, этот поток равен $q/\varepsilon_0\varepsilon$, т. е.

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon},$$

откуда

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}. \qquad (120)$$

Напряженность электрического поля равномерно заряженной сферы определяется по той же формуле, что и в случае точечного заряда, как если бы весь заряд сферы был сосредоточен в ее центре.

2. *Напряженность поля равномерно заряженной бесконечной плоскости.* Предположим, что имеется равномерно заряженная бесконечная плоскость, причем поверхностная плотность заряда на ней равна σ. Легко понять, что электрическое поле такой плоскости однородно и силовые линии его нормальны к ней. Эти сведения о структуре поля, основанные на соображениях симметрии, дают возможность подобрать такую форму для замкнутой поверхности в этом поле, поток $\vec{E}$ через которую можно было бы легко выразить через искомую напряженность. Наиболее удобной в данном случае будет замкнутая поверхность, имеющая форму цилиндра с образующей, перпендикулярной к заряженной плоскости, и основаниями, параллельными ей, проведенная так, чтобы внутри нее оказался участок заряженной плоскости (рис. 97). При вычислении потока вектора E через площадь S надо учитывать, что половина потока направлена в одну сторону от нее, а половина — в другую, поэтому можно записать

$$N = 2E \cdot S; \qquad (*)$$

по теореме Остроградского — Гаусса имеем

$$N=\frac{\Sigma q}{\varepsilon_0\varepsilon},$$

где Σq — общий заряд, заключенный внутри данной поверхности. В нашем случае он равен

$$\Sigma q=\sigma S.$$

Следовательно,

$$2E\cdot S=\frac{\sigma\cdot S}{\varepsilon_0\varepsilon},$$

откуда

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \qquad (121)$$

3. *Напряженность поля двух бесконечных параллельных плоскостей, имеющих разноименные заряды с плотностями* $+\sigma$ *и* $-\sigma$. На рис. 98

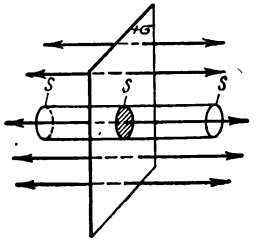


Рис. 97

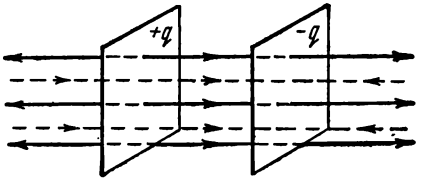


Рис. 98

обнаружены силовые линии, исходящие из левой поверхности, несущей положительный заряд $+q$, и входящие в правую поверхность, имеющую отрицательный заряд $-q$.

Напряженность поля каждой отдельной плоскости (см. п. 2) равна по абсолютному значению $\sigma/2\varepsilon_0\varepsilon$. В пространстве между плоскостями силовые линии имеют одинаковое направление, напряженности полей при этом складываются и общая напряженность равна

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon},$$

т. е.

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}. \qquad (122)$$

Напряженность поля вне пластин равна нулю, так как по абсолютному значению напряженности, создаваемые каждой из них, равны, но противоположны по знаку.

Плоский конденсатор также имеет две параллельные пластины, несущие заряды $+q$ и $-q$. Пренебрегая краевым эффектом, что возможно для случая, когда линейные размеры пластин весьма велики по сравнению с расстоянием между ними, можно считать, что напряженность поля между его пластинами также равна $\sigma/\varepsilon_0\varepsilon$, или

$$E=\frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon S}, \qquad (123)$$

где S — площадь одной из пластин.

В пространстве вне пластин конденсатора $E = 0$.

4. *Напряженность поля вблизи равномерно заряженной нити.* Нить длиной L несет равномерно распределенный на ней заряд q. Чтобы найти напряженность электрического поля на расстоянии r от нити, окружим ее цилиндрической поверхностью так, чтобы сама нить являлась осью цилиндра (рис. 99). По теореме Остроградского — Гаусса, общий поток напряженности равен $q/\varepsilon_0\varepsilon$, а через 1 $м^2$ поверхности цилиндра (если пренебречь краевым эффектом) пройдет $q/\varepsilon_0\varepsilon\, S$ силовых линий [1], где S — боковая поверхность цилиндра, равная $2\pi rL$. Но напряженность поля E численно равна количеству силовых линий, проходящих через площадку в 1 $м^2$, расположенную нормально силовым линиям. Следовательно,

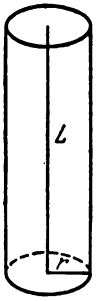


Рис. 99

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon \cdot 2\pi rL},$$

или

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}, \qquad (124)$$

где $\tau = q/L$ — линейная плотность заряда на нити, выраженная в кулонах на метр ($к/м$).

§ 105. Примеры решения задач

1. Определить силу притяжения электрона к ядру атома водорода, если радиус электронной орбиты равен $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ $м$. С какой скоростью движется электрон по этой орбите? Масса электрона $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ $кг$, заряд электрона $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ $к$.

Решение. По закону Кулона (111б), сила притяжения

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{(5{,}3 \cdot 10^{-11})^2}\ н \approx 8{,}2 \cdot 10^{-8}\ н.$$

При движении электрона по орбите сила F притяжения его к ядру является центростремительной силой, т. е. $F = (mv^2)/r$, откуда

$$v = \sqrt{\frac{Fr}{m}} = \sqrt{\frac{8{,}2 \cdot 10^{-8} \cdot 5{,}3 \cdot 10^{-11}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}}\ \frac{м}{сек} \approx$$

$$\approx 2{,}2 \cdot 10^6\ м/сек.$$

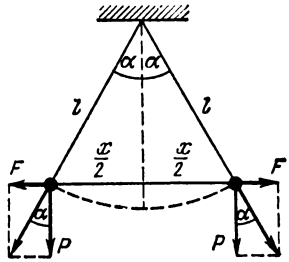


Рис. 100

2. На шелковых нитях длиной по 0,6 $м$ висят, соприкасаясь друг с другом, два маленьких шарика массой по 8 $мг$ каждый. На какое расстояние разойдутся шарики, если каждому из них сообщить заряд по $5 \cdot 10^{-9}$ $к$ (рис. 100)?

Как видно из рис. 100,

$$\operatorname{tg}\alpha = F/P,$$

где α — угол отклонения нити; F — сила отталкивания шариков; $P = mg$ — сила тяжести шарика.

[1] При этом не учитываются силовые линии, проходящие через основания цилиндра. Это допустимо лишь в том случае, когда r весьма мало по сравнению с L, т. е. формула (124) пригодна для точек поля, расположенных вблизи очень длинной нити и вдали от ее концов.

Обозначим расстояние между шариками через x. По закону Кулона,

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{q^2}{x^2}$$

и тогда

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{9 \cdot 10^9 q^2}{mgx^2}.$$

Из чертежа следует, что $\sin\alpha = \frac{x/2}{l} = \frac{x}{2l}$, где l — длина нити. Следовательно, полагая приближенно, что $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$, имеем

$$\frac{9 \cdot 10^9 q^2}{mgx^2} \approx \frac{x}{2l},$$

откуда

$$x \approx \sqrt[3]{\frac{9 \cdot 10^9 2q^2 l}{mg}}.$$

Подставляем вместо m, g, q, l их значения, выраженные в СИ, и производим вычисления:

$$x \approx \sqrt[3]{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}6}{8 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8}}\ м \approx 0{,}15\ м.$$

3. Два точечных заряда $q_1 = -3 \cdot 10^{-7}$ к и $q_2 = +1{,}2 \cdot 10^{-6}$ к (рис. 101) находятся на расстоянии 0,12 м друг от друга. В какой точке напряженность электрического поля, созданного этими зарядами, равна нулю?

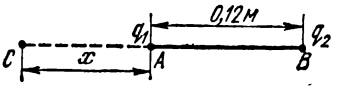


Рис. 101

Такая точка будет находиться на продолжении прямой AB, так как лишь в этом случае напряженность поля от одного заряда может быть равной по абсолютному значению и противоположной по знаку напряженности поля от второго заряда. Эта точка должна находиться на продолжении прямой AB со стороны меньшего по абсолютному значению заряда, т. е. лежать влево от точки A. Действительно, она не может находиться между зарядами (обе напряженности в этом случае имеют одинаковый знак). Правее точки B напряженность от заряда q_2 всегда больше по абсолютному значению, чем от заряда q_1.

Обозначим расстояния искомой точки от A через x. В этой точке $E = E_1 - E_2 = 0$, откуда $E_1 = E_2$, т. е.

$$\frac{3 \cdot 10^{-7}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x^2} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-6}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon (x+0{,}12)^2}.$$

Решаем это уравнение

$$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(x+0{,}12)^2};\quad x^2 - 0{,}08x - 0{,}0048 = 0;\quad x = (0{,}04 \pm 0{,}08)\ м.$$

Следовательно, $x = 0{,}12$ м, так как второй корень ($x_2 = -0{,}04$ м) не подходит.

Вопросы и задачи для повторения

141. Заряжая электроскоп стеклянной или эбонитовой палочкой, лучше провести палочкой по шарику электроскопа, а не просто прикоснуться к нему. Почему?

142. Каков физический смысл коэффициента k в законе Кулона? В каком случае он равен единице? Каково его значение при применении СИ?

143. Два точечных заряда, находясь на расстоянии 20 см друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. На каком расстоянии нужно поместить эти заряды в масле, чтобы получить ту же силу взаимодействия? Диэлектрическую проницаемость масла считать равной 5.

144. Во сколько раз сила ньютоновского притяжения между двумя протонами меньше силы их кулоновского отталкивания? Заряд протона численно равен заряду электрона; массу протона полагать равной массе атома водорода.

145. Две одинаковые капельки воды заряжены одинаковыми зарядами по 8×10^{-17} *к* каждая. Какова должна быть масса каждой капельки, чтобы сила электрического отталкивания уравновесила силу взаимного притяжения?

146. Два маленьких шарика массами по 0,2 *г* каждый подвешены на шелковых нитях длиной 13 *см*. После сообщения им равных зарядов они разошлись на расстояние 10 *см* между их центрами. Определить силу их отталкивания в этом положении и заряд каждого из них.

147. Два одинаковых маленьких шарика имеют заряды в 10^{-7} *к* и $3 \cdot 10^{-7}$ *к*. Шарики были приведены в соприкосновение и вновь удалены на прежнее расстояние. Как и во сколько раз изменилась сила их взаимодействия?

148. Расстояние между двумя точечными зарядами $+3 \cdot 10^{-9}$ *к* и -10^{-8} *к* равно 0,4 *см*. В какой точке на прямой линии, проходящей через эти заряды, напряженность поля равна нулю?

149. В точках *A* и *B*, расстояние между которыми 10 *см*, находятся два заряда по $+100$ СГС$_q$. Третий заряд $+10$ СГС$_q$ расположен в точке C на расстоянии 5 *см* по перпендикуляру, восставленному к середине отрезка *AB*. Найти общую силу, с которой два первых заряда действуют на третий.

150. Шар радиусом 3 *см* заряжен электричеством с поверхностной плотностью заряда 10^{-10} *к*/*см*^{2}. Определить напряженность электрического поля в точке, удаленной от центра шара на расстояние 6 *см*, если шар помещен в среду с диэлектрической проницаемостью, равной 2.

151. Очень длинная прямая проволока несет электрический заряд, равномерно распределенный по всей длине. Напряженность поля на расстоянии 0,8 *м* от проволоки против ее середины равна 1,2 *в*/*см*. Определить линейную плотность заряда на проволоке.

ГЛАВА ЧЕТЫРНАДЦАТАЯ

ПОТЕНЦИАЛ

§ 106. Работа при движении заряда в электростатическом поле

Пусть точечный положительный заряд q' перемещается на расстояние dl в электростатическом поле под действием силы F, составляющей угол α с направлением движения. При этом производится элементарная работа $dA = F \cdot dl \cdot \cos\alpha$. Но $F = Eq'$, где E — напряженность поля. Следовательно,

$$dA = Eq' \cdot dl \cdot \cos\alpha = Eq'dr.$$

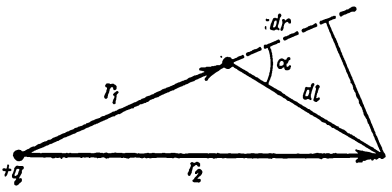


Рис. 102

В частном случае, когда поле связано с точечным положительным зарядом q, а перемещение заряда q' происходит между точками поля, находящимися от заряда q на расстояниях r_1 и r_2 (рис. 102), работа A, совершенная при этом, равна

$$A = q' \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dl \cdot \cos\alpha = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right). \qquad (125)$$

Из формулы видно, что работа не зависит от формы пути, по которому происходит движение заряда q', а зависит только от начального

и конечного положений передвигающегося заряда, а также от заряда, создающего поле, и диэлектрической проницаемости среды.

Если перемещение пробного заряда q' происходит в электростатическом поле, образованном не одним зарядом, а совокупностью зарядов q_1, q_2, q_3,..., q_n, то работа равнодействующей силы равна алгебраической сумме работ составляющих сил.

Работа считается положительной в том случае, если она совершается силами поля (при этом происходит уменьшение потенциальной энергии взаимосвязи зарядов q' и q). Она считается *отрицательной, если происходит под действием внешней силы* (в таком случае происходит увеличение потенциальной энергии взаимосвязи зарядов q' и q).

В том случае когда движение заряда происходит по замкнутому пути, т. е. конечная точка перемещения совпадает с начальной, работа равна нулю. Действительно,

$$\oint_L E \cdot dl \cdot \cos\alpha = 0.$$

Отметим, что этот интеграл носит название *циркуляции вектора напряженности вдоль замкнутого контура L.*

Поля, в которых работа по любому замкнутому контуру равна нулю, называют потенциальными. Стало быть, равенство нулю циркуляции вектора напряженности по любому контуру служит доказательством потенциального характера электростатического поля.

§ 107. Определение потенциала. Единицы потенциала

Вычисленная по формуле (125) работа позволяет найти изменение потенциальной энергии взаимосвязи заряда q и q' при перемещении последнего с расстояния r_1 от заряда q до расстояния r_2. Для характеристики абсолютного значения энергии надо найти работу сил поля по перемещению заряда q' из данной точки поля в точку, где поле отсутствует, т. е. в точку, бесконечно удаленную от заряда q, что соответствует $r_2 = \infty$.

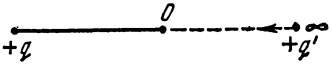


Рис. 103

Пусть поле образовано положительным точечным зарядом q. Будем перемещать в точку O (рис. 103) из бесконечности пробный положительный заряд q'. Этот заряд будет отталкиваться от заряда q; для его передвижения надо приложить внешнюю силу, которая станет совершать работу A. Если бы перемещать не заряд q', а в n раз больший заряд, то и работа A возросла бы в n раз. Отношение же A/q' для данной точки поля останется величиной постоянной, являющейся его важной характеристикой. Она обозначается буквой φ.

Совершенная внешней силой работа вызывает изменение энергии поля. За счет этой энергии поле, перемещая заряд q' из точки O в бесконечность, совершает такую же по абсолютному значению работу A. Величина

$$\varphi = \frac{A}{q'} \tag{126}$$

носит название *потенциала данной точки поля.*

При $q' = 1$ потенциал φ численно равен A, т. е. *потенциал в данной точке поля есть физическая величина, измеряемая работой, которую совершают силы поля при перемещении единичного пробного заряда из этой точки в бесконечность.*

Если поле образовано отрицательным зарядом, то перемещение пробного положительного заряда q' из данной точки за пределы поля требует совершения работы внешней силы против сил поля. В этом случае потенциал данной точки поля будет о т р и ц а т е л ь н ы м.

Потенциал φ будет равен единице в том случае, если числитель и знаменатель дроби (126) будут равны соответствующим единицам.

За единицу потенциала в СИ *принят потенциал такой точки поля, для перемещения из которой в бесконечность положительного заряда в* 1 *к силы поля совершают работу в* 1 *дж.* Эта единица потенциала в честь ученого Вольта получила название вольта (*в*):

$$1\ в = 1\ дж/1\ к.$$

Единица потенциала в системе СГС

$$1\ СГС_\varphi = \frac{1\ эрг}{1\ СГС_q}.$$

Установим связь между вольтом и $СГС_\varphi$:

$$1\ в = \frac{1\ дж}{1\ к} = \frac{10^7\ эрг}{3 \cdot 10^9\ СГС_q} = \frac{1}{300}\ СГС_\varphi.$$

§ 108. Разность потенциалов

Пусть потенциал некоторой точки O_1 поля равен φ_1, а потенциал другой точки O_2 поля равен φ_2. Подсчитаем работу $A_{1,2}$ при перемещении заряда q' из точки O_1 в O_2. Согласно формуле (126) найдем $A_1 = \varphi_1 q'$, т. е. ту работу, которую совершают силы поля при перемещении заряда q' из точки O_1 в бесконечность. Аналогично работа при перемещении заряда q' из точки O_2 в бесконечность будет равна $A_2 = \varphi_2 q'$. Работа при перемещении заряда q' из точки O_1 в точку O_2 будет равна разности между A_1 и A_2:

$$A_{1,2} = A_1 - A_2.$$

Подставляя вместо A_1 и A_2 их значения, получим

$$A_{1,2} = (\varphi_1 - \varphi_2)\, q'. \tag{127}$$

Работа при перемещении заряда из одной точки поля в другую равна произведению разности потенциалов этих точек на заряд, перемещающийся в поле.

Из формулы (127) можно найти, что

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{1,2}}{q'},$$

т. е. разность потенциалов двух точек поля измеряется работой поля при перемещении единичного пробного заряда из одной точки поля в другую ($q' = 1$).

При определении потенциала по формуле (126) за нуль принимается потенциал точки, лежащей в бесконечности, но иногда удобнее определять потенциал относительно Земли, т. е. принимать за нуль потенциал Земли.

Формула (127) аналогична формуле для подсчета работы силы тяжести при падении тела массой m с высоты h_1 над горизонтом до высоты h_2:

$$A = mg(h_1 - h_2). \qquad (*)$$

Подобно тому как работа силы тяжести, вычисленная по формуле (*), не зависит от формы пути падающего тела, а зависит только от разности высот ($h_1 - h_2$), так же и работа перемещения заряда в электрическом поле не зависит, как было указано ранее, от формы пути, по которому перемещается заряд q', а зависит лишь от его значения и разности потенциалов в начальной и конечной точках его пути.

Действительно, если бы при перемещении заряда q' из точки O_1 в точку O_2 по некоторому пути совершалась работа A_1, а по другому пути — бóльшая работа A_2, то, заставляя передвигаться заряд из точки O_1 в точку O_2 по пути, при котором совершается бóльшая работа, а обратно перемещая его в точку O_1 по пути, на котором $A_1 < A_2$, мы имели бы выигрыш в работе, равный разности ($A_2 - A_1$), т е. осуществили бы вечный двигатель первого рода, что невозможно.

Подсчитаем, какую энергию приобретает электрон при перемещении в поле между точками с разностью потенциалов в 1 *в*.

Из формулы (127) находим работу при перемещении заряда, равного по абсолютному значению $1{,}6 \cdot 10^{-18}$ *к*, между точками с разностью потенциалов в 1 *в*. Эту работу именуют электрон-вольтом и обозначают *эв*. Она будет равна

$$1{,}6 \cdot 10^{-19}\ к \cdot 1\ в = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ дж = 1{,}6 \cdot 10^{-12}\ эрг.$$

§ 109. Потенциал поля точечного заряда

Найдем выражение для потенциала в некоторой точке O, находящейся на расстоянии r_0 от точечного заряда q (рис. 104). Для этого, согласно определению потенциала точки поля (см. § 107), нужно вычислить работу, совершаемую полем при выталкивании единичного положительного заряда из точки O в бесконечность. Так как сила F будет при этом изменяться, то необходимо сначала подсчитать ту

элементарную работу, которая совершается при перемещении заряда q' в поле заряда q на бесконечно малое расстояние dr:

$$dA = F \cdot dr = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\, dr,$$

и, чтобы найти работу заряда q' при его перемещении из данной точки в бесконечность, надо проинтегрировать это выражение в пределах от r_0 до ∞:

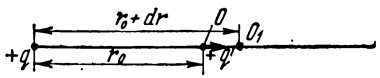


Рис. 104

$$A = \int_{r_0}^{\infty} \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\, dr = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_0}.$$

Подставив это выражение в формулу (126), получим

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_0}. \qquad (128)$$

Если поле образовано системой точечных зарядов, то работу, совершенную при удалении пробного заряда из данной точки в бесконечность, можно найти на основании свойства наложения электрических полей как алгебраическую сумму работ, совершаемых каждым из этих полей в отдельности:

$$A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n,$$

откуда

$$\varphi = \frac{A}{q'} = \frac{A_1}{q'} + \frac{A_2}{q'} + \ldots + \frac{A_n}{q'},$$

где индекс при A соответствует номеру заряда, поле которого, выталкивая пробный заряд из данной точки в бесконечность, совершает эту работу.

Но отношение A_1/q' есть потенциал поля, созданного в данной точке зарядом q_1; A_2/q' — потенциал поля в той же точке, созданной зарядом q_2, и т. д. Следовательно,

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n = \sum_{k=1}^{n} \varphi_n.$$

§ 110. Изопотенциальные поверхности и их свойства

Геометрическое место точек поля, обладающих равными потенциалами, называется изопотенциальной, или эквипотенциальной, поверхностью. В случае уединенного точечного заряда изопотенциальные поверхности, как это следует из § 109, представляют собой концентрические сферы.

Рассмотрим свойства изопотенциальных поверхностей.

1. *Работа при перемещении заряда по изопотенциальной поверхности равна нулю.* Это вытекает из выражения работы поля при перемещении в нем заряда:

$$A = q'(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Если учесть, что потенциалы любых двух точек, лежащих на изопотенциальной поверхности, равны, т. е. $\varphi_1 = \varphi_2$, разность $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$.

2. *Силовые линии всегда нормальны к изопотенциальной поверхности.* Если бы это было не так, то на изопотенциальной поверхности существовала бы касательная к ней, составляющая напряженности электрического поля E, т. е. E_t, и работа при перемещении заряда по изопотенциальной поверхности была бы отличной от нуля (рис. 105).

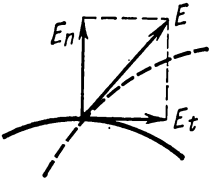


Рис. 105

3. *Поверхность проводника в электростатическом поле всегда является изопотенциальной поверхностью.* Это следует из того, что силовые линии электростатического поля, как было выше доказано, всегда нормальны к поверхности проводника. Если бы существовала касательная — составляющая напряженности электрического поля ($E_t \neq 0$), то под ее действием заряды на поверхности проводника пришли бы в движение, которое продолжалось бы до тех пор, пока потенциалы всех точек поверхности проводника не сделались одинаковыми.

Найдем потенциал проводящего шара с радиусом r_0, имеющего заряд q. Поскольку напряженность электрического поля, окружающего этот шар, имеет всюду такое же значение, как если бы весь заряд шара был сосредоточен в его центре (см. § 104), потенциал изопотенциальной поверхности, совпадающей с поверхностью шара, может быть найден по формуле

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_0}.$$

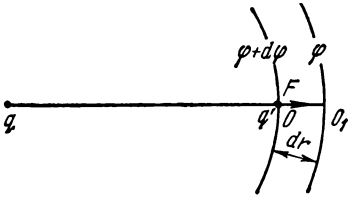


Рис. 106

4. *Силовые линии указывают направление быстрейшего изменения потенциала точек поля.* Действительно, если силовые линии нормальны к изопотенциальным поверхностям, то отрезок силовой линии между двумя смежными изопотенциальными поверхностями, потенциалы которых отличаются на $\Delta\varphi$, короче отрезка всякой другой прямой, образующей с силовой линией угол, отличный от нуля, и, следовательно, отношение $\Delta\varphi/\Delta r$ имеет наибольшее значение для силовой линии.

Так как потенциал является скалярной величиной, то можно описывать электрическое поле как поле скаляра (скалярное поле), изображая его графически с помощью изопотенциальных поверхностей.

5. Работа при перемещении заряда q' из точки O поля, образованного зарядом q, в бесконечно близкую точку O_1, находящуюся от O на расстоянии dr, равна $F \cdot dr$, так как силу F при бесконечно малом перемещении можно считать постоянной (рис. 106). Эту работу

можно вычислить [см. (127)] как произведение заряда q' на разность потенциалов между точками O и O_1, т. е. на $d\varphi$:

$$F \cdot dr = -q' \cdot d\varphi.$$

Это произведение надо взять со знаком минус, так как возрастание r вызывает соответственное уменьшение φ. Из этого равенства можно записать

$$\frac{F}{q'} = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Но отношение F/q' есть напряженность E поля в точке O, а $d\varphi/dr$ — градиент потенциала. Таким образом,

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \qquad (129)$$

Напряженность в данной точке поля численно равна градиенту потенциала с обратным знаком.

Из этой формулы следует, что напряженность однородного электрического поля равна падению потенциала, приходящемуся на единицу длины силовой линии. Если условиться проводить изопотенциальные поверхности с такой густотой, чтобы потенциалы двух смежных изопотенциальных поверхностей отличались на единицу потенциала, то число этих поверхностей, пересекающих единицу длины силовой линии, будет равно напряженности электрического поля. Чем больше напряженность электрического поля, тем ближе друг от друга будут проходить изопотенциальные поверхности.

Соотношение (129) позволяет установить новую единицу напряженности электрического поля, часто применяемую на практике, — вольт на метр (*в/м*). Это *напряженность такого однородного поля, в котором на расстоянии* 1 *м вдоль силовой линии потенциал изменяется на* 1 *в.*

Исследования показали, что Земля окружена электрическим полем, напряженность которого у ее поверхности составляет [1] в среднем $E_З = 120$ *в/м*, причем силовые линии этого поля направлены к центру Земли, что свидетельствует об ее отрицательном заряде. Пользуясь формулой (120) и зная $E_З$ и радиус Земли ($r \approx 6{,}4 \cdot 10^6$ *м*), можно найти ее общий заряд:

$$q = E_З \cdot 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2 = 5{,}4 \cdot 10^5 \text{ к}.$$

§ 111. Опыт Милликена по определению заряда электрона

Еще в 1881 г. Гельмгольц высказал предположение о существовании элементарного электрического заряда (атома электричества). В дальнейшем многие факты подтвердили правильность мысли, высказанной Гельмгольцем. Однако только в 1911 г. американский физик Р. Милликен определил достаточно точно значение этого заряда.

[1] Значение напряженности электрического поля Земли колеблется в зависимости от погоды.

На рис. 107 показана схема установки опыта Милликена. В верхней пластинке A плоского конденсатора сделано отверстие, через которое по трубке K вбрызгивались капельки масла. За их падением производилось наблюдение с помощью микроскопа M. При отсутствии электрического поля на каплю радиуса r действовали ее сила тяжести, архимедова сила и сила сопротивления, определяемая по формуле Стокса, в результате чего возникало равномерное движение капли со скоростью u, равной

$$u = \frac{2}{9}\frac{r^2(\rho_1 - \rho_2)g}{\mu},$$

где ρ_1 — плотность масла; ρ_2 — плотность воздуха.

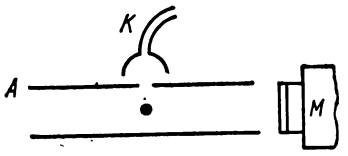


Рис. 107

Из этой формулы можно было вычислить радиус капельки.

Так как при вбрызгивании капельки она приобретала некоторый электрический заряд q, то при создании поля между пластинами конденсатора с напряженностью $E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d$ скорость ее падения изменялась и делалась равной u_1. Измеряя эту скорость, можно было найти заряд q капельки по формуле

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_1 - \rho_2)g - qE = 6\pi r u_1 \mu.$$

В результате многочисленных опытов оказалось, что заряд капельки всегда был кратным некоторой величине e, равной $4{,}77 \cdot 10^{-10}$ СГС$_q$. При ионизации воздуха изменялся заряд капельки, но всегда на эту же величину. Так как капелька может приобрести или потерять только целое число электронов, то легко сделать вывод, что вычисленный Милликеном заряд являлся зарядом электрона.

Опыты, проведенные в 1912 г. А. Ф. Иоффе, подтвердили результат, полученный Милликеном. В настоящее время более точно установлено, что заряд электрона

$$e = 4{,}803 \cdot 10^{-10}\ \text{СГС}_q = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ к.$$

§ 112. Примеры решения задач

1. Найти потенциал точки поля, находящейся на расстоянии $r_1 = 0{,}1$ *м* от поверхности шара радиусом $r_2 = 0{,}03$ *м*, имеющего поверхностную плотность заряда $\sigma = 10^{-5}$ *к/м*^{2}.

Р е ш е н и е. По формуле (128) имеем $\varphi = q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r$, где

$$q = \sigma S = \sigma \cdot 4\pi r_2^2 = 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot (0{,}03)^2\ к \approx 1{,}1 \cdot 10^{-7}\ к,$$

а $r = r_1 + r_2 = 0{,}13$ *м* — расстояние от центра шара до точки поля, потенциал которой определяется. Следовательно,

$$\varphi = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-7}}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}13}\ в \approx 7{,}7 \cdot 10^{-3}\ в.$$

2. Два одноименных точечных заряда $q_1 = 10^{-7}$ *к* и $q_2 = 2 \cdot 10^{-7}$ *к* находятся на расстоянии $r_1 = 0{,}8$ *м* друг от друга. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния $r_2 = 0{,}2$ *м*?

Р е ш е н и е. Пусть заряд q_2 перемещается в поле заряда q_1. При этом совершается работа $A = q_2(\varphi_2 - \varphi_1)$. Так как

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1}, \quad \text{а} \quad \varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_2},$$

то

$$A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{10^{-7}\cdot 2\cdot 10^{-7}}{4\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{1}{0{,}2} - \frac{1}{0{,}8}\right) \text{ дж} \approx 6{,}8\cdot 10^{-4} \text{ дж}.$$

3. Какую скорость приобретает электрон, перемещаясь в электрическом поле между точками с разностью потенциалов 6,2 *в*?

Р е ш е н и е. Работа при перемещении электрона в электрическом поле

$$A = 6{,}2 \text{ эв} \approx 6{,}2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19} \text{ дж} \approx 9{,}9\cdot 10^{-19} \text{ дж}.$$

В результате этой работы электрон приобретает кинетическую энергию $W = (mv^2)/2$. Так как $A = W$, то имеем

$$v = \sqrt{\frac{2A}{m}} \approx \sqrt{\frac{2\cdot 9{,}9\cdot 10^{-19}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\ \frac{м}{сек}} \approx 1{,}5\cdot 10^6 \text{ м/сек},$$

где $m = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ *кг* — масса электрона.

4. Сколько электронов содержит заряд пылинки массой $m = 10^{-11}$ *г*, если она удерживается в равновесии между двумя горизонтальными пластинами, заряженными до разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = 76{,}5$ *в*? Расстояние между пластинами $d = 5$ *мм*. С каким ускорением будет двигаться пылинка, если она лишится 20 электронов?

Р е ш е н и е. Из условия равновесия следует, что сила тяжести пылинки равна силе электрического поля, т. е. $P = F_{эл}$, или $mg = q(\varphi_1 - \varphi_2)/d$, где q — заряд пылинки, откуда находим $q = mg\cdot d/(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Решаем задачу в СИ:

$$P = mg \approx 10^{-14}\cdot 9{,}81 \text{ н} \approx 9{,}81\cdot 10^{-14} \text{ н};$$
$$d = 5 \text{ мм} = 5\cdot 10^{-3} \text{ м};$$
$$\varphi_1 - \varphi_2 = 76{,}5 \text{ в}.$$

Производим вычисления:

$$q \approx \frac{9{,}81\cdot 10^{-14}\cdot 5\cdot 10^{-3}}{76{,}5} \text{ к},$$

а число электронов

$$n = \frac{q}{e} \approx \frac{9{,}81\cdot 10^{-14}\cdot 5\cdot 10^{-3}}{76{,}5\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}} \approx 40.$$

При потере 20 электронов электрическая сила, уравновешивающая силу тяжести P, уменьшается вдвое, т. е. на пылинку будет действовать сила, равная $P/2$, она сообщит пылинке ускорение $g/2$, т. е. 4,9 *м/сек*^{2}.

Вопросы и задачи для повторения

152. На расстоянии r от точечного заряда потенциал и напряженность поля оказались соответственно равными E и φ. Каковы значения этих величин на расстоянии $2r$ от того же точечного заряда?

153. Начертите графики изменения E и φ в зависимости от расстояния r точки поля до заряда, создающего это поле.

154. Между двумя равноименно заряженными горизонтальными плоскостями находится в равновесии заряженная пылинка. Какое движение она будет совершать, если потеряет часть своего заряда? Начертите схему установки.

155. Определить заряд, перемещающийся между точками поля с разностью потенциалов 150 *в*, если при этом была совершена работа $3\cdot 10^4$ *эрг*.

156. Заряд 10^{-7} *к* переместился в поле с разностью потенциалов 30 *в*. Какова при этом совершенная работа? Выразить ее в электрон-вольтах.

157. Шарик массой 0,04 *г*, заряженный положительным зарядом в 10^{-9} *к*, движется со скоростью 10 *см/сек*. На какое расстояние может приблизиться шарик к положительному точечному заряду, равному 4 СГС$_q$?

158. Выразить в электрон-вольтах (*эв*) энергию электрона, летящего со скоростью 1000 *км/сек*.

159. Какая ускоряющая разность потенциалов необходима для того, чтобы сообщить протону (ядро атома водорода) скорость, равную 10 000 *км/сек*? Начальная скорость протона равна нулю.

160. Пылинка массой $3 \cdot 10^{-12}$ *г*, несущая на себе один электрон, находится между горизонтально расположенными пластинами плоского конденсатора. При какой разности потенциалов между пластинами пылинка будет в равновесии, если расстояние между ними 8 *мм*?

161. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе заряженная капелька ртути находится в равновесии при напряженности электрического поля 600 *в/см*. Заряд капли равен $8 \cdot 10^{-19}$ *к*. Найти радиус капли.

162. Мыльный пузырь с зарядом $2{,}22 \cdot 10^{-10}$ *к* находится в равновесии в поле горизонтально расположенного плоского конденсатора. Найти расстояние между пластинами конденсатора, если масса пузыря равна 0,01 *г* и разность потенциалов между пластинами 22,1 *кв*.

ГЛАВА ПЯТНАДЦАТАЯ

ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ. ЭНЕРГИЯ ПОЛЯ

§ 113. Диэлектрическая проницаемость

В § 97 было указано, что сила взаимодействия зарядов в том случае, если заряды находятся в какой-либо среде, в ε раз меньше, чем в вакууме. Величина ε получила наименование диэлектрической проницаемости вещества. Рассмотрим вопрос об этой величине несколько подробнее.

В тридцатых годах прошлого столетия Фарадей экспериментально установил, что если между пластинами плоского конденсатора поместить стекло, эбонит или какой-либо иной диэлектрик, то разность потенциалов между ними уменьшится в ε раз, причем ε всегда больше единицы.

Так как напряженность E однородного поля плоского конденсатора равна $(\varphi_1 - \varphi_2)/d$, где d — расстояние между пластинами, то, очевидно, с уменьшением разности потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ в ε раз, уменьшится в ε раз и напряженность поля конденсатора, т. е.

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}, \tag{130}$$

где E_0 — напряженность электрического поля в вакууме, а E — напряженность того же поля в диэлектрике.

Итак, *диэлектрическую проницаемость вещества можно определить как отношение напряженности электрического поля в вакууме к напряженности этого же поля в диэлектрике, если диэлектрик заполняет все пространство, занятое полем.*

Приводим значения ε для ряда веществ:

Воздух (при норм. условиях) 1,0006	Сера 4
Бумага, парафин, керосин . . . . . ~2	Дерево . . . . от 2 до 8
Эбонит, сургуч, янтарь . . . . . от 2 до 3	Стекло . . . . от 4 до 7
Лед 2,85	Слюда . . . . . от 6 до 8
	Фарфор . . от 5,6 до 6,3
	Мрамор . . . . ~8
	Вода 81,7

Советскими физиками И. В. Курчатовым и П. П. Кобеко в 1930—1934 гг. было обнаружено, что у сегнетовой соли ($NaKC_4H_6O_6 \cdot 4H_2O$) диэлектрическая проницаемость достигает очень большого значения. При этом оказалось, что в отличие от других веществ, диэлектрическая проницаемость которых не зависит от напряженности электрического поля, у сегнетовой соли она резко меняется в зависимости от E и температуры. Аналогичные свойства были обнаружены у титаната бария $BaTiO_3$. При температуре 20 °С диэлектрическая проницаемость титаната бария при определенных напряженностях поля достигала 1000—2000, а при наличии некоторых примесей — 8000. У сегнетовой же соли при температурах от —20 до +25 °С при некотором значении E диэлектрическая проницаемость доходит даже до 200 000. Все вещества, обладающие большим ε, зависящим от E, получили общее название *сегнетоэлектриков*.

§ 114. Поляризация диэлектриков

Уменьшение напряженности поля между пластинами конденсатора при введении между ними диэлектрика можно объяснить только появлением на его концах, обращенных к пластинам, зарядов противоположного знака, чем те заряды, которые имеют сами пластины.

Каким же образом возникают эти заряды? Вспомним, что каждая нейтральная молекула диэлектрика является сложной электрической системой, в состав которой входят как положительные, так и отрицательные заряды. Можно ввести понятие об электрических центрах этих зарядов. В том случае когда центры отрицательных и положительных зарядов не совпадают, молекула называется полярной и представляет собой как бы диполь (см. § 101), электрический момент которого равен произведению абсолютного значения одного из образующих его зарядов на расстояние между ними. Вследствие теплового движения при отсутствии внешнего электрического поля эти диполи все время меняют ориентацию своих осей. Попав во внешнее электрическое поле, диполи будут испытывать действие вращающихся моментов, стремящихся ориентировать их по силовым линиям поля, тепловое движение станет препятствовать их ориентации, но все же они приобретут некоторую направленность своих осей, в результате чего на поверхности диэлектрика возникнут электрические заряды. Это явление носит название *поляризации диэлектрика*. На рис. 108, *а* показано расположение молекулярных диполей на некотором участке диэлектрика при отсутствии внешнего электрического поля, а рис. 108, *б* изображает положение тех же диполей в электрическом поле конденсатора.

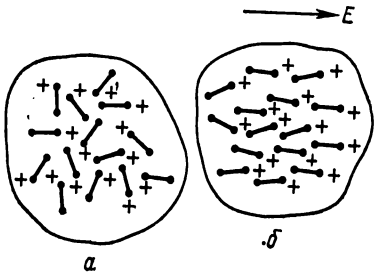


Рис. 108

Если центры положительных и отрицательных зарядов молекулы при отсутствии внешнего электрического поля совпадают, то электрический момент такой молекулы равен нулю и она именуется *неполярной*. В электрическом поле вследствие деформации электронных оболочек атомов, образующих молекулу, происходит разделение центров положительного и отрицательного зарядов, вследствие чего молекула *поляризуется* и приобретает дипольный момент. В электрическом поле оси таких молекул также ориентируются по полю тем более интенсивно, чем больше напряженность поля. Однако отделить положительный заряд от отрицательного у диэлектрика нельзя; если разделить его на две или несколько частей, то на концах каждой части обнаружится электризация противоположного знака, которая исчезает после прекращения действия поля.

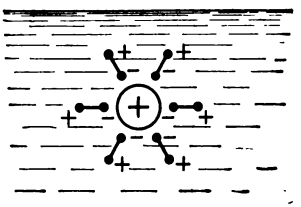


Рис. 109

Отметим, что возникшие на поверхности диэлектрика заряды носят название *индуцированных*, или *связанных*, вследствие того что они возникают только под действием внешнего поля.

Поляризация диэлектриков ослабляет в ε раз электрическое поле в них. Рассмотрим причину этого явления. На рис. 109 изображен положительно заряженный шарик, помещенный в керосин. Вследствие поляризации молекул керосина его диполи оказываются повернутыми отрицательными концами к шарику, который, будучи окружен зарядами противоположного знака, действует с меньшей силой на помещенный в его поле пробный заряд.

В связи с ослаблением электрического поля вследствие поляризации диэлектриков формулы электростатики для поля в вакууме были нами преобразованы для электрического поля в диэлектриках путем введения в знаменатель этих формул диэлектрической проницаемости ε.

§ 115. Электрическое смещение

Приведенные в предыдущих параграфах формулы, выражающие связь силы взаимодействия электрических зарядов, напряженности и потенциала точек электростатического поля в различных случаях, справедливы только при условии, что диэлектрик однороден и заполняет все пространство, занимаемое полем. Если же диэлектрик неоднороден или заполняет лишь часть того пространства, в котором существует электрическое поле, то его влияние оказывается более сложным. В этом случае связанные заряды появляются не только на поверхности диэлектрика, но и внутри него. Так как создаваемое этими зарядами дополнительное электростатическое поле отличается по своему строению от поля, существовавшего в вакууме (E_0), то соотношение между E_0 и E в разных точках поля имеет различные значения. Если учесть, что поверхностная плотность связанных за-

рядов в свою очередь зависит от результирующего поля E, то легко понять, что определение напряженности поля в этих условиях представляет очень трудную задачу. Чтобы упростить описание электрического поля в неоднородном диэлектрике, вводят особую расчетную величину, получившую название *электрического смещения* D и равную произведению напряженности результирующего поля на диэлектрическую проницаемость среды и на электрическую постоянную:

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E. \tag{131}$$

Вектор D иногда называют *вектором индукции электростатического поля.* Он является физической величиной и его нельзя смешивать с явлением электростатической индукции. Это последнее, как известно из элементарного курса, заключается в том, что при приближении к незаряженному проводнику электрического заряда на ближайшем конце проводника появляется заряд противоположного знака, а на отдаленном конце — одноименного с ним знака.

Направление вектора электрического смещения совпадает с направлением вектора напряженности поля.

Можно ввести понятие о *потоке вектора* D и о *линиях электрического смещения, проведенных с такой густотой, что число этих линий, проходящих через поверхность в* 1 $м^2$, *расположенную нормально к ним, было равно значению* D *в данном месте поля.*

При графическом изображении полей с помощью линий вектора E в неоднородном поле густота их меняется на границе сред с различным значением диэлектрической проницаемости ε, тогда как густота линий вектора D остается прежней.

Приводим теорему Остроградского — Гаусса для потока вектора D. Поток вектора D, очевидно, равен потоку вектора E (см. § 103), умноженному на $\varepsilon_0\varepsilon$:

$$\Phi = N\varepsilon_0\varepsilon = \frac{\sum q}{\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \varepsilon_0\varepsilon = \sum q,$$

т. е. *через любую замкнутую поверхность, окружающую совокупность электрических зарядов, поток вектора* D *численно равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью.*

§ 116. Электроемкость. Единицы электроемкости

При сообщении уединенному проводнику заряда Δq его потенциал изменяется на $\Delta\varphi$. Опыт показывает, что между $\Delta\varphi$ и Δq всегда существует прямо пропорциональная зависимость

$$\Delta\varphi \sim \Delta q,$$

отношение $\Delta q/\Delta\varphi$ для данного проводника есть величина постоянная, обозначаемая буквой C и называемая *электроемкостью проводника* (или просто «емкостью»), т. е.

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta\varphi}. \tag{132}$$

Можно сказать, что *электроемкость проводника численно равна тому заряду, который изменяет потенциал проводника на единицу.* Действительно, при $\Delta\varphi = 1$ емкость C численно равна Δq.

Емкость уединенного проводника зависит от его размеров и формы, но совершенно не зависит от вещества самого проводника и его массы. В частности, сплошной и полый проводники одинаковой формы и одних и тех же размеров имеют одинаковые емкости. Однако если проводник находится в диэлектрике, то его электроемкость зависит от свойств этой среды.

За единицу электроемкости уединенного проводника в СИ *принимают электроемкость такого проводника, потенциал которого изменяется на* 1 *в при сообщении ему заряда в* 1 *к.* Эта единица емкости называется *фарадой*:

$$1\ ф = 1\ к/1\ в.$$

На практике часто используются единицы: микрофарада (*мкф*), равная 10^{-6} *ф*, нанофарада (*нф*), равная 10^{-9} *ф*, и пикофарада (*пф*), равная 10^{-12} *ф*.

За единицу электроемкости уединенного проводника в системе СГС принимают электроемкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1 $СГС_\varphi$ при сообщении ему заряда в 1 $СГС_q$:

$$1\ СГС_C = 1\ СГС_q/1\ СГС_\varphi.$$

Легко установить, что

$$1\ ф = \frac{1\ к}{1\ в} = \frac{3 \cdot 10^9\ СГС_q}{\frac{1}{300}\ СГС_\varphi} = 9 \cdot 10^{11}\ СГС_C.$$

§ 117. Электроемкость шара и плоского конденсатора

В § 110 было указано, что потенциал проводящего шара имеет такое значение, как если бы весь сообщенный ему заряд был сосредоточен в его центре, т. е.

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

Пользуясь формулой (132), найдем электроемкость шара:

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r. \qquad (133)$$

Подсчитаем электроемкость Земли. Так как радиус земного шара в среднем составляет 6378 *км*, или около $6{,}4 \cdot 10^6$ *м*, то

$$C \approx 4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6\ ф \approx 7{,}1 \cdot 10^{-4}\ ф = 710\ мкф.$$

Из формулы (133) следует, что размерность электрической постоянной ε_0 равна отношению размерности электроемкости C к единице длины r, так как множители 4π и ε являются отвлеченными числами. Следовательно, единицей измерений электрической постоянной в СИ будет фарада на метр (*ф/м*).

Рассмотрим систему двух параллельных металлических пластин, расстояние между которыми значительно меньше их линейных размеров, заряженных равными по абсолютному значению зарядами противоположного знака. Получить такие заряды можно, либо присоединив эти пластины к разноименным полюсам электрической батареи, либо зарядив одну пластинку и заземлив другую. В последнем случае на внутренней поверхности второй пластины вследствие индукции возникает заряд, равный по абсолютному значению, но противоположный по знаку заряду первой пластины, а одноименный заряд, возникший на наружной поверхности второй пластины, «уйдет» в Землю. Такая система проводников именуется *плоским конденсатором*. В дальнейшем, говоря о заряде конденсатора, будем иметь в виду абсолютное значение заряда одного из его пластин.

Если расстояние между пластинами конденсатора достаточно мало по сравнению с их размерами, то электрическое поле в нем однородно и в основном существует только в пространстве между его пластинами, причем напряженность этого поля определяется плотностью заряда на внутренней поверхности пластин. На основании формул (122) и (129) запишем соответственно

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot S}$$

и

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ — разность потенциалов между пластинами конденсатора; d — расстояние между ними.

Приравнивая правые части обеих формул, находим, что

$$\frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}.$$

Разделив q на $(\varphi_1 - \varphi_2)$, получим величину, не зависящую ни от заряда пластин конденсатора, ни от разности потенциалов между ними. *Величина, измеряемая отношением заряда одной из пластин конденсатора к разности потенциалов между ними, называется электроемкостью конденсатора* C:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \tag{134}$$

Она определяется площадью S пластин конденсатора, расстоянием d между ними и диэлектрической проницаемостью ε диэлектрика, помещенного между пластинами:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \tag{134а}$$

Из выражения (134а) следует, что увеличение емкости конденсатора требует увеличения площади его пластин, диэлектрической проницаемости диэлектрика и уменьшения расстояния между пластинами. Пластины конденсатора весьма часто изготовляются из тонкой металлической фольги и между ними прокладывается тонкая парафиниро-

ванная бумага, что позволяет получать конденсаторы с большой емкостью при их относительно малых размерах.

Рассмотрим метод измерения емкости конденсатора, основанный на применении баллистического гальванометра. Баллистическим называется такой гальванометр, подвижная система которого обладает значительным моментом инерции, вследствие чего период его колебаний достигает нескольких секунд. Если по такому гальванометру пройдет кратковременный ток, длительность которого будет значительно меньше периода колебаний его подвижной системы, то, как показывает теория этого прибора, его «отброс» (наибольший угол отклонения его стрелки) будет пропорциональным прошедшему через него заряду. Поскольку разряд конденсатора через достаточно толстый проводник длится весьма короткое время, то, разряжая конденсатор через такой гальванометр, можно судить о заряде, которым обладал конденсатор.

Для того чтобы можно было выразить заряд конденсатора в кулонах, баллистический гальванометр нужно предварительно проградуировать. Это делается с помощью эталонного конденсатора, емкость C_0 которого может быть точно вычислена по его размерам. Зарядив такой конденсатор до определенной разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, можно найти полученный им заряд по формуле

$$q = C_0 (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Затем этот конденсатор нужно разрядить через данный баллистический гальванометр и заметить его наибольший (первый) «отброс». Разделив найденное нами значение q на величину этого отброса (число делений шкалы гальванометра), получим так называемую *баллистическую постоянную гальванометра* — заряд, вызывающий отклонение его стрелки на одно деление шкалы.

Имея в распоряжении гальванометр с известной баллистической постоянной, можно определить в кулонах заряд любого конденсатора и, зная разность потенциалов, до которой был заряжен этот конденсатор, найти его емкость. Таким образом, измерение емкости конденсатора сводится к измерению разности потенциалов между его пластинами и наблюдению отброса баллистического гальванометра при его разряде.

§ 118. Соединения конденсаторов

Если несколько конденсаторов соединены таким образом, что все положительно заряженные пластины образуют один узел A (рис. 110), а все отрицательно заряженные пластины — другой узел B, то такое соединение их называется *параллельным*.

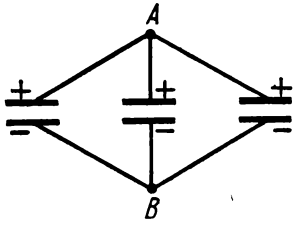


Рис. 110

Заряды, сосредоточенные на отдельных пластинах, равны:

$$q_1 = C_1 (\varphi_1 - \varphi_2),$$
$$q_2 = C_2 (\varphi_1 - \varphi_2),$$
$$q_3 = C_3 (\varphi_1 - \varphi_2),$$

так как разность потенциалов между любой парой пластин одна и та же и равна $(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Сложив почленно все эти выражения, получим

$$q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Отношение суммы зарядов всех конденсаторов к разности потенциалов обкладок есть емкость всей батареи C:

$$C = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\varphi_1 - \varphi_2} = C_1 + C_2 + C_3, \qquad (135)$$

т. е. *емкость батареи параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.*

На рис. 111 изображено *последовательное соединение конденсаторов.* В этом соединении отрицательная пластина первого конденсатора соединена с положительной пластиной второго, отрицательная пластина второго — с положительной пластиной третьего.

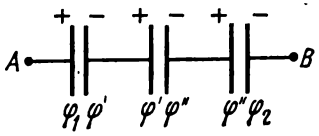


Рис. 111

У каждой пары соединенных вместе пластин устанавливается общий потенциал.

Емкость батареи находится как отношение заряда первой пластины к разности потенциалов между крайними пластинами, т. е.

$$C=\frac{q}{\varphi_1-\varphi_2},$$

откуда

$$\varphi_1-\varphi_2=\frac{1}{C}q; \qquad (*)$$

но

$$\varphi_1-\varphi'=\frac{q}{C_1},\quad \varphi'-\varphi''=\frac{q}{C_2},\quad \varphi''-\varphi_2=\frac{q}{C_3},$$

откуда в результате почленного сложения этих равенств получим

$$\varphi_1-\varphi_2=q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right). \qquad (**)$$

Сравнивая выражения (*) и (**), находим, что

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}. \qquad (136)$$

При последовательном соединении конденсаторов величина, обратная емкости всей батареи, равна сумме величин, обратных емкостям составляющих ее конденсаторов.

§ 119. Энергия электростатического поля

Если соединить пластины заряженного конденсатора проводником, то начнется перемещение электрических зарядов с одной пластины на другую и конденсатор разрядится. На это перемещение будет затрачена работа, которую производят силы электрического поля. В результате энергия поля превратится во внутреннюю энергию проводника, т. е. исчезновение электрического поля будет сопровождаться нагреванием проводника.

Подсчитаем эту работу поля. В результате движения свободных электронов в проводнике под действием силы поля отрицательная пластина конденсатора теряет избыточные электроны, а положительная пластина получает недостающие ей электроны. Все происходит так, как если бы заряд конденсатора q с одной его пластины перешел на другую. Подсчитаем работу, совершенную при этом полем,

по формуле (127), учитывая однако, что разность потенциалов между пластинами конденсатора не остается постоянной, а убывает пропорционально его заряду. Можно считать, что весь заряд конденсатора q перемещается с одной пластины на другую при средней разности потенциалов $\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}$ и общая работа поля при разряде конденсатора равна

$$A=\frac{q(\varphi_1-\varphi_2)}{2}=W_{эл}. \tag{137}$$

Опыт подтверждает этот вывод. Теплота, выделенная при разряде конденсатора, соответствует работе, подсчитанной по формуле (137).

Обозначим разность потенциалов $(\varphi_1-\varphi_2)$ между пластинами конденсатора через U. Из формулы (137) запишем

$$W_{эл}=\frac{qU}{2}; \tag{137а}$$

используя равенство (134), имеем

$$W_{эл}=\frac{q^2}{2C}, \tag{137б}$$

или

$$W_{эл}=\frac{CU^2}{2}. \tag{137в}$$

Подставляя в выражение (137 в) емкость конденсатора $C=\varepsilon_0\varepsilon S/d$, получаем для энергии его поля следующую формулу:

$$W_{эл}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2d}. \tag{138}$$

Так как напряженность поля между пластинами конденсатора

$$E=U/d,$$

где d — расстояние между ними, то

$$W_{эл}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2Sd}{2}. \tag{139}$$

Но $Sd=V$ — объем пространства между пластинами конденсатора, соответствующий объему, занимаемому его полем. Следовательно,

$$W_{эл}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2V}{2}. \tag{139а}$$

Разделив общую энергию поля конденсатора (139а) на V, получим энергию, приходящуюся на единицу объема, или *плотность энергии электростатического поля*:

$$w_{эл}=\frac{W_{эл}}{V}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}. \tag{140}$$

Выражение для плотности энергии, полученное при рассмотрении однородного поля плоского конденсатора, позволяет написать общее выражение для энергии любого неоднородного электростатического поля.

Предположим, что все пространство, занятое этим полем, разбито на отдельные ячейки столь малых размеров, что поле внутри каждой из них можно считать однородным. Тогда энергию поля в каждой такой ячейке можно выразить по формуле

$$\Delta W_{эл} = w_{эл} \cdot \Delta V = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \cdot \Delta V,$$

где ΔV — объем ячейки.

Общая же энергия поля будет равна сумме всех таких элементарных энергий:

$$W_{эл} = \sum \Delta W_{эл} = \sum \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \cdot \Delta V,$$

или интегралу:

$$W_{эл} = \int_V dW_{эл} = \int_V \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} dV, \qquad (139б)$$

взятому по всему объему, занимаемому электрическим полем.

Пластины конденсатора, имея противоположные знаки, взаимно притягиваются. Определим силу их притяжения.

При сближении пластин на расстояние Δd сила F их притяжения совершит работу

$$\Delta A = F \cdot \Delta d.$$

Вследствие сближения пластин конденсатора энергия его поля уменьшится на величину [см. (139)]

$$\Delta W_{эл} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S}{2} \cdot \Delta d.$$

Так как $\Delta A = \Delta W_{эл}$, то

$$F \cdot \Delta d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S}{2} \cdot \Delta d,$$

откуда

$$F = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S}{2}. \qquad (141)$$

Подставляя $E = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}$, получаем

$$F = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon S}, \qquad (141а)$$

или

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 \varepsilon}, \qquad (141б)$$

где $\sigma = q/S$ — поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора.

§ 120. Пьезоэлектрический эффект

Заканчивая изучение электростатики, необходимо упомянуть еще о так называемом пьезоэлектрическом эффекте.

В § 114 говорилось о том, что под действием электрического поля происходит поляризация диэлектрика. В некоторых кристаллах (в тех, которые не имеют центра симметрии) поляризация может происходить в результате механической деформации. При сжатии пластинки такого кристалла ее плоскости оказываются разноименно заряженными и внутри пластинки возникает электрическое поле. При растяжении пластинки заряд ее плоскостей и соответственно направление электрического поля изменяются на противоположные. Это явление называется *пьезоэлектрическим эффектом,* а соответствующие вещества — *пьезоэлектриками.*

К пьезоэлектрикам относятся кристаллы турмалина, кварца, сегнетовой соли и др. Чаще всего используется кварц вследствие его прочности (пьезокварц).

Пьезоэлектрический эффект вызывается тем, что при деформации происходит смещение групп молекул, образующих пространственную решетку кристалла. В результате положительные ионы решетки оказываются сдвинутыми в одну сторону, а отрицательные — в другую, что приводит к нарушению симметрии и появлению электрического поля.

Существует обратный пьезоэлектрический эффект, который состоит в том, что при помещении пьезоэлектриков во внешнее электрическое поле происходит их деформация, т. е. растяжение или сжатие.

Как прямой, так и обратный пьезоэлектрические эффекты находят широкое применение в технике — первый для измерения быстро изменяющихся давлений (пьезоэлектрический манометр), второй для возбуждения ультразвуковых колебаний (пьезокварцевый ультразвуковой генератор). Пьезокварц применяется также для стабилизации высокочастотных электрических колебаний, поскольку частота собственных механических колебаний пьезокварца характеризуется высокой стабильностью.

§ 121. Примеры решения задач

1. 125 маленьких шаровой формы капелек воды, заряженных до потенциала φ относительно Земли, соединились в одну большую шаровой формы каплю. Каким окажется потенциал φ_1 такой большой капли по сравнению с потенциалом φ?

Р е ш е н и е. Из формулы (132) следует, что $\varphi_1 = q_1/C_1$, где C_1 — электроемкость большой капли, а q_1 — ее заряд, равный $q_1 = 125\,q$, если q — заряд маленькой капли.

Объем большой капли радиусом R равен 125 объемам маленьких капель, радиус которых r, т. е.

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 125 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3,$$

откуда

$$\frac{R}{r} = \sqrt[3]{125};$$

значит,

$$R = 5\ r.$$

Электроемкость шара пропорциональна его радиусу. Следовательно,

$$C_1 = 5C,$$

где C — электроемкость маленькой капли.

Потенциал маленькой капли $\varphi = q/C$. Потенциал большой капли

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{125q}{5C} = \frac{25q}{C} = 25\varphi,$$

т. е. он увеличен по сравнению с потенциалом маленькой капли в 25 раз.

2. Две разноименно наэлектризованные пластины площадью 100 *см*^{2} каждая притягиваются друг к другу с силой 0,04 *н*. Определить напряженность поля между пластинами, если они разделены слоем спирта. Диэлектрическая проницаемость спирта равна 26.

Р е ш е н и е. Сила взаимодействия пластин конденсатора [см. (141)]

$$F = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 S,$$

откуда

$$E = \sqrt{\frac{2F}{\varepsilon_0\varepsilon S}}.$$

Производим вычисления:

$$E = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 26 \cdot 10^{-2}}}\ \frac{в}{м} \approx 18{,}6 \cdot 10^4\ в/м.$$

3. Шар радиусом 25 *см* заряжен до потенциала 600 *в* и соединен проводником с Землей. Сколько теплоты выделится в проводнике?

Р е ш е н и е. При уходе заряда шара в Землю совершается работа [см. (137)]

$$A = \frac{1}{2}\varphi^2 C,$$

где $C = 4\pi \cdot \varepsilon_0\varepsilon r = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}25\ ф \approx 2{,}8 \cdot 10^{-11}\ ф$; тогда

$$A \approx \frac{(600)^2 \cdot 2{,}8 \cdot 10^{-11}}{2}\ дж \approx 5 \cdot 10^{-6}\ дж.$$

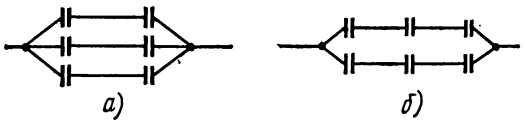
Но так как при $A = Q$, то

$$Q = 5 \cdot 10^{-6}\ дж, \text{ или } Q = 0{,}24 \cdot 5 \cdot 10^{-6}\ кал = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\ кал.$$

Вопросы и задачи для повторения

163. Один шарик железный, а другой медный. Одинаковы ли их электроемкости, если оба они одного радиуса и находятся в одной среде вдали от других проводников и зарядов?

164. Одинаковы ли электроемкости двух медных шариков одного радиуса, причем один из них сплошной, а другой полый? Шарики находятся в одной и той же среде и другие проводники и заряды на них не влияют.



а) *б)*

Рис. 112

165. Два изолированных шара — один радиусом 10 *см*, а другой радиусом 2 *см* — несут одинаковые заряды. Будет ли перемещаться электрический заряд с одного шара на другой, если их соединить проволокой?

166. Найдите общую емкость батареи конденсаторов, изображенной на рис. 112, *а*, если емкость каждого конденсатора равна C?

167. То же, для батареи конденсаторов, изображенных на рис. 112, *б*.

168. Определить напряженность поля в вакууме на расстоянии 10 *см* от центра шара, заряженного до потенциала 600 *в*. Радиус шара 2 *см*.

169. Шар радиусом 1 *м* заряжен до потенциала 30 000 *в*. Найти энергию заряженного шара.

170. Постоянное напряжение 115 *в* приложено к конденсатору емкостью 16 *мкф*. Определить накопленную в конденсаторе энергию.

171. Между двумя пластинами конденсатора градиент потенциала равен 6000 *в/см*. Определить плотность заряда на пластинах, если диэлектрическая проницаемость среды равна 2.

172. Площадь каждой пластины плоского воздушного конденсатора равна 100 $см^2$. При каком заряде пластин напряженность поля между ними будет равна 900 *в/см*?

173. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 100 $см^2$ и расстояние между ними 5 *мм*. Какая разность потенциалов была приложена к пластинам конденсатора, если известно, что при разряде конденсатора выделилось теплоты $4{,}19 \times \times 10^{-3}$ *дж*?

174. Найти силу, с которой одна пластина конденсатора площадью 200 $см^2$ притягивает другую, если разность потенциалов между пластинами конденсатора равна 300 *в*, а расстояние между ними 8 *мм*; $\varepsilon = 1$.

175. Пластины плоского конденсатора площадью 100 $см^2$ каждая притягиваются друг к другу с силой в 3 *Г*. Пространство между пластинами заполнено слюдой, диэлектрическая проницаемость которой равна 6. Найти напряженность поля между пластинами и плотность энергии поля.

ГЛАВА ШЕСТНАДЦАТАЯ

ПРИРОДА ТОКА

§ 122. Основные представления о природе тока. Сила тока

Электрическим током называют упорядоченное (т. е. происходящее в определенном направлении) *движение электрических зарядов*. Вещества, в которых возможно такое движение, являются проводниками электричества, а электрический ток, возникающий в проводниках, представляет собой ток проводимости.

Для существования электрического тока в проводнике необходимо, во-первых, *наличие электрических зарядов*, которые могли бы перемещаться, и, во-вторых, *наличие электрического поля*, энергия которого затрачивалась бы на перемещение электрических зарядов.

Специально поставленные опыты показали, что в металлах носителями электричества являются электроны (отрицательно заряженные частицы).

Поскольку все существующие в природе электроны совершенно одинаковы, движение их вдоль металлического проводника под действием поля не изменяет строения проводника. В одном из опытов через стык золотого и серебряного стержней пропускался электрический ток силой в 10 *а* в течение нескольких лет. Исследования этих разнородных проводников не обнаружили никакого переноса металла. Замена в металле одних свободных электронов другими ни в чем не проявляется, а остов металла — его кристаллическая решетка — никакого участия в процессе тока не принимает.

В отличие от металлов электрический ток в электролитах (проводниках второго рода) образуется движением как отрицательных, так

и положительных ионов и прохождение тока через электролит сопровождается переносом вещества.

Характеристикой электрического тока является отношение заряда Δq, переносимого через поперечное сечение проводника, к соответствующему промежутку времени Δt:

$$I = \Delta q / \Delta t. \tag{142}$$

Эта величина получила название *силы тока.*

Если отношение $\Delta q / \Delta t$ не изменяется с течением времени, то под Δt можно понимать любой промежуток времени и это отношение принимает вид

$$I = q / t. \tag{142а}$$

Ток в этом случае называют *постоянным*, или *стационарным.*

В СИ за единицу силы тока принимают *ампер* (*а*). Это название было дано в 1881 г. в честь французского ученого Ампера. Определение ампера связано с электромагнитными действиями тока и будет дано впоследствии. При силе постоянного тока в 1 *а* через поперечное сечение проводника за время, равное 1 *сек*, проходит заряд в 1 *к*.

В системе СГС за единицу силы тока принимают такую силу постоянного тока, при которой за 1 *сек* через поперечное сечение проводника переносится заряд в 1 $СГС_q$.

Приведем соотношения между указанными единицами силы тока:

$$1\ а = \frac{1\ к}{1\ сек} = \frac{3 \cdot 10^9\ СГС_q}{1\ сек} = 3 \cdot 10^9\ СГС_I.$$

За направление тока, по установившейся традиции, принимают направление движения положительных зарядов, противоположное тому, в котором реально движутся свободные электроны в металле.

§ 123. Характер движения свободных электронов по классической электронной теории

Прохождение электрического тока по металлическому проводнику обычно сопровождается его нагреванием. Этот опытный факт можно истолковать как результат «трения» свободных электронов при их упорядоченном движении относительно кристаллической решетки металла под действием электрического поля. «Механизм» этого трения можно себе представить следующим образом. Свободные электроны в металле, совершая беспорядочное тепловое движение, образуют своеобразный «электронный газ».

Вследствие хаотичности этого движения и огромного количества свободных электронов в металле число электронов, пересекающих любое сечение проводника за некоторый промежуток времени в одном направлении, можно считать равным числу их, пересекающих это сечение за тот же промежуток времени в противоположном направлении, т. е. тепловое движение электронов не сопровождается переносом заряда.

Беспорядочное движение свободных электронов в металле, сопровождающееся их столкновениями друг с другом и с ионами кристаллической решетки, продолжается и после возникновения в металле электрического поля, но при этом на него накладывается еще упорядоченное движение в направлении, противоположном полю (поскольку заряды электронов отрицательны). Если при отсутствии поля движение каждого свободного электрона от столкновения до столкновения можно было полагать равномерным, то теперь во время свободного пробега электроны будут совершать, кроме того, равноускоренное движение, приобретая под действием поля дополнительную кинетическую энергию. Однако при их столкновении с ионами кристаллической решетки, способными, как правило, лишь колебаться около средних положений равновесия, скорость и направление движения электронов меняются, а дополнительная кинетическая энергия, приобретенная ионами от электронов, превращается в энергию теплового движения. Все происходит так же, как и при обычном трении двух макроскопических тел, когда кинетическая энергия одного тела превращается в энергию теплового движения молекул обоих тел.

Весьма важно отметить, что при температурах, близких к абсолютному нулю, свободные электроны в ряде металлов движутся, не встречая сопротивления кристаллической решетки, — «без трения». В этом случае для поддержания тока не требуется работы поля и прохождение тока не сопровождается выделением теплоты. Раз возникнув в некотором замкнутом контуре, электрический ток может продолжаться неограниченно долго. Это явление получило название «сверхпроводимости», оно было открыто в 1911 г. голландским физиком Каммерлинг-Оннесом и подробно изучено в последние годы советскими физиками.

Таким образом, следует помнить, что нагревание проводника не является самым общим признаком тока, его неотъемлемым свойством. Основным признаком электрического тока служат его магнитные проявления: действие на магнитную стрелку, расположенную вблизи, свойство испытывать механическое воздействие со стороны магнитов и т. п. В частности, токи в сверхпроводниках удается обнаружить только по их магнитным проявлениям.

§ 124. Электронная теория тока

По классической электронной теории, сила тока в металлических проводниках определяется тем зарядом, который переносят свободные электроны через поперечное сечение проводника за 1 *сек* вследствие своего направленного движения.

Обозначим среднюю скорость направленного движения свободных электронов через $v_н$. При площади поперечного сечения проводника S через нее за 1 *сек* будет протекать столбик электронного газа объемом $v_н \cdot S$. Если в 1 $см^3$ проводника находится n_0 свободных электронов, то число их, проходящих через поперечное сечение проводника за

1 *сек*, составит $v_н \cdot S \cdot n$, а перенесенный ими заряд будет равен $e \cdot v_н \cdot S \cdot n_0$, где e — заряд электрона. Таким образом, сила тока I, по классической электронной теории, выражается формулой

$$I = ev_н S n_0. \tag{143}$$

§ 125. Сопротивление проводников и их соединения

Опыт показывает, что отношение разности потенциалов на концах проводника к силе тока в нем не зависит от режимов в цепи и при неизменной температуре остается для данного участка постоянным.

Для другого проводника, сделанного из другого металла и других размеров, это отношение будет иным, но оно также будет оставаться для него постоянным при неизменной температуре и любых изменениях разности потенциалов на его концах и силы тока в нем.

Этот опытный факт приводит к заключению, что каждый проводник можно охарактеризовать отношением разности потенциалов на его концах к силе тока в нем:

$$R = U/I. \tag{*}$$

Эта величина получила название сопротивления проводника.

В СИ за единицу сопротивления принимается сопротивление такого участка, в котором при разности потенциалов на его концах в 1 *в* течет постоянный ток силой в 1 *а*. Эта единица получила название *ома* в честь ученого Ома.

В системе СГС за единицу сопротивления принимается сопротивление участка цепи, в котором при разности потенциалов на концах в 1 $СГС_\varphi$ устанавливается постоянный ток силой в 1 $СГС_I$. Приводим соотношения между единицами сопротивления:

$$1\ ом = \frac{1\ в}{1\ а} = \frac{1}{300 \cdot 3 \cdot 10^9} = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}}\ СГС_R.$$

Из выражения (*) вытекает, что

$$I = U/R. \tag{144}$$

Это соотношение получило название *закона Ома: сила тока на участке цепи прямо пропорциональна разности потенциалов на его концах и обратно пропорциональна его сопротивлению.*

Опыт показывает, что сопротивление цилиндрического проводника прямо пропорционально его длине L, обратно пропорционально площади S поперечного сечения и зависит от его вещества, т. е.

$$R = \rho L/S. \tag{145}$$

Коэффициент пропорциональности ρ именуется *удельным сопротивлением вещества проводника* и измеряется сопротивлением единицы его длины при поперечном сечении, равном единице. На практике часто измеряют сечение проводника в $мм^2$, а длину в *м*, тогда единицей удельного сопротивления будет $[\rho] = ом \cdot мм^2/м$, т. е. *удельное сопротивление численно равно сопротивлению проводника длиной в 1 м при поперечном сечении 1* $мм^2$.

В СИ *удельное сопротивление проводника измеряется сопротивлением* проводника *длиной в 1 м и с поперечным сечением в 1* $м^2$, т. е.

$$[\rho] = \frac{ом \cdot м^2}{м} = ом \cdot м,$$

а в системе СГС

$$[\rho] = \frac{СГС_R \cdot см^2}{см} = СГС_R \cdot см = СГС_\rho;$$

соотношение между ними

$$1\ ом \cdot м = 10^6 \frac{ом \cdot мм^2}{м} = \frac{1}{9} \cdot 10^{-9}\ СГС_\rho.$$

Величина, обратная удельному сопротивлению,

$$\gamma = 1/\rho, \tag{146}$$

именуется *удельной проводимостью.*

Многочисленные эксперименты показали, что с увеличением температуры удельное сопротивление металлических проводников возрастает по закону

$$\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

где ρ_0 — удельное сопротивление при 0 °С, ρ_t — при $t°$. Коэффициент α носит название *температурного коэффициента сопротивления.* Он равен

$$\alpha = \frac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0 t} \tag{147}$$

и показывает, на какую долю своего первоначального сопротивления при 0 °С возрастает удельное сопротивление при повышении температуры на 1°. Его единица измерений *град*$^{-1}$.

Если несколько проводников соединить *последовательно*, то их общее сопротивление равно сумме сопротивлений всех отдельных проводников:

$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n. \tag{148}$$

При параллельном соединении проводников общее сопротивление может быть найдено по формуле

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}. \tag{149}$$

Величина, обратная сопротивлению проводника, именуется его *проводимостью.* Формула (149) показывает, что общая проводимость параллельно включенных проводников равна сумме их отдельных проводимостей.

§ 126. Закон Ома по классической электронной теории

Как уже было указано, формулы (144) и (145) получены экспериментальным путем. Исходя из классической электронной теории об «электронном газе», можно их теоретически обосновать.

Пусть на концах проводника длиной L, входящего в состав замкнутой электрической цепи, поддерживается постоянная разность потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$). Напряженность E поля в проводнике будет равна

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{L}.$$

На каждый свободный электрон поле действует с силой $F = eE$, где e — абсолютное значение заряда электрона.

Под действием постоянной силы электрон при движении от столкновения до столкновения с ионами кристаллической решетки проводника будет двигаться с ускорением $a = F/m$, где m — масса электрона. Подставляя вместо F и E их значения, получим

$$a = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)\, e}{Lm}.$$

Так как при столкновении скорость направленного движения электрона обращается в нуль, а за время τ свободного пробега от столкновения до столкновения она делается равной $a\tau$, то средняя скорость направленного движения будет равна

$$v_н = \frac{0 + a\tau}{2} = \frac{a\tau}{2}.$$

Ввиду того что $v_н$ крайне мало по сравнению со скоростью v теплового движения свободных электронов, время свободного пробега электронов при учете только их теплового движения равно

$$\tau = \lambda / v,$$

где λ — длина свободного пробега.

Подставляя вместо a и τ их значения, получим

$$v_н = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) e\lambda}{2Lmv}.$$

Если это значение $v_н$ подставить в формулу (143), то сила тока, по электронной теории, будет равна

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) e^2 \lambda n_0 S}{2Lmv},$$

или

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\frac{2mv}{e^2 \lambda n_0} \cdot \frac{L}{S}}. \qquad (150)$$

Выведенная формула совершенно аналогична формуле закона Ома (144), причем из сравнения с формулой (145) имеем

$$\rho = \frac{2mv}{e^2 \lambda n_0}, \qquad (150а)$$

т. е. удельное сопротивление проводника зависит от его материала и температуры. В выражении (150а) масса m электрона и его заряд e являются константами, число свободных электронов в единице объема (n_0) и длина их свободного пробега λ зависят от материала проводника, а скорость v теплового движения свободных электронов — от температуры (по классической электронной теории).

ГЛАВА СЕМНАДЦАТАЯ

ЗАКОНЫ ТОКА

§ 127. Стационарное электрическое поле

Установим, каким должно быть строение электрического поля в проводниках, образующих замкнутую цепь, чтобы в ней мог существовать постоянный ток. Рассмотрим однородный цилиндрический проводник, входящий в состав замкнутой цепи. Очевидно, что при стационарном режиме вектор напряженности электрического поля внутри него должен быть всюду параллельным его оси. Он не должен

изменяться вдоль силовых линий, так как в противном случае, очевидно, изменилась бы сила тока вдоль проводника. Таким образом, для получения в цепи стационарного режима электрическое поле в каждом ее цилиндрическом проводнике должно быть однородным и его силовые линии — параллельными оси этого проводника.

Каким же образом внутри цилиндрического проводника возникает однородное электрическое поле? Предположим, что мы соединяем цилиндрическим проводником два заряженных металлических шара, между которыми поддерживается постоянная разность потенциалов. До соединения шаров электрическое поле в пространстве между ними было приблизительно таким, как и в случае электрического диполя. В частности, на прямой, соединяющей центры этих шаров, напряженность не оставалась постоянной, а убывала по мере удаления от положительного шара к середине расстояния между ними, а затем снова

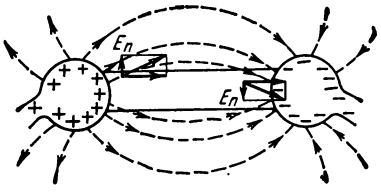


Рис. 113

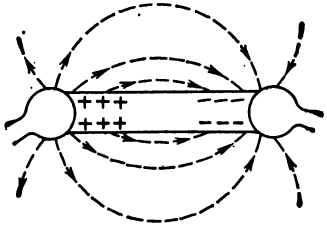


Рис. 114

возрастала. После же соединения шаров проводником поле внутри него, как было указано ранее, должно стать однородным.

Чтобы составить представление о самом «механизме» этого перераспределения поля, допустим, что наш цилиндрический проводник вносится в поле мгновенно и в первый момент после замыкания им цепи поле во всем пространстве между шарами имеет еще прежнее строение (рис. 113). Это значит, что в этот момент напряженность электрического поля во всех точках внутри проводника, кроме точек, лежащих на прямой, соединяющей центры шаров, будет иметь составляющую, нормальную к его поверхности (E_n), и движение электронов по силовым линиям этого поля приведет к появлению на поверхности проводника электрических зарядов. Они будут накапливаться до тех пор, пока эта нормальная составляющая напряженности не обратится внутри проводника в нуль. Когда это произойдет, вся поверхность проводника окажется заряженной: одна его половина положительно, а другая отрицательно (рис. 114). Поверхность проводника теперь уже не будет изопотенциальной, как это имело место в статических полях. Изопотенциальные поверхности электрического поля будут пересекать проводник так, как это показано на рис. 115. Вдоль проводника будет происходить падение потенциала, и напряженность поля внутри него можно найти, учитывая его однородность, как отношение разности потенциалов на концах к его длине:

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/L. \qquad (151)$$

Если проводник, которым соединены шары, не будет прямолинейным, то и в этом случае после установления стационарного режима электрические силовые линии внутри него будут идти вдоль его оси (рис. 116). Поле уже нельзя будет назвать однородным, так как направление его напряженности будет меняться вдоль проводника, но ее абсолютное значение будет всюду одинаковым и будет равно отношению разности потенциалов на концах проводника к его длине.

Носители заряда, появляющиеся на поверхности проводника при установлении в нем постоянного тока, непрерывно перемещаются в процессе прохождения тока. Однако при постоянном токе распределение зарядов вдоль поверхности проводника, на полюсах источника

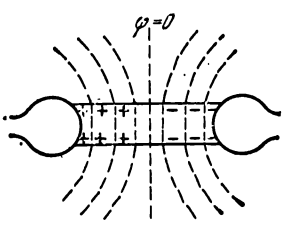


Рис. 115

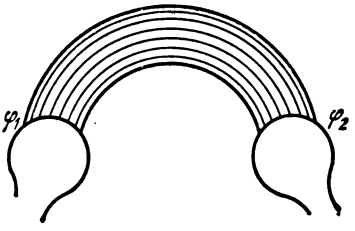


Рис. 116

напряжения и в тех сечениях, где меняется проводимость, остается неизменным (в противном случае ток не был бы постоянным). Не изменяется с течением времени и напряженность поля во всех точках проводящей цепи.

Связанное с этими зарядами поле, с одной стороны, подобно кулоновскому, которое также связано с неизменным во времени распределением зарядов. С другой стороны, как известно, с направленно движущимися зарядами всегда связано магнитное поле. Электростатическое поле, как уже известно, существует только вне проводников, в то время как электромагнитное поле существует и внутри проводников и вне их. Это поле получило название *стационарного электрического поля*. Заряды, с которыми оно связано, также называются *стационарными*.

Позднее будет показано, что именно стационарное поле обусловливает перенос энергии в цепях постоянного тока и выделение ее во всех участках электрической цепи, в то время как в электростатическом поле переноса энергии нет.

§ 128. Закон Ома в векторной форме

Воспользовавшись тем обстоятельством, что электрическое поле внутри проводника однородно, выразим разность потенциалов на его концах через его напряженность и длину проводника. Из формулы (151) следует, что

$$\varphi_1 - \varphi_2 = EL.$$

На основании закона Ома для участка цепи находим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = IR.$$

Приравнивая правые части двух полученных выражений и подставляя $R = \rho (L/S)$, имеем

$$EL = I\rho \frac{L}{S},$$

откуда

$$\frac{I}{S} = \frac{E}{\rho}. \qquad (*)$$

Введем понятие о плотности тока, измеряемой отношением силы тока через элементарную площадку к величине этой площадки:

$$j = \Delta I / \Delta S.$$

Плотность тока является векторной величиной, имеющей направление движения положительных зарядов.

В однородном проводнике, где нет источников тока и движение свободных электронов происходит только под действием электрического поля, плотность тока, очевидно, всегда совпадает по направлению с напряженностью электрического поля и равенство (*) можно переписать в векторной форме

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E},$$

или, заменяя $1/\rho$ через удельную проводимость γ,

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}. \qquad (152)$$

Это выражение получило название *закона Ома в векторной форме*. Физический смысл его очевиден: $\vec{j}$ характеризует *интенсивность* процесса тока в данной точке, $\vec{E}$ — *причину*, вызывающую этот процесс, а γ — *условия*, в которых он протекает. Это простое соотношение остается справедливым и в переменных полях; оно отражает самые существенные черты электрического тока.

Соотношение (152) можно истолковать как выражение того факта, что силы трения, приложенные к электронам в проводнике, пропорциональны средней скорости их упорядоченного движения под действием поля. Действительно, чем больше скорость движения свободных электронов, определяющих плотность тока, тем требуется бóльшая напряженность электрического поля для поддержания тока, т. е. для преодоления силы трения. В этом и заключается, с электронной точки зрения, сущность закона Ома — основного опытного факта теории электрического тока в проводниках.

К сверхпроводникам закон Ома неприменим — существование в сверхпроводнике электрического поля означало бы непрерывное увеличение плотности тока, подобно тому как при отсутствии трения действие внешней силы на тело вызывает его ускорение.

§ 129. Работа тока. Тепловое действие тока

Найдем выражение для работы, совершаемой электрическим полем на внешнем участке цепи при прохождении по нему электрического тока.

При перемещении электрического заряда q из одной точки в другую электрическое поле совершает работу

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ — разность потенциалов начальной и конечной точек пути заряда. Покажем, что эту же формулу можно применить к вычислению работы на любом участке внешней части цепи, совершаемой полем против сил трения, если под q понимать заряд, проходящий через любое сечение этого проводника за данный промежуток времени, а под $(\varphi_1 - \varphi_2)$ — разность потенциалов на его концах.

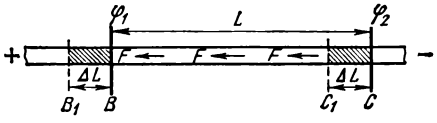


Рис. 117

Пусть к концам цилиндрического проводника BC (рис. 117) длиной L приложена разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U$. На каждый свободный электрон действует сила поля

$$F = Ee = \frac{U}{L}e,$$

вследствие чего он перемещается за некоторое время в среднем на расстояние ΔL. Работа при перемещении одного электрона будет равна

$$\Delta A = F \cdot \Delta L = \frac{U}{L}e \cdot \Delta L.$$

Если в единице объема проводника n_0 свободных электронов, то во всем проводнике BC объемом SL содержится n_0SL электронов. Полная работа при перемещении всех электронов

$$A = \Delta A \cdot n_0SL = \frac{U}{L}e \cdot \Delta L \cdot n_0SL = Uen_0S \cdot \Delta L. \qquad (*)$$

Так как каждый электрон передвинулся в среднем на расстояние ΔL, то весь столбик BC как бы сдвинулся на это расстояние и занял положение B_1C_1. Можно сказать, что через каждое сечение проводника прошел столбик электронного газа высотой $\Delta L = BB_1 = CC_1$ и объемом $S \cdot \Delta L$. Число электронов в этом столбике $n_0S \cdot \Delta L$, а заряд, который они перенесли, равен

$$q = en_0S \cdot \Delta L.$$

Заменяя произведение $en_0S \cdot \Delta L$ в формуле (*) через q, получим

$$A = Uq.$$

Таким образом, при прохождении тока по проводнику силами поля совершается работа по перемещению каждого электрона. Эта работа равна той, которая получилась бы, если бы часть электронного столбика BC_1 оставалась на месте, а столбик CC_1 переместился в положение BB_1.

Сделанный вывод при количественном описании процесса тока в проводниках позволяет совершенно отвлечься от представления о реальном движении электронного газа. Вычисляя работу поля на некотором участке цепи, находим заряд, прошедший за данный промежуток времени через любое его сечение, и считаем, что этот заряд переместился вдоль всего проводника независимо от его длины. Однако отождествлять движение заряда с движением его носителей, как это делалось в электростатике при рассмотрении перемещения пробного заряженного тела в поле, нельзя. Перемещению заряда вдоль цепи длиной в сотни километров может соответствовать смещение электронного газа, заполняющего весь этот проводник, всего лишь на весьма малое расстояние.

Скорость распространения поля вдоль проводника близка к скорости света в вакууме (около $3 \cdot 10^8$ *м/сек*), т. е. при замыкании цепи все находящиеся в ней электроны почти мгновенно приходят в движение, хотя скорость перемещения каждого электрона при этом обычно весьма незначительна.

Подставляя $q = It$, где q — заряд, проходящий через поперечное сечение проводника за время t, в формулу $A = Uq$, получим

$$A = UIt, \tag{153}$$

или, пользуясь законом Ома,

$$A = \frac{U^2}{R} t = I^2Rt. \tag{153а}$$

Аналогично для мощности тока запишем

$$P = UI = U^2/R = I^2R. \tag{154}$$

Из формулы (154) запишем $U = P/I$, откуда вытекает определение вольта: *вольт — это разность потенциалов между двумя точками линейного проводника, по которому протекает неизменный электрический ток в* 1 *а, когда потребляемая мощность между этими точками равна* 1 *вт.*

Для вычисления расхода электрической энергии часто пользуются единицей измерения — *ватт-час.* Ватт-час — это работа тока в течение 1 *ч* при мощности его в 1 *вт.*

Запишем соотношения:

1 *вт·ч* = 3600 *дж*;

1 *квт·ч* = $3{,}6 \cdot 10^6$ *дж*;

1 *Мвт·ч* = $3{,}6 \cdot 10^9$ *дж.*

Если вся работа тока непосредственно превращается в теплоту, то выделенная в цепи теплота выражается в СИ теми же формулами, что и работа тока, и измеряется в джоулях. Если теплоту измерять в ка-

лориях, то в формулы (153) и (153а) надо подставить значение теплового эквивалента работы, равное 0,24 *кал/дж*, и они примут вид

$$Q = 0{,}24UIt = 0{,}24\frac{U^2}{R}t = 0{,}24I^2Rt. \qquad (**)$$

Из второй формулы (**) видно, что при параллельном соединении проводников выделенная в них за одно и то же время теплота Q о б р а т н о п р о п о р ц и о н а л ь н а сопротивлению R.

Наоборот, при последовательном соединении проводников через них проходит ток одной и той же силы и для подсчета выделенной теплоты удобнее пользоваться третьей формулой (**), из которой видно, что в этом случае Q п р я м о п р о п о р ц и о н а л ь н о R.

§ 130. Сторонние силы

На рис. 118 схематически изображена замкнутая цепь. Буквой M обозначен внешний ее участок, буквой N — внутренний. Реальное движение электронов на внешнем участке происходит в направлении от C (минус) к B (плюс). Для непрерывной циркуляции тока необходимо, чтобы электроны, приходящие к точке B, все время перебрасывались на внутреннем участке к точке C. Но электростатические силы не могут совершить это перемещение, так как они действуют на каждый электрон как раз в обратном направлении. Д л я п е р е м е щ е н и я э л е к т р о н о в н а в н у т р е н н е м у ч а с т к е н е о б х о д и м ы с и л ы н е э л е к т р о с т а т и ч е с к о г о п р о и с х о ж д е н и я. Природа таких сил может быть различной. Направленное движение электронов может быть вызвано химическим действием (гальванические элементы), тепловым движением (термобатареи), магнитными силами, возникающими при движении проводника с током в магнитном поле (генераторы постоянного тока), и т. д.

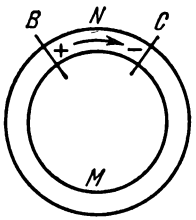


Рис. 118

Сторонним силам приходится совершать работу A' против сил поля и работу A_c по преодолению внутреннего сопротивления («трение» при прохождении электронного газа через кристаллическую решетку):

$$A_{ст} = A' + A_c.$$

Обозначим сопротивление внутреннего участка BNC, на котором действуют сторонние силы, через r, а внешнего участка CMB — через R.

Работа сторонних сил по преодолению трения выделяется в виде тепла и может быть выражена по формуле

$$A_c = I^2rt = Iqr,$$

где q — заряд, прошедший по цепи.

Работа против сил поля идет на пополнение энергии электрического поля, расходуемой на внешнем участке цепи, и равна

$$A' = q(\varphi_C - \varphi_B).$$

Вся эта работа совершается за счет энергии источника сторонних сил: в гальваническом элементе — за счет химической энергии, в термобатарее — за счет энергии теплового движения, в генераторе постоянного тока — за счет механической работы при вращении якоря в магнитном поле, и т. д.

Электрическое поле, появившееся при установлении режима, совершает положительную работу на внешнем участке цепи, где оно «проталкивает» электронный газ через кристаллическую решетку [$A_{вн} = q(\varphi_C - \varphi_B)$], и такую же по абсолютному значению, но отрицательную по знаку при торможении движения электронного газа на внутреннем участке цепи [$A_{внутр} = -q(\varphi_C - \varphi_B)$]. В итоге электрическое поле не совершает никакой работы и служит лишь промежуточным звеном в тех превращениях энергии, которые происходят в цепи.

Вся работа в цепи совершается только за счет энергии источника сторонних сил, действующих на внутреннем участке. Заметим, что энергия электрического поля распространяется не внутри проводов, а в окружающем их пространстве. Стационарное электрическое поле всегда связано с магнитным полем, и его существование является одной из сторон сложного электромагнитного процесса.

§ 131. Электродвижущая сила. Закон Ома для полной цепи

Перепишем выражение для работы сторонних сил:

$$A_{ст} = Irq + q(\varphi_C - \varphi_B).$$

По закону Ома для участка цепи, разность потенциалов на концах внешнего участка цепи может быть выражена через его сопротивление, т. е.

$$\varphi_C - \varphi_B = IR,$$

и тогда можно записать

$$A_{ст} = Irq + IRq = I(R + r)q.$$

Разделив это выражение на q, получим

$$\frac{A_{ст}}{q} = I(R + r).$$

Так как сторонние силы действуют на каждый электрон, пока он движется на внутреннем участке, то общая работа, совершаемая ими, должна быть пропорциональной числу электронов, проходящих через сечение цепи, а значит и заряду q, т. е.

$$A_{ст} \sim q,$$

и поэтому отношение $A_{ст}/q$ не зависит от величины q. Оно зависит только от величины сторонних сил, действующих в данной цепи, и

служит общей суммарной их характеристикой, называемой *электродвижущей силой* (э. д. с.).

При $q = 1$ э. д. с. численно равна $A_{ст}$. Э. д. с. *измеряется работой, совершаемой сторонними силами на внутреннем участке цепи при перемещении по нему единичного заряда.*

Часто, вместо того чтобы сказать «в цепи действуют сторонние силы», говорят «в цепи действует электродвижущая сила». Таким образом, термин «электродвижущая сила» употребляется как характеристика сторонних сил, вызывающих в цепи циркуляцию электронного газа, и как физическая величина — количественная характеристика работы этих сторонних сил.

Э. д. с. $\mathscr{E}$ как физическая величина имеет размерность потенциала и измеряется в вольтах. *Э. д. с. в* 1 *в — это э. д. с. такой цепи, при прохождении по которой* 1 *к сторонние силы совершают работу в* 1 *дж.*

Итак, получено равенство

$$\mathscr{E} = I(R + r),$$

откуда

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}. \tag{155}$$

Это соотношение называется *законом Ома для полной цепи.*

§ 132. Переход от одного стационарного режима в цепи к другому и измерение э. д. с.

Предположим, что внешняя часть цепи содержит реостат, с помощью которого можно изменять сопротивление R. Рассмотрим, как при этом будут изменяться разность потенциалов $(\varphi_C - \varphi_B)$ и сила тока в цепи.

Пусть сопротивление R увеличилось. Очевидно, что это в первую очередь скажется на силе тока во внешней части цепи. Существовавшая на ее концах разность потенциалов не сможет поддерживать в ней прежний ток и сила тока во внешней части цепи сразу уменьшится. При этом сопротивление внутренней части цепи не меняется и в первый момент, пока количество зарядов на ее концах не изменилось, сила тока в ней будет иметь еще прежнее значение. Равенство сил токов во внешней и внутренней частях цепи нарушится и скопления зарядов в сечениях B и C (см. рис. 117) увеличатся. Это вызовет усиление электрического поля, и разность потенциалов $(\varphi_C - \varphi_B)$ на конце внешнего участка цепи возрастет. Но с увеличением напряженности электрического поля увеличится торможение электронов на внутреннем участке цепи и сила тока в нем также уменьшится. В результате этого силы токов на обоих участках цепи сравняются и установится новый стационарный режим.

При уменьшении внешнего сопротивления изменение зарядов, создающих в цепи электрическое поле, будет обратным. И в этом случае изменение силы тока во внешней части цепи будет несколько

опережать изменение силы тока на ее внутреннем участке, но теперь сила тока во внешней части цепи будет расти и скопления зарядов на границах внешнего и внутреннего участков будут уменьшаться, следовательно, разность потенциалов ($\varphi_C - \varphi_B$) начнет уменьшаться.

Итак, *увеличение внешнего сопротивления уменьшает силу тока в цепи, но в то же время приводит к увеличению напряжения во внешней части цепи.* Наоборот, *при уменьшении внешнего сопротивления сила тока в цепи растет, а напряжение во внешней части цепи падает.*

К тому же заключению можно прийти из закона Ома для полной цепи. Из выражения (155) следует, что пока величины $\mathscr{E}$ и r не изменяются, увеличение R вызывает уменьшение силы тока в цепи, и наоборот.

Далее, переписав равенство (155) в виде

$$\mathscr{E} = IR + Ir = U + Ir,$$

получаем

$$U = \mathscr{E} - Ir, \tag{156}$$

откуда следует, что при увеличении внешнего сопротивления R, когда сила тока в цепи уменьшается, напряжение во внешней части цепи растет.

Если R стремится к бесконечности, то I стремится к нулю и напряжение во внешней части цепи приближается по своему значению к э. д. с. Физический смысл этого заключается в следующем: когда при размыкании цепи сила тока в ней обращается в нуль, скопление зарядов на концах внутреннего участка становится максимальным, при этом силы поля уравновешивают сторонние силы. Следовательно, работа, которую могло бы совершить это поле при перемещении по внутреннему участку заряда q, равна полной работе сторонних сил при перемещении по замкнутой цепи такого же заряда, т. е.

$$q(\varphi_C - \varphi_B) = A_{ст} = \mathscr{E} q,$$

откуда

$$\varphi_C - \varphi_B = \mathscr{E}.$$

Таким образом, *э. д. с. можно измерить как разность потенциалов на зажимах источника тока при разомкнутой цепи.*

Однако точный результат можно получить лишь с помощью вольтметра, сопротивление которого бесконечно велико. Все вольтметры, потребляющие ток, покажут несколько меньшее значение, и чем меньше их сопротивление, тем больше будет это отклонение.

Напротив, если R обращается в нуль (короткое замыкание), то сила тока в цепи достигает максимального значения, равного $\mathscr{E}/r$, а напряжение

$$U = \mathscr{E} - \frac{\mathscr{E}}{r} \cdot r = 0.$$

В этом случае скопления зарядов на концах внутреннего участка цепи и вместе с ними электрическое поле исчезли бы совсем. В такой цепи, не содержащей внешнего участка, циркуляция электронного газа происходила бы только под действием сторонних сил и ток шел бы при полном отсутствии электростатического поля.

§ 133. Коэффициент полезного действия цепи

Работа, совершаемая электрическим полем во внешней цепи, является полезной работой, но эта работа составляет только часть всей работы, совершаемой сторонними силами; остальная ее часть расходуется бесполезно на преодоление трения электронного газа на внутреннем участке.

Найдем к. п. д. цепи:

$$\eta = \frac{A_{\text{внешн}}}{A_{\text{ст}}} = \frac{Uq}{\mathscr{E}q} = \frac{U}{\mathscr{E}}. \tag{157}$$

Но $U = IR$, $\mathscr{E} = I(R+r)$ и, следовательно,

$$\eta = \frac{IR}{I(R+r)} = \frac{R}{R+r}. \tag{157а}$$

Таким образом, *к. п. д. цепи определяется соотношением между ее внешним и полным сопротивлениями.*

При $R \gg r$ значение η приближается к 1; $\eta = 0{,}5$ при $R = r$, а при $R \ll r$ — стремится к нулю.

Это изменение к. п. д. цепи при изменении внешнего сопротивления нельзя смешивать с изменением мощности, развиваемой сторонними силами. С уменьшением к. п. д. цепи мощность, развиваемая сторонними силами, растет, так как уменьшение R вызывает увеличение I [см. (155)] и скорость циркуляции электронного газа возрастает.

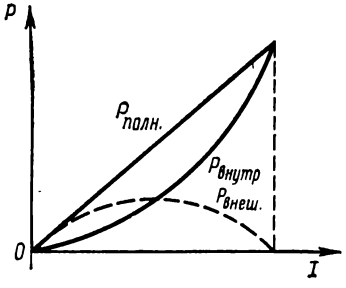


Рис. 119

Мощность, выделяемая во внешней цепи, равная произведению UI, при увеличении силы тока от нуля до максимального значения, равного $\mathscr{E}/r$, сначала растет, а затем, достигнув максимума [1], начинает падать и при коротком замыкании обращается в нуль.

Действительно,

$$P_{\text{внешн}} = UI = (\mathscr{E} - Ir)\,I = \mathscr{E}I - I^2r.$$

Первый член правой части этого равенства выражает полную мощность $P_{\text{полн}}$, которая изменяется по закону прямо пропорциональной зависимости, второй член — мощность $P_{\text{внутр}}$, расходуемую во внутренней части цепи, которая изменяется по параболе (рис. 119). Легко понять, что при малых значениях I рост первого члена будет преобладать над увеличением второго, но затем мощность во внутренней части цепи начнет расти быстрее полной мощности и $P_{\text{внешн}}$ начинает убывать.

Зависимость $P_{\text{внешн}}$ от I выражается параболой (пунктирная кривая на рис. 119).

---

[1] Выразив U как функцию от R, легко найти, что $P_{\text{внешн}}$ достигает максимального значения при $R = r$, когда к. п. д. цепи равен 0,5.

§ 134. Законы Кирхгофа

При рассмотрении сложных разветвленных цепей пользуются двумя законами Кирхгофа.

Первый из них относится к точкам, в которых сходится не менее трех проводников. Такие точки называют у з л а м и. Второй — к любому з а м к н у т о м у к о н т у р у, мысленно выделенному из разветвленной цепи.

Первый закон Кирхгофа утверждает, что при установившемся режиме сумма сил токов, притекающих к узлу, равна сумме сил токов, вытекающих из него. Действительно, если бы это было не так, то в узле происходило бы накопление зарядов и режим не был бы стационарным.

Считая притекающие к узлу A токи положительными,

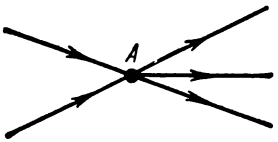


Рис. 120

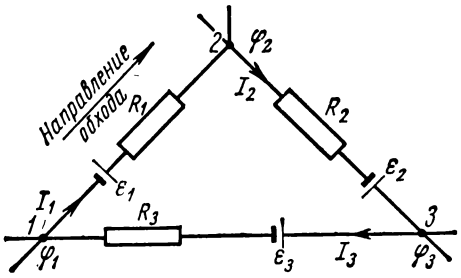


Рис. 121

а вытекающие из него — отрицательными (рис. 120), закон можно сформулировать короче: *алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю,* т. е.

$$\sum I = 0. \qquad (158)$$

Второй закон Кирхгофа. Выделим в сложной разветвленной цепи замкнутый контур (рис. 121), в который включено несколько э. д. с., и, обходя его в определенном направлении, например по часовой стрелке, применим к каждому из его участков закон Ома. Для случая, когда к участку приложена разность потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$), а также включена э. д. с. $\mathscr{E}$, закон Ома имеет вид

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathscr{E}}{R},$$

где R — полное сопротивление участка цепи, включая и внутренние сопротивления, если они имеются.

Составим аналогичные равенства для каждого участка цепи (см. рис. 121):

$$\pm I_1 R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathscr{E}_1,$$
$$\pm I_2 R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 \pm \mathscr{E}_2,$$
$$\pm I_3 R_3 = \varphi_3 - \varphi_1 \pm \mathscr{E}_3$$

и сложим их:

$$\pm I_1 R_1 \pm I_2 R_2 \pm I_3 R_3 = \pm \mathscr{E}_1 \pm \mathscr{E}_2 \pm \mathscr{E}_3.$$

Полученный результат можно сформулировать словами: *для всякого замкнутого контура разветвленной цепи алгебраическая сумма*

произведений сил тока на сопротивления соответствующих участков равна алгебраической сумме электродвижущих сил, действующих в этом контуре, т. е.

$$\sum IR = \sum \mathscr{E}. \qquad (159)$$

Таким образом, несмотря на наличие соседних ветвей и их влияние на силы тока в отдельных участках данного контура, удается найти соотношение между величинами, характеризующими *только этот контур*. Это возможно потому, что электрическое поле вызывает только перераспределение энергии сторонних сил между отдельными участками цепи, но само, в общем, никакой работы не совершает.

При составлении сумм, входящих в равенство (159), силы тока и э. д. с. считаются положительными, если их направление совпадает с направлением выбранного нами обхода контура, и отрицательными, если они направлены противоположно ему.

§ 135. Последовательное и параллельное соединения источников тока

В качестве примеров применения законов Кирхгофа рассмотрим последовательное и параллельное включения n источников тока, каждый из которых имеет э. д. с. $\mathscr{E}$ и внутреннее сопротивление r, в цепь с внешним сопротивлением R.

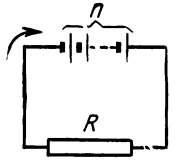


Рис. 122

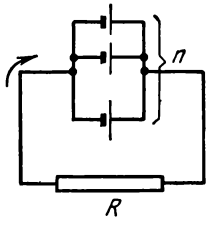


Рис. 123

1. Применяя для случая *последовательного включения* (рис. 122) второй закон Кирхгофа и обходя контур в направлении тока, имеем

$$IR + nIr = n\mathscr{E},$$

откуда

$$I = \frac{n\mathscr{E}}{nr+R} = \frac{\mathscr{E}}{r+R/n}. \qquad (160)$$

Такое соединение особенно целесообразно для получения большой силы тока, когда $R \gg r$, так как R уменьшается в n раз.

2. При *параллельном соединении* источников тока (рис. 123) можно выделить замкнутый контур, содержащий один источник тока, и также применить к нему второй закон Кирхгофа:

$$IR + ir = \mathscr{E}.$$

Токи i в отдельных элементах равны между собой и в сумме, по первому закону Кирхгофа, составляют силу тока I во внешней части цепи:

$$ni = I,$$

откуда

$$i = I/n,$$

36

после чего получаем

$$IR+\frac{I}{n}r=\mathscr{E},$$

откуда

$$I=\frac{\mathscr{E}}{R+r/n}. \tag{161}$$

Это соединение целесообразно в случае, когда $r \gg R$, так как r уменьшается в n раз.

§ 136. Мостик Уитстона

В качестве еще одного примера на применение законов Кирхгофа рассмотрим мостик Уитстона (1844 г.), который широко используется на практике для измерения неизвестных сопротивлений. От источника тока $\mathscr{E}$ (рис. 124) через ключ K идут провода к точкам A и B. Эти точки соединяются однородной тонкой проволокой N, натянутой на линейку с делениями (этот прибор именуется реохордом). Параллельно реохорду к точкам A и B присоединяются неизвестное сопротивление R_x и магазин сопротивления M с введенным в нем определенным сопротивлением R_M. От точки C идет проводник через гальванометр G к подвижному контакту D, который можно перемещать вдоль реохорда.

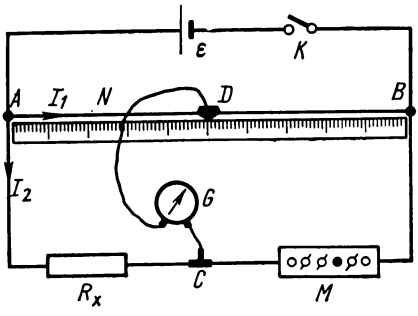


Рис. 124

Изменяя сопротивление R_M магазина и перемещая подвижной контакт D, добиваются такого его положения, при котором ток в мостике CD отсутствует, т. е. стрелка гальванометра G перестает отклоняться.

Обозначим силу тока на участке AD через I_1. Очевидно, и на участке DB сила тока такая же: I_1 (ток по участку CD не проходит). Аналогично, сила тока на участках AC и CB одинакова; обозначим ее I_2.

Применяем второй закон Кирхгофа для контура $ADCA$, обходя его по часовой стрелке. На участке AD произведение силы тока на сопротивление равно $I_1\,\rho(L_1/S)$, где L_1 — длина участка реохорда от A до D, ρ и S — соответственно удельное сопротивление и площадь поперечного сечения проволоки реохорда. На участке DC аналогичное произведение равно нулю, так как ток на этом участке отсутствует. На участке CA произведение силы тока на сопротивление R_x равно $-I_2R_x$ (ток идет навстречу направлению обхода).

Так как $\Sigma\, IR = \Sigma\, \mathscr{E}$, а никаких э. д. с. в контуре $ADCA$ нет, то

$$I_1\rho\frac{L_1}{S}+0-I_2R_x=0,$$

или

$$I_1\rho\frac{L_1}{S}=I_2R_x. \qquad (*)$$

Применяя второй закон Кирхгофа для контура $DBCD$, имеем

$$I_1\rho\frac{L_2}{S}-I_2R_M+0=0,$$

где L_2 — длина участка DB проволоки реохорда, откуда

$$I_1\rho\frac{L_2}{S}=I_2R_M. \qquad (**)$$

Разделив равенство (*) на выражение (**), получим

$$\frac{L_1}{L_2}=\frac{R_x}{R_M},$$

откуда имеем

$$R_x=R_M\frac{L_1}{L_2}. \qquad (162)$$

Относительная ошибка полученного результата, выражаемая формулой

$$\frac{\Delta R_x}{R_x}=\left(\frac{\Delta L_1}{L_1}+\frac{\Delta L_2}{L_2}\right),$$

будет тем меньше, чем меньше отличается L_1 от L_2.

Приведем пример. Пусть $L_1=L_2=500$ *мм*, а $\Delta L_1=\Delta L_2=1$ *мм*. Тогда

$$\frac{\Delta R_x}{R_x}=\frac{1}{500}+\frac{1}{500}=0{,}004, \text{ т. е. } 0{,}4\%.$$

Предположим теперь, что $L_1=100$ *мм*, $L_2=900$ *мм*, а точность измерения та же, т. е $\Delta L_1=\Delta L_2=1$ *мм*. В этом случае

$$\frac{\Delta R_x}{R_x}=\frac{1}{100}+\frac{1}{900}=0{,}011 \text{ или } 1{,}1\%.$$

При $L_1=10$ *мм*, а $L_2=990$ *мм* относительная ошибка превышает 10%.

Поэтому целесообразно сначала установить подвижной контакт D на середине проволоки реохорда AB и подбирать такое сопротивление в магазине M, близкое к R_x, при котором достаточно незначительно передвинуть подвижной контакт D, чтобы добиться отсутствия тока в мостике CD.

§ 137. Примеры решения задач

1. Определить силы тока в каждом участке цепи, изображенной на рис. 125. Сопротивления подводящих проводов не учитываются.

Р е ш е н и е. Намечаем предполагаемые направления токов I_1, I_2 и I_3.

Примечание. Если в ответе какая-либо сила тока будет иметь знак минус, это укажет, что ток в соответствующем участке имеет обратное направление.

Применим для узла D первый закон Кирхгофа:

$$I_1+I_2=I_3. \qquad (*)$$

Обойдем контур $ABCDA$ по часовой стрелке и используем второй закон Кирхгофа:

$$(0{,}5+4{,}5)\,I_1-(1+9)\,I_2=+2-4,$$

или

$$10I_2-5I_1=2. \qquad (**)$$

Обходя контур $ADFLA$ по часовой стрелке и применяя второй закон Кирхгофа, аналогично имеем

$$(1+9)\,I_2+(7{,}2+0{,}8)\,I_3=4-3,$$

или

$$10I_2+8I_3=1. \qquad (***)$$

Решая совместно уравнения (*), (**), (***), получим

$$10I_2-5I_1=2,$$
$$18I_2+8I_1=1,$$

откуда

$$80I_2-40I_1=16,$$
$$90I_2+40I_1=5.$$

Складывая почленно эти равенства, получим

$$170I_2=21, \text{ т. е. } I_2\approx 0{,}124\ a.$$

Находим далее I_1:

$$10\cdot 0{,}124-5I_1=2;\ -5I_1=0{,}876;\ I_1\approx -0{,}175\ a.$$

Из выражения (*) находим

$$I_3=I_1+I_2=-0{,}175+0{,}124=-0{,}051\ a.$$

Таким образом, токи I_1 и I_3 имеют направления, обратные тем, которые были первоначально намечены.

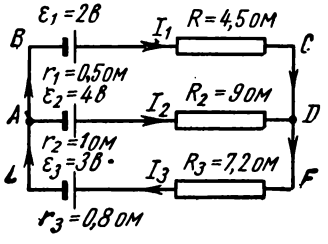


Рис. 125

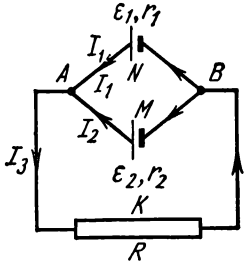


Рис. 126

2. Два элемента с э. д. с., равными $\mathscr{E}_1 = 2\ в$ и $\mathscr{E}_2 = 1{,}5\ в$, и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}2\ ом$ и $r_2 = 0{,}3\ ом$ соединены параллельно и замкнуты на внешнее сопротивление $R = 1\ ом$. Найти силу тока во внешней цепи, а также силы токов, проходящих через элементы.

Р е ш е н и е. Изображаем схему цепи (рис. 126) и намечаем предполагаемые направления токов.

Составляем три уравнения: для узла A

$$I_1+I_2=I_3,$$

для контура $ANBKA$

$$0{,}2I_1+I_3=2,$$

для контура $AMBKA$, обходя оба контура против часовой стрелки,

$$0{,}3I_2+I_3=1{,}5.$$

Решаем эти уравнения и находим:

$$I_1\approx 1{,}964\ a;\ I_2\approx -0{,}357\ a;\ I_3\approx 1{,}607\ a.$$

Для проверки обходим контур $BNAMB$ против часовой стрелки и используем второй закон Кирхгофа:

$$1{,}964\cdot 0{,}2-(-0{,}357\cdot 0{,}3)=2-1{,}5,$$

или

$$0{,}393+0{,}107=0{,}5.$$

Таким образом, проверка показала, что решение было правильным. Направление тока на участке AMB оказалось обратным предполагаемому.

3. Из нихромовой проволоки ($\rho = 1{,}2$ *ом·мм²/м*) с площадью поперечного сечения $S = 0{,}2$ *мм²* изготовлен нагреватель, доводящий в течение 2,5 *мин* 250 *г* воды от 20 °С до кипения. Потери тепла 25%. Напряжение в цепи 120 *в*. Какой длины следует взять проволоку для нагревателя?

Р е ш е н и е. Так как 25% выделенной в нагревателе теплоты теряется, то к. п. д. нагревателя $\eta = 0{,}75$. По формуле (**) § 136 имеем $Q = (U^2/R)\,\tau$. Но $0{,}75\,Q = cm \cdot \Delta T$, или

$$0{,}75\,\frac{U^2}{R}\,\tau = cm \cdot \Delta T.$$

Подставляя данные: $\tau = 2{,}5$ *мин* $= 150$ *сек*; $\Delta T = 100° - 20° = 80°$; $m = 0{,}25$ *кг*; $c = 4200$ *дж/(кг·град)*, получим

$$R = \frac{0{,}75U^2\tau}{cm \cdot \Delta T} = \frac{0{,}75 \cdot 120^2 \cdot 150}{4200 \cdot 0{,}25 \cdot 80}\ ом \approx 19{,}44\ ом.$$

Но $R = \rho\,(L/S)$, откуда

$$L = \frac{RS}{\rho} = \frac{19{,}44 \cdot 0{,}2}{1{,}2}\ м \approx 3{,}2\ м.$$

Вопросы и задачи для повторения

176. Хороший материал для спирали электронагревательного прибора должен обладать следующими пятью качествами: дешевизной материала, тугоплавкостью, высоким удельным сопротивлением, высокой химической стойкостью при высоких температурах и малым температурным коэффициентом сопротивления. Какими были бы последствия отсутствия каждого из этих качеств в отдельности при сохранении других?

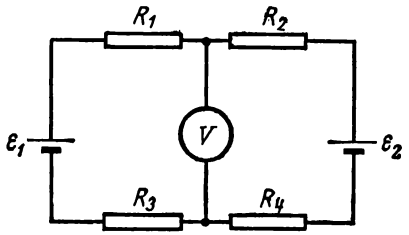


Рис. 127

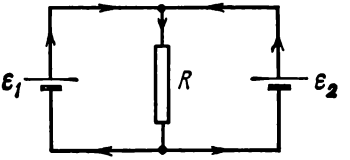


Рис. 128

177. Вследствие испарения и распыления материала с поверхности нити накала лампы она с течением времени становится тоньше. Как это влияет на потребляемую лампой мощность и температуру накала?

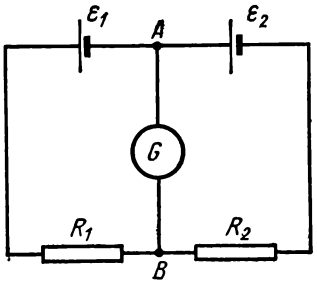


Рис. 129

178. Электрический чайник имеет две одинаковые секции. Если обе секции включены в сеть параллельно, вода в нем нагревается за 10 *мин*. За какое время нагревается в нем то же количество воды, если включить обе секции последовательно (ответить устно)?

179. Определить показание вольтметра в цепи, изображенной на рис. 127, если $\mathscr{E}_1 = 10$ *в*, $\mathscr{E}_2 = 4$ *в*, $R_1 = 180$ *ом*, $R_2 = 140$ *ом*, $R_3 = 120$ *ом*, $R_4 = 80$ *ом*. Сопротивление вольтметра 500 *ом*. Сопротивлением источников тока пренебречь.

180. Два элемента имеют равные э. д. с. $\mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2 = 2$ *в* и соответственно внутренние сопротивления $r_1 = 1$ *ом* и $r_2 = 2$ *ом* (рис. 128). Чему равно внешнее сопротивление R, если сила тока, текущего через $\mathscr{E}_1$, равна 1 *а*? Найти силу тока, идущего через сопротивление R.

181. Два источника тока, из которых первый имеет э. д. с. в 1,5 раза бо́льшую, чем второй, соединены, как указано на схеме рис. 129, и имеют внутренние сопротивления соответственно 2 *ом* и 0,8 *ом*. Какое сопротивление R_2 надо подобрать, чтобы по соединительному проводу AB ток не шел, если $R_1 = 28$ *ом*?

ГЛАВА ВОСЕМНАДЦАТАЯ

ТОК В МЕТАЛЛАХ

§ 138. Работа выхода

Внутри металла при отсутствии тока силы кулоновского притяжения, действующие на электроны со стороны положительных ионов кристаллической решетки, в среднем равны силам отталкивания между самими электронами. В результате суммарная сила, действующая на каждый электрон, равна нулю и электрон движется свободно. По-иному обстоит дело на поверхности проводника. Допустим, несколько электронов вылетело из металла. Тогда на поверхности возникает избыточный положительный заряд, который мешает дальнейшему вылету электронов, удерживая их в металле. Кроме того, вылетевшие электроны образуют вблизи поверхности отрицательно заряженное «электронное облако», действующее с некоторой силой отталкивания на другие электроны. На преодоление сил притяжения со стороны внешнего слоя проводника, несущего избыточный положительный заряд, и сил отталкивания со стороны отрицательно заряженного «электронного облака» необходимо затратить работу.

Работа, которую нужно затратить, чтобы свободный электрон покинул металл, называется работой выхода.

Чем больше работа выхода, тем труднее электрону вылететь из металла. Величина работы выхода зависит от химической природы металла и состояния его поверхности. Для чистых металлов она порядка $1 \div 6$ *эв*.

Между положительно заряженной поверхностью металла и «электронным облаком» возникает электрическое поле. Таким образом, получается некоторое подобие плоского конденсатора толщиной d в несколько межатомных расстояний ($d \sim 10^{-8}$ *см*). Электрон, покидающий металл, должен преодолеть задерживающее поле этого двойного слоя зарядов. Разность потенциалов электрического поля двойного слоя равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = A/e,$$

где A — работа выхода электрона; e — заряд электрона.

Эта разность потенциалов называется *поверхностной разностью потенциалов* между металлом и окружающей средой.

§ 139. Контактная разность потенциалов

Еще в 1797 г. Вольта установил, что при контакте двух металлов они электризуются: один положительно, а другой отрицательно. В результате между металлами устанавливается разность потенциалов, которую называют *контактной разностью потенциалов.*

Точные измерения показывают, что значение контактной разности потенциалов для различных металлов колеблется от нескольких десятых вольта до целых вольт.

Возникновение контактной разности потенциалов происходит прежде всего потому, что различные металлы характеризуются р а з н о й р а б о т о й в ы х о д а. Электроны легче переходят из металла, для которого работа выхода имеет меньшее значение, в металл, для которого работа имеет большее значение, чем в обратном направлении. Первый металл заряжается положительно, второй отрицательно. При этом на их границе возникает двойной слой разноименных зарядов, внутри которого существует сильное электрическое поле. Легко понять, что это поле будет тормозить дальнейший переход электронов из первого металла во второй и в то же время способствовать их обратному переходу. В результате между этими двумя процессами устанавливается динамическое равновесие, при котором напряженность поля в двойном слое, а следовательно, и разность потенциалов, до которой заряжаются металлы, достигает максимального значения.

Если работа выхода электрона из металла *1* равна A_1*эв*, а из металла *2* равна A_2*эв*, причем $A_2 > A_1$, то электроны будут переходить из металла *1* (он зарядится положительно) в металл *2* (зарядится отрицательно) до тех пор, пока между ними не возникнет разность потенциалов, равная

$$U'_{1,2} = \frac{A_2 - A_1}{e} = -\frac{A_1 - A_2}{e}, \qquad (*)$$

где e — заряд электрона.

Другой причиной электризации металлов при их контакте является р а з л и ч и е к о н ц е н т р а ц и и в н и х с в о б о д н ы х э л е к т р о н о в. Очевидно, электроны будут в бóльшем количестве диффундировать в тот металл, где их концентрация меньше, чем в обратном направлении, и это также должно привести к образованию на границе металлов двойного слоя, после чего устанавливается динамическое равновесие двух встречных потоков электронов.

Возникающая вследствие этой причины разность потенциалов, как показывает теория, равна

$$U''_{1,2} = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}, \qquad (**)$$

где k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура места контакта; n_1 и n_2 — количества свободных электронов в единице объема соответственно первого и второго металлов.

Эти две причины могут действовать как в одном и том же направлении, так и в противоположном. В первом случае эффект будет суммарным, во втором — разностным. Как правило, бóльшую роль всегда играет различие в значениях работы выхода. Вследствие суммарного действия обеих причин контактная разность потенциалов между металлами *1* и *2* равна

$$U_{1,2} = U'_{1,2} + U''_{1,2},$$

или

$$U_{1,2} = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}. \qquad (163)$$

Электрическое поле, существующее внутри двойного слоя на границе металлов и окружающее эти металлы, обладает некоторым запасом энергии, но использовать эту энергию не представляется возможным согласно второму началу термодинамики. Так, например, если составить из двух разных металлов замкнутую цепь, то, обходя ее в каком-то направлении, можно обнаружить, что алгебраическая сумма скачков потенциала в ней равна нулю и тока в ней не будет. Действия сторонних сил, забрасывающих электроны из одного металла в другой, уравновешивают друг друга. Такая же картина наблюдается и в случае трех и более разнородных проводников. Несмотря на то что в каждом контакте действуют сторонние силы, результирующая э. д. с. равна нулю и циркуляция электронного газа не возникает.

§ 140. Термоэлектричество

Из формулы (163) следует, что значение контактной разности потенциалов зависит от температуры.

Если учитывать, что у металлов концентрация свободных электронов, а также работа выхода электронов крайне мало изменяются с изменением температуры, то можно считать, что контактная разность потенциалов [см. формулу (163)] является линейной функцией от абсолютной температуры.

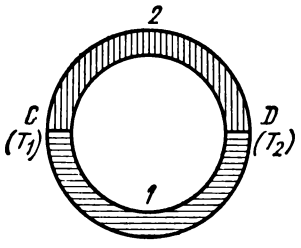


Рис. 130

Составим цепь из двух различных металлов так, как показано на рис. 130. Создадим между контактами C и D разность температур, нагрев, например, контакт C до температуры T_1 и охладив контакт D до температуры T_2. В таком случае разности потенциалов в контактах C и D будут различны, вследствие чего возникнет электродвижущая сила $\mathscr{E}$, равная сумме скачков потенциала в обоих контактах:

$$\mathscr{E} = U_{1,2} + U_{2,1}.$$

Подставив вместо $U_{1,2}$ и $U_{2,1}$ их значения, получим

$$\mathscr{E} = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT_1}{e}\ln\frac{n_1}{n_2} + \frac{A_1 - A_2}{e} - \frac{kT_2}{e}\ln\frac{n_1}{n_2},$$

откуда

$$\mathscr{E} = (T_1 - T_2)\frac{k}{e}\ln\frac{n_1}{n_2}, \qquad (164)$$

т. е. *э. д. с. прямо пропорциональна разности температур в контактах C и D.*

Составленная таким образом цепь из двух различных проводников именуется *термоэлементом*, или *термопарой*, а э. д. с., возникшая в результате разности температур в контактах C и D, называется

термоэлектродвижущей силой. Впервые термоэлектрические явления были обнаружены Зеебеком в 1821 г.

Э. д. с. одной термопары невелика. Так, для пары константан — железо при разности температур $T_1 - T_2 = 100°$ она равна около 0,005 *в*. Если надо получить большую э. д. с., то соединяют последовательно несколько термопар в термобатарею (рис. 131, стрелки указывают направление движения электронов).

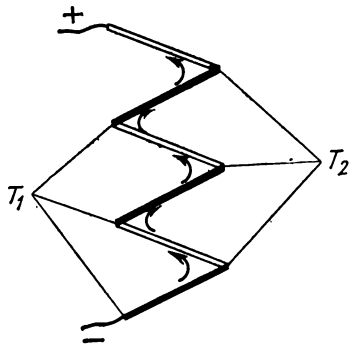


Рис. 131

Термопары с успехом применяются для измерения ничтожно малых разностей температур. Если включить в цепь, образованную термобатареей, чувствительный гальванометр, то даже при весьма малой разности температур в контактах можно будет обнаружить ток. Термопары сыграли важную роль в развитии некоторых областей физики: например, при помощи их были открыты инфракрасные лучи.

Другая область применения термопар — это измерение очень высоких и очень низких температур, где нельзя применять обыкновенные термометры, например внутри доменных печей или внутри емкостей, содержащих жидкие газы. Для измерения высоких температур применяются так называемые *термоэлектрические пирометры,* состоящие из пары тугоплавких металлов, окруженных трубкой из огнеупорного материала. Место их соединения вводится в печь; провода от зажимов пирометра ведутся к гальванометру, шкала которого делится непосредственно на градусы, а стрелка указывает разность температур печи и окружающего воздуха.

Последнее время нашли широкое применение в качестве источников тока термобатареи, термопары которых составлены из двух полупроводников (один — с электронной, другой — с дырочной проводимостью), соединенных между собой металлическим проводником. Процессы, происходящие в таких полупроводниковых термопарах, имеют более сложную природу.

§ 141. Явление Пельтье

В 1834 г. французский ученый Пельтье обнаружил, что при прохождении тока по цепи, составленной из двух различных металлов, в их контакте происходит выделение или поглощение теплоты. Если при некотором направлении тока происходило нагревание контакта, то при обратном направлении тока происходит его охлаждение.

Рассмотрим цепь, изображенную на рис. 132. Пусть концентрация свободных электронов в проводнике *1* больше, чем в проводнике *2* ($n_1 > n_2$). В таком случае в контакте *C* направление движения электронов, вызванного наличием внешнего источника тока, совпадает

с направлением их перемещения, вызванного разностью давлений электронного газа. Разность давлений электронного газа приведет к появлению контактной разности потенциалов и возникновению поля, способствующего движению электронов в цепи. Энергия этого поля получается за счет внутренней энергии места спая, вследствие чего его температура понижается. Наоборот, в месте спая D направление движения электронов, созданного внешним источником, противоположно их движению, вызванному разностью давлений электронного газа. Это последнее препятствует движению электронов, вследствие чего внешний источник затрачивает дополнительную энергию на продвижение электронов, в результате температура контакта повышается.

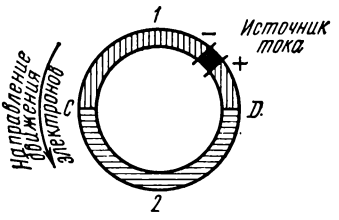


Рис. 132

§ 142. Явление термоэлектронной эмиссии

При температурах, близких к комнатной, в металлах практически почти нет электронов, кинетическая энергия которых была бы достаточна для того, чтобы они могли покинуть металл. Но при повышении температуры до 1000 °С и более количество таких электронов начинает быстро расти (прежде всего из числа тех, которые имеют скорости, направленные нормально к поверхности металла). Явление испускания электронов из металла при нагревании носит название *термоэлектронной эмиссии*. Чем меньше работа выхода металла, тем ниже температура, при которой это явление становится уже заметным.

По мере того как раскаленный металл теряет свои электроны, он приобретает положительный заряд и вблизи него образуется электронное облако, удерживаемое этим зарядом. Электрическое поле между электронным облаком и металлом затрудняет дальнейший вылет электронов из металла и в то же время способствует их возвращению в металл. Некоторые электроны, покинувшие металл, начинают возвращаться назад. Наконец, между этими двумя процессами устанавливается динамическое равновесие и дальнейшая эмиссия электронов прекращается; сколько электронов вылетает из металла, столько за то же время возвращается в него из электронного облака.

Термоэлектронная эмиссия широко используется в приборах, где требуется получить поток электронов в вакууме (в электронных лампах, рентгеновских трубках и т. д.). Простейшая электронная лампа — *диод* — представляет собой вакуумный стеклянный баллон, содержащий два электрода — анод и катод. Катод обычно выполняют в виде нити или спирали из тугоплавкого металла (например, вольфрама), по которой пропускается ток, что приводит к нагреванию нити и вызывает термоэлектронную эмиссию. Такая электронная лампа называется *лампой с непосредственным накалом*. Однако чаще используются *лампы с косвенным накалом*, или *подогревные*. В них вольфрамо-

вая спираль служит только для подогрева катода. Сам же металлический катод покрывается окислами (оксидами) щелочноземельных металлов — бария, стронция. Такие катоды называют *оксидными*. Вследствие меньшей величины работы выхода они работают при сравнительно низкой температуре (около 800°), тогда как вольфрамовые катоды необходимо нагревать до 2100—2300°.

Для наблюдения термоэлектронной эмиссии составляется цепь, схематически изображенная на рис. 133. Регулируя ток накала от бата-

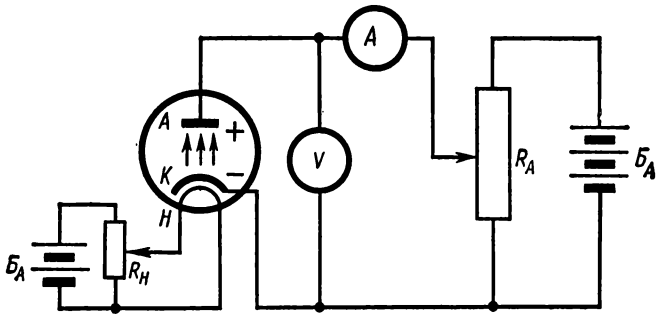


Рис. 133

реи накала $Б_н$, можно изменять температуру катода, а регулируя напряжение между катодом и анодом (анодное напряжение) через батарею анода $Б_A$, — воздействовать на электронное облако, что приводит к возникновению анодного тока.

Действительно, с возникновением электрического поля между катодом и анодом, ускоряющего электроны в направлении к аноду, электронное облако частично рассасывается и равновесие между ним и катодом нарушается. Число электронов, вылетающих из катода, начинает преобладать над числом электронов, возвращающихся в него, и эти избыточные электроны создают анодный ток, сила которого зависит от анодного напряжения U_a. Опыт показывает, что сила анодного тока I_a зависит от анодного напряжения так, как это показано на рис. 134. Сначала, при небольших анодных напряжениях, сила анодного тока растет несколько быстрее анодного напряжения по закону, открытому Богуславским и Ленгмюром:

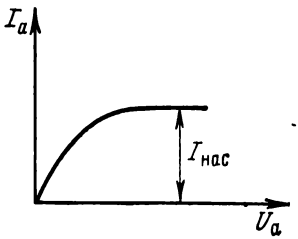


Рис. 134

$$I_a = \alpha U_a^{3/2}, \qquad (165)$$

где α — константа, характеризующая размеры и форму электродов и не зависящая от температуры катода. Затем, при дальнейшем увеличении анодного напряжения, рост анодного тока замедляется и, наконец, прекращается совсем. Это происходит, когда напряженность электрического поля у катода достигает такого значения, что

электронное облако исчезает совсем и все электроны, вылетающие из катода, устремляются к аноду. Предельное значение анодного тока называется *током насыщения*, оно определяется общим числом электронов, ежесекундно испускаемых всей поверхностью катода при данной температуре катода.

Зная ток насыщения, можно определить число электронов, выделяющихся в 1 *сек* с единицы поверхности металла при данной температуре, разделив силу тока насыщения на площадь поверхности катода и на заряд электрона.

С увеличением температуры катода сила тока насыщения быстро возрастает. Теоретически можно получить формулу для тока насыщения, отнесенного к единице поверхности катода:

$$i_{\text{нас}} = BT^2 e^{-A/kT}, \qquad (166)$$

где k — постоянная Больцмана; A — работа выхода; B — эмиссионная постоянная, равная 120 $а/(см^2 \cdot град^2)$.

Изучая зависимость тока насыщения от температуры опытным путем, можно оценить работу выхода для металла, из которого изготовлен катод.

Если электронную лампу включить в цепь переменного тока, она будет работать как в ы п р я м и т е л ь. Ток через нее будет идти лишь в течение тех полупериодов, когда анод будет иметь положительный потенциал. При обратном направлении внешнего поля это поле будет препятствовать движению электронов к аноду и лампа окажется запертой.

Вопросы для повторения

182. Каковы причины возникновения контактной разности потенциалов?

183. Термоэлемент константан — железо с внутренним сопротивлением 0,5 *ом* подключен к гальванометру с сопротивлением 20 ом и чувствительностью 0,5 *ма* на каждое деление шкалы. На сколько делений шкалы отклонится стрелка гальванометра при нагревании одного из спаев термоэлемента на 600°? Постоянная термопары константан — железо 0,000052 *в/град*.

ГЛАВА ДЕВЯТНАДЦАТАЯ

ТОК В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

§ 143. Полупроводники

Наряду с металлами, удельное сопротивление которых порядка $(1—10^{-2})$ $ом \cdot мм^2/м$, и диэлектриками, имеющими удельное сопротивление в пределах $(10^{14}—10^{22})$ $ом \cdot мм^2/м$, существует обширный класс веществ с удельным сопротивлением $(1—10^{14})$ $ом \cdot мм^2/м$, получивших название *полупроводников* и обладающих многими замечательными свойствами.

Полупроводники, так же как и металлы, являются проводниками первого рода, носителями заряда в них являются электроны и прохождение тока не сопровождается химическими изменениями вещества.

В то же время они существенно отличаются от металлов. Если в металлах концентрация свободных электронов не зависит от температуры, то в полупроводниках она быстро увеличивается с повышением температуры. Наоборот, с понижением температуры концентрация свободных электронов в них уменьшается и при абсолютном нуле они становятся идеальными диэлектриками. Полупроводники, так же как и электролиты, обладают отрицательными температурными коэффициентами сопротивления, причем по абсолютному значению их температурные коэффициенты сопротивления больше, чем у чистых металлов, в десятки раз.

Таким образом, в отличие от металлов, где переход электронов в свободное состояние происходит вследствие воздействия на них соседних атомов, в полупроводнике этот процесс происходит под действием теплового движения. Отрыв каждого электрона и переход его в свободное состояние требуют в данном случае затраты определенной *энергии активации*, характеризующей данный полупроводник. При возвращении электрона в связанное состояние эта энергия снова превращается в энергию тепловых колебаний.

Отрыв электронов всегда сопровождается обратным переходом электронов из свободного состояния в связанное. При установившейся температуре эти два процесса компенсируют друг друга и концентрация освобожденных электронов остается постоянной. Но если начать нагревать полупроводник, то отрыв электронов станет возрастать и их концентрация будет расти, пока температура не перестанет повышаться и снова не наступит динамическое равновесие. Наоборот, с понижением температуры начинает преобладать переход свободных электронов в связанное состояние и их концентрация уменьшится. Каждой температуре соответствует определенное число свободных электронов в единице объема данного полупроводника.

§ 144. Свойства полупроводников

Концентрация свободных электронов в полупроводниках сильно зависит от наличия примесей. Ничтожное количество примесей может увеличить проводимость полупроводников в миллионы раз. Это объясняется тем, что у большинства примесных атомов значительно легче отщепляются электроны, чем у атомов кристаллической решетки. Поэтому различают *собственную* и *примесную проводимости* полупроводника. Из них вторая часто бывает значительно больше первой.

Концентрация свободных электронов в полупроводниках резко изменяется под действием электромагнитного излучения (инфракрасные лучи, видимый свет, ультрафиолетовые и рентгеновские лучи, γ-лучи), а также под действием корпускулярного излучения (потоки электронов, α-частиц и т. д.). Эти лучи сообщают связанным электронам энергию активации и переводят их в свободное состояние.

На проводимость полупроводников оказывает влияние деформация, так как изменение междуатомных расстояний вызывает измене-

ние энергии активации, а также длины свободного пробега электронов. Для разных полупроводников это влияние может иметь разный знак.

В отличие от свободных электронов в металле, скорость которых почти не изменяется с температурой, скорость отщепленных электронов в полупроводнике растет с температурой так же, как и скорость газовых молекул. Здесь остаются верными классические представления.

К числу полупроводников относится ряд элементов в основном 4, 5 и 6-й групп таблицы Менделеева (B, C, Si, Se, Sn, P, S, Ge, As, Tl), многие минералы, окислы, сульфиды, теллуриды и селениды металлов и др. Некоторые из этих веществ являются полупроводниками только в определенных состояниях и при определенных способах получения. Так, например, углерод в случае алмаза является диэлектриком, а в случае графита, в зависимости от ориентации тока относительно осей его кристалла, — либо проводником, либо полупроводником. Олово также может обладать как свойствами металла, так и свойствами полупроводника. Наибольший интерес представляют германий, кремний и теллур. Кремний является одним из самых распространенных на Земле элементов и составляет 28% земной коры. Заметим, что для изучения собственной проводимости германия необходимо, чтобы количество примесей в нем не превышало одной десятимиллионной доли процента. Такая степень очистки уже достигнута.

§ 145. Два механизма электропроводности полупроводника

Хотя носителями заряда у всех полупроводников являются электроны, существуют два различных механизма электропроводности и соответственно этому все полупроводники делятся на два класса.

В этом можно убедиться, проделав с различными полупроводниками следующий опыт. Нагреем один конец полупроводникового стержня, оставляя другой конец холодным, и исследуем его электрическое состояние. Опыт показывает, что на концах стержня при этом появляются разноименные заряды, но в одних случаях горячий конец заряжается положительно, а в других — отрицательно. Понять, почему горячий конец стержня заряжается положительно, нетрудно. С повышением температуры концентрация освобожденных электронов в горячем конце растет, в то время как их концентрация в холодном конце остается низкой. Возникает градиент плотности электронного газа и начинается явление диффузии электронов, которое сопровождается переносом заряда. Перемешиваясь, электроны в бóльшем количестве переходят с горячего конца в холодный, чем из холодного в горячий. В холодном конце создается избыток электронов и он заряжается отрицательно. Напротив, горячий конец теряет часть электронов, необходимых для компенсации зарядов его положительных ионов, и заряжается положительно (рис. 135, *а*). Опыт еще раз подтверждает, что носителями заряда в данном полупроводнике являются электроны.

Но как объяснить те случаи, когда горячий конец стержня заряжается отрицательно и все происходит так, как если бы носителями заряда в полупроводнике вместо электронов служили положительно заряженные частицы, диффундирующие с горячего конца в холодный (рис. 135, *б*)?

Квантовая механика сумела объяснить это загадочное явление. Никаких положительно заряженных частиц с массой электрона в полупроводниках нет, но в некоторых из них движение электронов носит такой характер, как если бы вместо электронов перемещались отдельные положительно заряженные частицы.

Поясним это на примере примесных полупроводников. Допустим, что в полупроводниках с ничтожно малой собственной проводимостью введена примесь, атомы которой легко присоединяют к себе по одному лишнему электрону, превращаясь в отрицательные ионы. Как только примесный атом присоединит к себе электрон одного из атомов кристаллической решетки, в ней образуется «пустое» место, которое теперь может занять электрон, перескочивший от какого-либо соседнего атома. Если это произойдет, то «пустое» место возникнет в другом узле решетки и снова может быть занято электроном соседнего атома. Такое пустое место будет перемещаться в кристалле, и появляется новая возможность для своего рода эстафетного движения валентных электронов, принадлежащих атомам, образующим решетку. Такие пустые места блуждают по кристаллу и их перемещение напоминает беспорядочное тепловое движение молекул. При наличии внешнего электрического поля на каждый электрон в кристалле действуют силы, направленные против поля (электрон имеет отрицательный заряд), и эти перемещения электронов будут происходить преимущественно в направлении против поля; пустое же место при этом будет перемещаться в направлении поля, как если бы это была положительно заряженная частица. Можно отвлечься от сложного эстафетного движения многих электронов и рассматривать движение одной воображаемой положительной частицы. Такие воображаемые положительно заряженные частицы получили название *дырок*. Там, где находится в данный момент дырка, не хватает одного электрона и, следовательно, имеется избыточный положительный заряд.

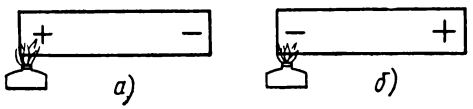


Рис. 135

С повышением температуры полупроводника вероятность захвата электронов примесными атомами растет (для отрыва электрона от атома решетки требуется энергия, источником которой служит тепловое колебание) и увеличивается концентрация дырок. Наряду с образованием дырок происходит и обратный процесс. Когда дырка оказывается вблизи примесного атома, захватившего лишний электрон, этот электрон может перейти на пустое место и дырка исчезнет, а примесный атом станет нейтральным. Поэтому дырки не могут накапли-

ваться в полупроводнике и каждой температуре соответствует их определенная концентрация.

Когда мы нагреваем конец стержня с дырочной проводимостью, концентрация дырок в этом конце увеличивается и они диффундируют в холодный конец, принося с собой избыточный положительный заряд (переход дырок в холодный конец означает уход из него электронов), горячий конец при этом заряжается отрицательно.

Легко понять, что дырки возникают и при каждом отщеплении связанного электрона в кристалле, лишенном примеси, так что может существовать смешанная проводимость; однако подвижности дырок и электронов неодинаковы, и один из видов собственной проводимости обычно преобладает. Примеси, освобождающие электроны и создающие электронную проводимость, получили название *до́норов*, а примеси, присоединяющие электроны и создающие дырочную проводимость, — *акцепторов*. Если в одну половину кристалла кремния ввести акцепторную примесь (например, бор), а в другую — до́норную (например, мышьяк), то получим область двух различных проводимостей. Граница между ними называется электронно-дырочным переходом, или *p-n*-переходом[1].

§ 146. Некоторые технические применения полупроводников

Зависимость проводимости полупроводников от различных внешних воздействий и замечательные свойства *p-n*-переходов широко используются в различных областях техники. Укажем на некоторые из них.

1. *Измерение температуры.* Проводимость полупроводников быстро возрастает с повышением температуры; при нагревании на 100° она возрастает у некоторых полупроводников в 50 раз. Это свойство полупроводников в сочетании с их большим удельным сопротивлением открывает широкие возможности для использования полупроводников при измерении температуры. По изменению сопротивления полупроводника судят о температуре. Такие чувствительные к изменению температуры полупроводники носят название *термисторов*. Размеры термистора могут быть весьма малыми (доли миллиметра), что позволяет измерять температуры небольших предметов и тел с малой теплопроводностью (лист растения, кожа человека и т. п.), а также следить за быстрыми изменениями температуры. Термистор можно располагать на большом расстоянии от гальванометра: сопротивление термистора так велико, что сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь. Появляется возможность измерять температуры во многих точках помещений и в нескольких удаленных помещениях с одного наблюдательного пункта. Располагая весьма чувствительным гальва-

[1] Обозначения имеют следующий смысл: *p* — positive (положительный), *n* — negative (отрицательный).

нометром, можно измерять температуру с точностью до 0,0005°. Если окружить термистор проволочкой с током и затем погрузить его в поток жидкости, то температура термистора будет зависеть от скорости обтекающей струи. Проградуировав соответствующим образом гальванометр, можно измерить скорость течения жидкости.

2. *Регулировка тока и напряжения.* При прохождении тока по полупроводнику он нагревается и его сопротивление падает, что ведет к увеличению силы тока и дальнейшему повышению температуры. В результате сила тока в цепи нарастает до тех пор, пока теплоотдача с поверхности полупроводника в окружающую среду не сравняется с теплом, выделяемым током. Время установления максимальной силы тока может составлять от нескольких десятых секунд до десятков минут. Полупроводники могут выполнять роль автоматических пусковых реостатов. Применяя реле, можно включать одно электрическое устройство спустя заданное время после включения другого и т. п. С помощью полупроводников можно также поддерживать на участке цепи постоянное напряжение.

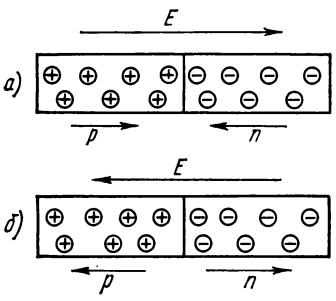


Рис. 136

3. *Полупроводниковые выпрямители.* Рассмотрим участок цепи, составленный из полупроводников с электронной и дырочной проводимостями, в котором существует p-n-переход. Если в этом участке создать электрическое поле E, направленное от дырочного полупроводника к электронному (рис. 136, *а*), то дырки и электроны устремятся навстречу друг другу и, встречаясь, будут рекомбинировать (электроны будут занимать дырки). При таком направлении поля область p-n-перехода не создаст сопротивления току. Напротив, при противоположном направлении поля E (рис. 136, *б*) дырки и электроны будут разбегаться друг от друга и вблизи p-n-границы образуется слой, обедненный носителями заряда, представляющий большое сопротивление. В цепи переменного тока такой участок будет действовать как выпрямитель: он будет пропускать ток в одном направлении.

Одними из первых получили распространение селеновые выпрямители. На железную никелированную пластину наносится слой селена, обладающего дырочной проводимостью. Селен в свою очередь покрывается сплавом из кадмия, олова и висмута. После прогрева и пропускания через него тока на границе с селеном образуется слой селенистого кадмия, являющегося электронным полупроводником, и возникает p-n-переход. В настоящее время все большее распространение получают германиевые и кремниевые выпрямители.

Вопросы и задачи для повторения

184. Укажите, для каких целей применяются на практике полупроводники.
185. Вычислите границы удельной проводимости (в $ом^{-1} \cdot м^{-1}$) полупроводников.
186. Сопротивление термистора ММТ-1 при 20 °С равно 10 *ком*, а при 24 °С равно

8,7 *ком*. Каков средний температурный коэффициент сопротивления его в этом интервале температур?

187. При какой температуре сопротивление термистора КМТ-4 вдвое меньше, чем при 20 °С, если средний температурный коэффициент сопротивления при этих условиях равен 5 $град^{-1}$?

ГЛАВА ДВАДЦАТАЯ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗАХ

§ 147. Несамостоятельный газовый разряд

Газы, изолированные от внешних воздействий и находящиеся при невысоких температурах, являются хорошими диэлектриками. При этих условиях в них практически нет заряженных частиц (электронов и ионов), направленное движение которых можно было бы принять и за электрический ток. Для того чтобы расщепить нейтральные молекулы газа на ионы и сообщить ему электропроводность, газ нужно подвергнуть действию какого-либо ионизатора. Ионизация молекулы газа заключается в том, что от нее отрывается один из электронов, после чего она превращается в положительный ион. Иногда освобожденные электроны присоединяются к нейтральным молекулам и образуют отрицательные ионы. Ионизация газа происходит под действием достаточно коротких электромагнитных волн (ультрафиолетовые и рентгеновские лучи, гамма-лучи), корпускулярного излучения (потоки электронов, протонов, альфа-частиц и т. п.) и при нагревании до высокой температуры, при которой столкновения наиболее быстрых молекул становятся настолько сильными, что они разбиваются на ионы.

Одновременно с ионизацией газа всегда идет и обратный процесс — рекомбинация ионов; положительные ионы и электроны, встречаясь друг с другом, снова образуют нейтральные молекулы. Чем больше ионов возникает под действием ионизатора, тем интенсивнее идет и процесс рекомбинации. Между этими двумя процессами устанавливается динамическое равновесие, после чего число ионов в единице объема газа больше не изменяется. Каждому значению мощности ионизирующего воздействия на газ соответствует строго определенное число ионов в единице его объема.

Так как атмосферный воздух постоянно находится под влиянием излучений радиоактивных веществ, содержащихся в земной коре и в самом воздухе, а также под воздействием космических лучей, то в нем всегда имеется некоторое количество ионов и свободных электронов. Этим объясняется незначительная электропроводность воздуха, которая служит причиной утечки зарядов наэлектризованных тел даже в том случае, если они хорошо изолированы.

Ток в газе, возникающий под действием внешнего ионизатора, получил название *несамостоятельного газового разряда*. Рассмотрим закономерности этого явления. Допустим, что воздух в пространстве между пластинами конденсатора (рис. 137) подвергается воздействию

рентгеновских лучей, а разность потенциалов между пластинами с помощью потенциометра постепенно увеличивается. Как при этом будет изменяться ток в конденсаторе?

Направленное движение электронов и ионов в газе под действием электрического поля происходит аналогично движению свободных электронов в кристаллической решетке металла. Их скорость возрастает под действием сил поля только за время своего свободного пробега — от одного столкновения с нейтральной молекулой до следующего. Средняя скорость этого направленного движения пропорциональна напряженности поля.

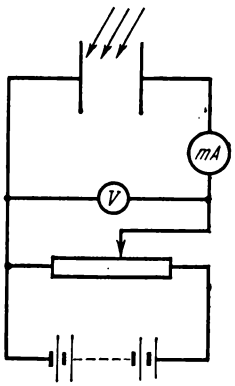


Рис. 137

Заметим, что электроны обладают бóльшей длиной свободного пробега, чем ионы, имеющие бóльшие размеры, и поэтому скорость их направленного движения больше скорости ионов. К этому надо добавить, что, имея бóльшую массу, чем масса электронов, ионы под действием той же силы приобретают меньшее ускорение и их средняя скорость движения меньше скорости электронов.

Пока напряженность поля еще мала и число электронов и ионов, ежесекундно достигающих пластин конденсатора, незначительно, сила тока в конденсаторе растет пропорционально разности потенциалов на его пластинах. Однако при дальнейшем увеличении разности потенциалов закон Ома нарушается: рост силы тока замедляется и, наконец, прекращается совсем (рис. 138). Это объясняется тем, что ионизатор ежесекундно создает лишь ограниченное количество ионов, часть из которых к тому же неизбежно «выходит из игры» вследствие рекомбинации.

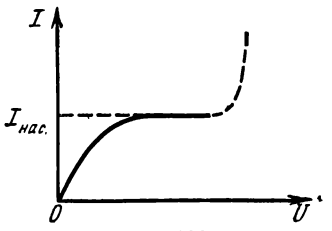


Рис. 138

Предельное значение, которого достигает сила тока, называется *током насыщения*. Сила тока насыщения определяется исключительно мощностью ионизирующего воздействия. Несамостоятельный газовый разряд в воздухе, обусловленный теми ионами, которые, как уже отмечалось, всегда в нем имеются, называется *тихим*; он не сопровождается ни свечением газа, ни звуковыми эффектами. Таким, например, является разряд заряженного электроскопа.

§ 148. Явление ударной ионизации и переход к самостоятельному разряду

Пока напряженность электрического поля еще невелика, энергия электронов, которую они приобретают под действием поля к концу свободного пробега, еще недостаточна для ионизации нейтральных молекул (их соударения с ними носят упругий характер).

Будем продолжать увеличивать напряженность поля в конденсаторе (см. рис. 137), пока она не достигнет значения, при котором электроны на длине свободного пробега начнут приобретать энергию, достаточную для ионизации молекул газа.

С этого момента каждый электрон при столкновении с молекулами газа будет выбивать из нее по новому электрону, превращая ее в положительный ион. Допустим, что в газе вначале имелся всего лишь один свободный электрон. После первого его столкновения с молекулой газа появится еще один электрон. Оба эти электрона, набрав на длине свободного пробега энергию, достаточную для ионизации при столкновении с молекулами газа, выбьют еще 2 новых электрона, образовав два положительных иона. Дальше в поле будет двигаться уже 4 электрона, затем 8, 16, 32, 64 и т. д. Число свободных электронов будет нарастать в геометрической прогрессии, вследствие чего возникнет непрерывно нарастающая лавина электронов, движущаяся в направлении к положительной пластине.

При дальнейшем увеличении напряженности поля наступит момент, когда и положительные ионы, обладающие меньшей длиной свободного пробега, чем электроны, также начнут приобретать на своем пути кинетическую энергию, достаточную для ионизации молекул, и в направлении к отрицательной пластинке устремятся ионные лавины. Теперь электроны и ионы возникают в процессе самого газового разряда во всем объеме конденсатора. Газовый разряд становится *самостоятельным*.

Сила тока, которая до сих пор оставалась постоянной, независимо от увеличения разности потенциалов на пластинках конденсатора с момента возникновения электронных лавин начинает снова возрастать. Когда же кроме электронных лавин возникают еще ионные, то сила тока начинает расти и без увеличения разности потенциалов (см. пунктир на рис. 138), так как в результате увеличения концентрации ионов сопротивление газового промежутка резко уменьшается.

Более того, при этих условиях сила тока будет расти, несмотря на уменьшение разности потенциалов, которое происходит вследствие перераспределения напряжения в цепи, вызванного изменением соотношения сопротивления газового промежутка и сопротивления остальной части цепи, которое остается постоянным. *Наступает пробой газового промежутка — газ становится проводником.* В этом случае ток в газе сопровождается его свечением и звуковыми эффектами.

Заметим, что при понижении давления, когда длина свободного пробега электронов и ионов становится больше, ударная ионизация начинается при меньшей напряженности поля, и для получения самостоятельного газового разряда требуется меньшая разность потенциалов.

Критическая напряженность электрического поля $E_к$, при которой возникают двусторонние лавины и начинается пробой газового промежутка цепи, пропорциональна давлению p газа, т. е.

$$E_к = Cp, \tag{167}$$

где C — некоторая постоянная.

При атмосферном давлении газовый пробой возникает при напряженности поля порядка $3 \cdot 10^6$ *в/м*.

§ 149. Переходная форма газового разряда

Рассмотрим, какие формы принимает газовый разряд, возникающий в неоднородном электрическом поле, например в пространстве между острием и плоским электродом, если напряжение между электродами возрастает. При такой форме электродов напряженность электрического поля достигает критического значения, о котором говорилось выше, раньше всего вблизи острия и позже у плоского электрода. Поэтому вначале наблюдается неполный пробой газа. Электронные и ионные лавины и свечение газа возникают только вблизи острия, где и происходит пробой газового промежутка. Эта форма газового разряда является переходной от несамостоятельного к самостоятельному и называется *короной* по характеру свечения газа, которое наблюдается у острия.

Корона иногда возникает около проводов высоковольтной линии передачи электроэнергии, вызывая утечку тока и потери энергии. В то же время явление короны используется для получения ионов в электрических фильтрах, предназначенных для очистки промышленных газов от твердых и жидких примесей (например, в дымоуловителях). Очищаемый газ, поднимаясь по трубе, попадает в область электрического поля, заполненную ионами, возникшими вблизи коронирующей проволоки в результате электронных лавин. Ионы захватываются частичками примеси, и эти частички, получив заряд, начинают перемещаться в электрическом поле к стенке цилиндра, где и оседают. При помощи пневматических приспособлений этот осадок в виде хлопьев отделяется и попадает в специальный приемник.

При дальнейшем увеличении напряженности поля образование более мощных электронных лавин приводит к появлению отдельных светящихся веточек, форма которых зависит от случайных скоплений ионов, — коронный разряд переходит в кистевой.

§ 150. Искра. Электрическая дуга

По мере того как напряжение между электродами растет, ветки кистевого разряда становятся все длиннее, и, наконец, одна из них перебрасывается с одного электрода на другой — происходит пробой всего газового промежутка и между электродами образуется проводящий канал, заполненный ионами, сила тока в котором быстро нарастает, — возникает *искра*.

Электронные и ионные лавины в искровом канале вызывают повышение температуры до 10 000 °С и увеличение давления до сотен атмосфер. Искровой разряд носит прерывистый характер. Дело в том, что искра замыкает собой газовый промежуток, как если бы электроды оказались соединены проводником. Это приводит к перераспределению напряжения в цепи: разность потенциалов на электродах резко падает, и разряд прекращается. После этого между электродами автоматически восстанавливается прежнее напряжение и наступает новый пробой газового промежутка.

При достаточной мощности источника тока и разогревании катода до температуры, когда из катода начнет исходить большое количество электронов, искровой разряд превращается в *электрическую дугу*.

Если привести в соприкосновение два угольных стержня, то при прохождении через них тока раскаляются только концы углей в месте их касания, тогда как сами угли не накаляются. Причина этого явления связана с возникновением большого сопротивления в месте соприкосновения углей (плохой контакт), а при последовательном соединении проводников теплоты выделяется больше в местах с бóльшим сопротивлением. Теплопроводность же угля невелика, вследствие чего тепло от раскаленного конца плохо передается по всему стержню. Если затем раздвинуть угли, то между ними продолжает идти ток, возникает электрическая дуга [1].

§ 151. Самостоятельный газовый разряд при пониженном давлении. Тлеющий разряд

При разрежении газа увеличивается длина свободного пробега ионов и электронов, вследствие чего они смогут приобрести энергию, необходимую для ударной ионизации при меньшей напряженности поля.

Если из трубки со впаянными электродами постепенно выкачивать воздух, создав разность потенциалов в несколько сотен вольт, то сначала появляется кистевой разряд, затем электроды соединяются тонким извилистым светящимся каналом, который постепенно утолщается и при давлении в 2—4 *мм рт. ст.* заполняет собой все пространство между электродами. Такой газовый разряд называется *тлеющим*.

Распределение потенциала вдоль трубки резко отличается от распределения потенциала в проводнике постоянного сечения. Вблизи катода наблюдается резкое падение потенциала, нередко составляющее бóльшую часть всего падения потенциала на трубке. Это объясняется отчасти тем, что при установлении режима пространство у катода заполняется положительными зарядами; электронные лавины, оставляющие на своем пути в трубке бóльшее количество положительных ионов, возникают раньше ионных лавин.

Хотя катод при тлеющем разряде остается холодным, но в поддержании разряда большую роль играет его бомбардировка положительными ионами, так как они выбивают из него электроны, дающие начало электронным лавинам. Учитывая это, легко понять, что величина катодного падения потенциала должна зависеть от материала катода и рода газа.

С распределением потенциала в разрядной трубке связано характерное свечение газа при тлеющем разряде.

---

[1] Свечение имеет вид дуги вследствие того, что нагретый воздух поднимается вверх (конвекция), заставляя изгибаться вверх светящийся слой воздуха и раскаленные частицы угля.

Сильное поле у катода сообщает выбиваемым из него электронам уже на небольшом расстоянии от него скорость, достаточную для образования электронных лавин и свечения газа. Этим объясняется катодное свечение газа, отделенное от катода небольшим темным промежутком (где свечение газа еще очень слабо). Затем электронные лавины, попав в область слабого поля, обрываются и при этом наблюдается темное пространство, получившее название фарадеева про-

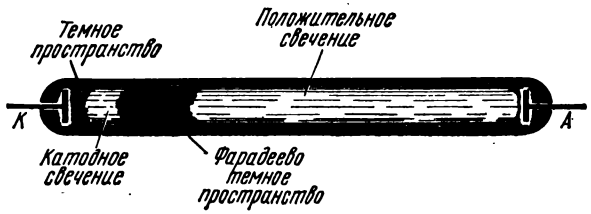


Рис. 139

странства. Далее наблюдается положительное свечение, простирающееся до анода, где трубка заполнена равным количеством ионов обоего знака, содержащихся в большом количестве. В этой области газ сильно ионизирован, причем ионы обоих знаков имеются здесь в равных количествах. Процесс ударной ионизации газа сопровождается рекомбинацией ионов, в результате чего и возникает свечение газа (рис. 139). Оно отличается по цвету от катодного свечения, возникающего при возбуждении атомов электронными ударами.

Тлеющий разряд широко применяется в технике. Так, например, его положительное свечение используется в газосветных трубках и люминесцентных лампах, а катодное свечение — в неоновых сигнальных лампах.

§ 152. Катодные лучи

В тех случаях когда разряд происходит в трубке при очень большом разрежении, т. е. когда средняя длина свободного пробега электронов соизмерима с длиной трубки, электроны, вылетающие из катода вследствие действия на него положительных ионов газа, движутся почти без столкновений и образуют *катодные лучи*. Они распространяются нормально к поверхности катода и вызывают флуоресценцию стекла трубки.

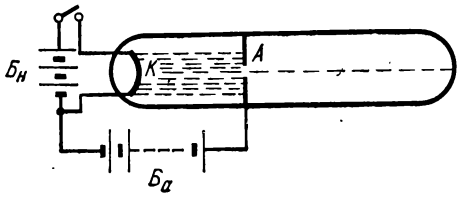


Рис. 140

Катодные лучи могут быть получены и другим способом. На рис. 140 изображена вакуумная трубка. Катодом служит проволока K, накал которой создает батарея накала $Б_н$. Вследствие явления термоэлектронной эмиссии из катода вырываются электроны, образуя вокруг

него электронное облако. Анодная батарея $Б_а$ создает поле, вызывающее движение электронов в сторону анода. Так как падение потенциала почти полностью происходит у катода, то вылетевшие из него электроны приобретают вблизи катода соответствующую скорость v и движутся далее по инерции.

Исходя из формулы

$$eU = mv^2/2,$$

находим скорость электрона

$$v = \sqrt{2eU/m}, \qquad (168)$$

где U — напряжение, даваемое батареей $Б_а$; m — масса электрона.

Эта формула может быть применена только в том случае, если скорость v весьма мала по сравнению со скоростью света c, в противном случае надо учитывать изменение массы электрона, определяемое по теории относительности.

Пока сила тока I в анодной цепи мала по сравнению с силой тока насыщения, возрастание I с увеличением напряжения U происходит по формуле (165) Богуславского — Ленгмюра. Затем скорость возрастания силы тока уменьшается, пока при некотором напряжении не достигает наибольшего значения (ток насыщения), которое определяется числом электронов, вырывающихся при данной температуре с поверхности катода за 1 *сек*.

ГЛАВА ДВАДЦАТЬ ПЕРВАЯ

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

§ 153. Понятие о магнитном поле

В 1820 г. датский физик Эрстед впервые обнаружил связь между магнитными и электрическими явлениями. Если поместить магнитную стрелку, расположенную на острие, над или под проводником, то при пропускании тока по проводнику стрелка поворачивается.

Открытие Эрстеда вызвало большой интерес, и многие физики стали изучать явление электромагнетизма. Особое внимание заслуживают работы Ампера, который выяснил, что не только электрический ток действует на магнитную стрелку, но и проводник с током приходит в движение под действием магнита. На рис. 141 показан проводник, помещенный между полюсами подковообразного магнита. При пропускании тока проводник приходит в движение так, как показано на рисунке. Кроме того, Ампером в конце 1820 г. установлен закон взаимодействия проводников с током: два параллельных проводника с током взаимно притягиваются, если токи в них имеют одинаковое направление (рис. 142, *а*), и отталкиваются, если токи в них направлены в противоположные стороны (рис. 142, *б*).

Французские ученые Ампер, Био, Савар и Лаплас выяснили также ряд количественных соотношений для сил взаимодействия токов и

магнитов. В 1831 г. Фарадеем было открыто явление электромагнитной индукции, что явилось новой эрой в развитии электромагнетизма.

Взаимодействие токов, к которому, как правильно показал Ампер, сводится и взаимодействие постоянных магнитов, есть результат действия на токи окружающего их и связанного с ними особого вида материи,

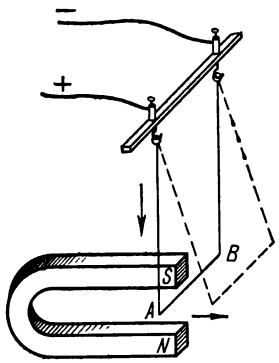


Рис. 141

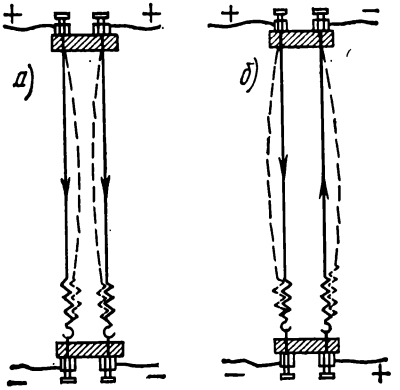


Рис. 142

получившего название магнитного поля. Подобно электрическому полю, оно обладает непрерывным распределением в пространстве и может занимать области, в которых уже существует вещество и другие поля, т. е. не обладает свойством непроницаемости.

Магнитное поле всегда связано с током, т. е. с движением зарядов. Пока заряженное тело неподвижно, оно окружено только электрическим полем, но как только оно придет в движение, кроме электрического поля возникает еще магнитное поле.

Электрическое поле оказывает механическое воздействие как на неподвижные, так и на движущиеся электрические заряды, магнитное поле — механическое действие только на движущиеся заряды.

§ 154. Магнитная индукция

Напряженность электрического поля определяется силой, с которой оно действует на единичный точечный положительный пробный заряд, помещенный в соответствующую точку поля. Для магнитного поля роль пробного заряда играет прямолинейный отрезок проводника, по которому течет ток. Величина, характеризующая этот индикатор магнитного поля, называется элементом тока и определяется как вектор, направление которого совпадает с направлением тока, а значение равно произведению силы тока I на длину L проводника.

Если проанализировать результаты многочисленных опытов, то можно установить следующие закономерности:

1) сила, приложенная к элементу тока, расположенному в некоторой точке магнитного поля, пропорциональна величине элемента, т. е. $F \sim IL$;

2) направление этой силы всегда перпендикулярно элементу тока;

3) сила F зависит от ориентации элемента тока в пространстве, причем в каждой точке магнитного поля существуют два взаимно противоположных направления элемента тока, для которых сила F обращается в нуль (они совпадают с осью магнитной стрелки, помещенной в эту точку поля). Если повернуть элемент тока из такого положения на угол 90°, то сила, действующая на него со стороны магнитного поля, достигнет наибольшего значения;

4) отношение наибольшей силы ($F_{макс}$), действующей на элемент тока, к величине этого элемента (IL) является для данной точки поля величиной постоянной, т. е.

$$\frac{F_{макс}}{IL} = \text{const}.$$

Так как это отношение не зависит от величины пробного элемента тока, а определяется исключительно свойствами магнитного поля в данной точке, то его и следует принять за величину, характеризующую магнитное поле. Ее называют *магнитной индукцией* и обозначают символом B.

Итак, *магнитная индукция — это векторная величина, характеризующая свойства магнитного поля в данной точке и измеряемая отношением максимальной силы, действующей на пробный элемент тока, к его величине.*

Вектор B является аналогом вектора E, характеризующего электрическое поле.

За направление $\vec{B}$ принимается направление, в котором устанавливается северный полюс магнитной стрелки.

Итак, магнитная индукция может быть найдена по формуле

$$B = \frac{F_{макс}}{IL}. \qquad (169)$$

Единицей измерения магнитной индукции в СИ является тесла (*тл*). *Тесла — индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с максимальной силой* 1 *н на каждый метр длины проводника, по которому течет ток силой* 1 *а*, т. е.

$$1\ тл = \frac{1\ н}{1\ а \cdot 1\ м}.$$

Если элемент тока не перпендикулярен направлению вектора магнитной индукции, а составляет с ним угол α, то на элемент будет действовать сила

$$F = F_{макс} \cdot \sin\alpha.$$

В системе СГС магнитная индукция измеряется в гауссах. Приведем соотношение между тесла и гауссом:

$$1\ тл = 10^4\ гс.$$

Практическое измерение вектора B при помощи пробного элемента тока связано с большими техническими трудностями. Однако речь идет не о способе измерения магнитного поля, а лишь о введении понятия для характеристики поля, аналогичного напряженности электрического поля.

Рис. 143

В технике для измерения индукции сильных полей часто используют свойство висмута изменять свое сопротивление в магнитном поле. С увеличением индукции поля на 0,1 *тл* сопротивление висмута возрастает приблизительно на 5%.

Из тонкой висмутовой проволоки свертывают небольшую спираль, зажатую между двумя слоями слюды (рис. 143). Измеряют сопротивление ее до введения в магнитное поле, а затем в испытуемом месте поля. По изменению сопротивления судят об индукции в соответствующей части поля.

§ 155. Суперпозиция магнитных полей

Допустим, что имеются три контура, содержащие источники тока (рис. 144). Замкнем цепь первого контура и измерим с помощью пробного элемента тока или каким-либо другим методом магнитную индукцию в некоторой произвольной точке O, расположенной вблизи этих контуров. После этого, разомкнув цепь первого контура, замкнем цепь второго и снова измерим $\vec{B}$ в той же точке. Затем, разомкнув цепь второго контура, сделаем измерение при замкнутом третьем контуре. Получим таким образом три значения $\vec{B}$ в точке O, каждое из которых характеризует магнитное поле, связанное с определенным контуром. Далее замкнем все три контура одновременно и еще раз измерим $\vec{B}$ в той же точке.

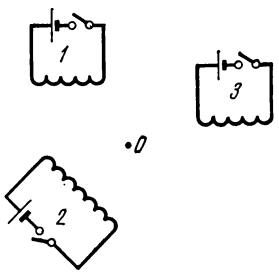


Рис. 144

Сопоставим все четыре значения $\vec{B}$, увидим, что результат последнего измерения представляет собой геометрическую сумму векторов, полученных в первых трех опытах:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3.$$

Такое же заключение будет получено, если проделать опыты с любым числом контуров.

При наличии нескольких токов индукция магнитного поля равна геометрической сумме тех ее значений, которые определяются каждым током в отдельности.

Таким образом, подобно электрическим полям (см. § 98), магнитные поля обладают свойством суперпозиции, или наложения.

§ 156. Линии вектора магнитной индукции

Если каждую точку пространства можно охарактеризовать значением некоторой физической величины, то говорят, что в пространстве существует поле этой величины. Если величина векторная, то говорят о векторном поле.

Таким образом, пространство, занятое магнитным полем, можно рассматривать как поле вектора B.

Для наглядного изображения этого поля удобно пользоваться магнитными силовыми линиями.

Магнитной силовой линией, или линией вектора B, называется линия, касательная к которой в каждой точке дает направление вектора B.

Через каждую точку пространства, занимаемого магнитным полем, можно провести свою линию вектора B. Для построения магнитной линии опытным путем нужно было бы определить с помощью пробного элемента тока направление $\vec{B}$ в исходной точке, затем передвинуть элемент тока на бесконечно малое расстояние в этом направлении и повторить измерение, после этого снова передвинуть пробный элемент тока в новом направлении $\vec{B}$, и т. д. Кривая, которую будет описывать пробный элемент тока при таком движении, и будет представлять собой магнитную линию.

В тех случаях когда магнитные линии лежат в одной плоскости, их расположение можно наблюдать с помощью железных опилок. Железные опилки, насыпанные на кусок картона или стекла, расположенные в исследуемой области магнитного поля, намагничиваются и, взаимодействуя друг с другом, сцепляются своими концами, образуя цепочки, изображающие магнитные линии.

Магнитные линии, окружающие прямой достаточно длинный проводник, образуют в каждой плоскости, перпендикулярной к этому проводнику, систему концентрических окружностей (рис. 145, *а*). Их направление, как показывает опыт, соответствует направлению вращения рукоятки буравчика с правой нарезкой (рис. 145, *б*), если его поступательное движение совпадает с направлением тока (правило буравчика). В случае кругового тока (или соленоида) его магнитные силовые линии напоминают пучок гибких прутьев, перехваченный проводником, несущим ток (рис. 146). При этом применяют второй вариант правила буравчика: направление магнитных линий определяется как направление поступательного движения буравчика, если его рукоятка вращается в направлении тока.

Линии $\vec{B}$ в магнитном поле, связанном с токами, являются всегда замкнутыми кривыми. Линии $\vec{B}$ в магнитном поле постоянных магнитов, как кажется на первый взгляд, начинаются у северного полюса,

а заканчиваются у южного. Однако изучение магнитного поля внутри магнита показывает, что магнитные линии замыкаются и в этом случае (внутри магнита), как это имеет место для соленоида.

Таким образом, линии $\vec{B}$ всегда замкнуты и при этом охватывают электрические токи (сцеплены с ними). В случае постоянных магнитов они сцеплены с теми молекулярными токами, которые, по гипотезе Ампера, обтекают поверхность магнита. Некоторые из линий замы-

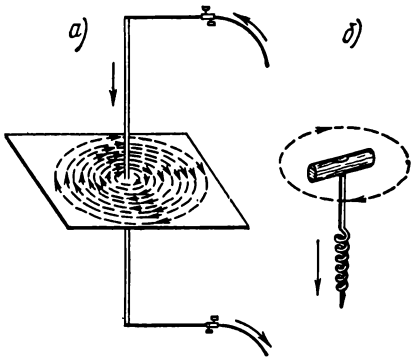


Рис. 145

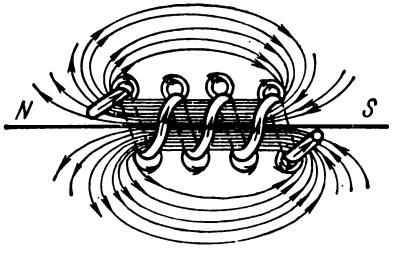


Рис. 146

каются в непосредственной близости тока, другие — вдали от него, и тогда нам кажется, что они уходят обоими концами в бесконечность.

Замкнутость магнитных линий представляет их существенное отличие от линий $\vec{E}$, которые в постоянном электрическом поле всегда начинаются у положительных зарядов и оканчиваются на отрицательных зарядах.

Когда линии некоторого вектора являются замкнутыми кривыми, поле этого вектора называют вихревым. *Поле вектора B обладает этим свойством и, следовательно, является вихревым полем.*

§ 157. Закон Био — Савара и Лапласа

Исследуя при помощи пробной магнитной стрелки поле вблизи прямолинейного и достаточно длинного проводника с током, французские физики Био и Савар установили, что значение $\vec{B}$ в любой точке поля прямо пропорционально силе тока I и обратно пропорционально расстоянию r этой точки до проводника, т. е.

$$B \sim \frac{I}{r}. \qquad (*)$$

Если помещать магнитную стрелку в центре кругового тока, то можно найти, что значение $\vec{B}$ в этом случае также прямо пропорционально силе тока и обратно пропорционально радиусу круга (иначе говоря, расстоянию от центра до любой точки окружности), т. е. и для

кругового тока применима формула (*), где r — радиус кругового тока.

Общий закон, который позволил бы вычислить значение $\vec{B}$ вблизи проводника с током произвольной формы, был установлен французским ученым Лапласом.

Исходя из свойств наложения магнитных полей, Лаплас предположил, что вектор B в каждой точке поля вблизи контура с током (рис. 147) представляет собой геометрическую сумму элементарных векторов, связанных с каждым из элементов тока, на которые можно мысленно разбить данный контур, и пришел к заключению, что *элементарный вектор dB, связанный с некоторым бесконечно малым элементом тока, прямо пропорционален произведению величины этого элемента ($I \cdot dL$) на синус угла, образованного им* (точнее, касательной к элементу тока) *с радиусом-вектором, проведенным от него в данную точку, и обратно пропорционален квадрату этого радиуса* (т. е. квадрату расстояния от элемента тока до точки, в которой определяется dB):

$$dB = k\mu \frac{I \cdot dL \cdot \sin \alpha}{r^2}, \qquad (170)$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц величин, входящих в формулу (170); μ — магнитная проницаемость среды.

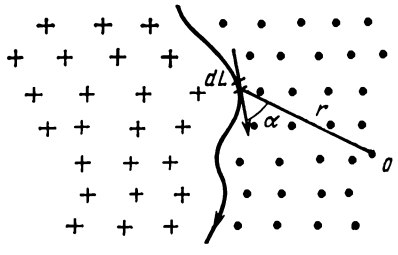


Рис. 147

Закон, выраженный формулой (170), получил название *закона Био — Савара и Лапласа. Он является основным законом электромагнетизма*.

Направление вектора dB, перпендикулярного к плоскости, проходящей через данную точку и элемент тока, и совпадающего с касательной к магнитной линии в данной точке, можно найти по правилу определения направления магнитных линий (по правилу буравчика). На рис. 147 *вектор dB в точке O, созданный элементом тока $I \cdot dL$, направлен перпендикулярно плоскости чертежа в сторону читателя*, так как справа от проводника магнитные линии имеют направление к читателю, а слева от проводника — от читателя.

В СИ величины r и dL выражаются в метрах, I — в амперах, dB — в теслах, значение k оказывается равным 10^{-7}.

Для упрощения некоторых важных формул, часто применяемых в электротехнике, целесообразно в знаменателе закона иметь множитель 4π. Для этой цели умножив числитель и знаменатель выражения (170) на 4π, получим

$$dB = 10^{-7}\mu \frac{4\pi I \sin \alpha \cdot dL}{4\pi r^2}.$$

Величина $4\pi \cdot 10^{-7} \approx 1{,}26 \cdot 10^{-6}$ называется *магнитной постоянной*, обозначается μ_0 и измеряется, как будет показано в дальнейшем, в ньютонах на ампер в квадрате ($н/а^2$).

Следовательно, закон Био — Савара — Лапласа в СИ имеет вид

$$dB = \mu_0 \mu \frac{I \cdot \sin \alpha \cdot dL}{4\pi r^2}. \qquad (170а)$$

§ 158. Поля кругового тока, прямолинейного проводника и внутри длинного соленоида

Пользуясь формулой (170а), найдем значение $\vec{B}$ в центре кругового тока. В данном случае расстояние r от точки O до любого элемента тока равно радиусу r_0, а угол α между касательной к элементу тока и радиусом всюду равен 90°, т. е. $\sin \alpha = 1$, вследствие чего

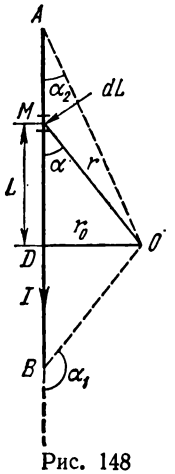


Рис. 148

$$dB = \mu_0 \mu \frac{I \cdot dL}{4\pi r_0^2},$$

откуда

$$B = \oint dB = \mu_0 \mu \frac{I \cdot 2\pi r_0}{4\pi r_0^2},$$

где сумма dL, взятая по кругу, равна $2\pi r_0$, или

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2r_0}. \qquad (171)$$

При направлении тока в круговом контуре против часовой стрелки вектор B направлен в сторону читателя, при направлении тока по часовой стрелке — от читателя.

Выделим на прямолинейном проводнике AB (рис. 148) бесконечно малый элемент тока $I \cdot dL$ в точке M и найдем значение $\vec{dB}$ от этого элемента в точке O по формуле (170а):

$$dB = \mu_0 \mu \frac{I\, dL \sin \alpha}{4\pi r^2}. \qquad (*)$$

Из рисунка видно, что $r = r_0/\sin \alpha$.

Считая точку D за начало отсчета длины проводника, т. е. принимая, что $DM = L$, находим

$$L = r_0 \operatorname{ctg} \alpha,$$

откуда

$$dL = -\frac{r_0}{\sin^2 \alpha} d\alpha.$$

Подставляя в формулу (*) вместо r и dL их значения, имеем

$$dB = -\mu_0 \mu \frac{I \frac{r_0}{\sin^2 \alpha} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha}{4\pi \frac{r_0^2}{\sin^2 \alpha}},$$

откуда

$$dB = -\mu_0 \mu \frac{I \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha}{4\pi r_0}. \qquad (**)$$

Интегрируя выражение (**) в пределах от α_1 до α_2, находим

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \mu_0\mu \frac{I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} -\sin\alpha \cdot d\alpha,$$

или

$$B = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \qquad (172)$$

Для бесконечно длинного проводника $\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = \pi$, следовательно, $\cos\alpha_1 = 1$, а $\cos\alpha_2 = -1$, тогда

$$B = \mu_0\mu \frac{I}{2\pi r_0}. \qquad (172а)$$

Приводим без вывода формулу для вычисления магнитной индукции B внутри длинного соленоида на его оси вдали от концов

$$B = \mu_0\mu I n_0, \qquad (173)$$

где n_0 — число витков, приходящихся на 1 *м* длины соленоида. У концов соленоида значение вектора B вдвое меньше, чем в его срединной части.

Так как соленоид эквивалентен постоянному магниту, на том конце его, где ток направлен по часовой стрелке, возникает южный магнитный полюс, а где ток направлен против часовой стрелки — северный.

§ 159. Параллельные токи

На рис. 149, *а* изображены два параллельных тока *1* и *2*. Проводник *2* находится в магнитном поле проводника *1*. Изобразим расположение магнитных линий вокруг проводника *1*: справа от него магнитные линии направлены от читателя (они изображаются крестиками), слева — к читателю (изображаются точками). Применяя правило левой руки, легко убедиться, что проводник *2*, находясь в поле проводника *1*, будет испытывать действие силы F_2, направленной так, как показано на рисунке, т. е. будет притягиваться к проводнику *1*.

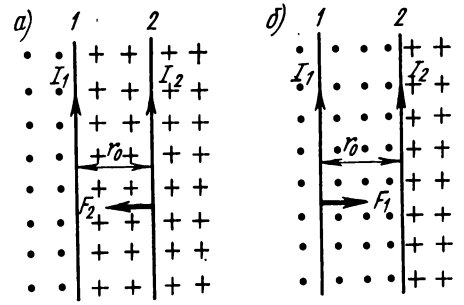


Рис. 149

Вычислим силу F_2, которая действует на некоторый участок проводника *2* длиной L_2, из формулы (169)

$$F_2 = B_1 I_2 L_2.$$

Но индукция поля, созданного током в проводнике *1* на расстоянии r_0 от него, по формуле (172а) равна

$$B_1 = \mu_0\mu \frac{I_1}{2\pi r_0}.$$

Следовательно,

$$F_2 = \mu_0 \mu \frac{I_1 I_2 L_2}{2\pi r_0},$$

а сила, действующая на единицу длины проводника *2*, будет

$$\frac{F_2}{L_2} = \mu_0 \mu \frac{I_1 I_2}{2\pi r_0}. \qquad (174)$$

Пусть проводник *1* находится в магнитном поле проводника *2*. Расположение магнитных линий вокруг этого последнего показано на рис. 149, *б*. По правилу левой руки легко установить, что проводник *1* будет испытывать действие силы F_1, направленной в сторону проводника *2*, т. е. будет к нему притягиваться. Силу F_1, действующую на его участок длиной L_1, находим по формуле

$$F_1 = B_2 I_1 L_1,$$

но

$$B_2 = \mu_0 \mu \frac{I_2}{2\pi r_0},$$

а сила, действующая на единицу длины проводника *1*, равна

$$\frac{F_1}{L_1} = \mu_0 \mu \frac{I_1 I_2}{2\pi r_0}, \qquad (174а)$$

т. е. имеет то же значение, что и по формуле (174).

Если бы токи в проводниках *1* и *2* были направлены в противоположные стороны, то, проводя аналогичные рассуждения, можно было бы установить, что они отталкиваются с силами, определяемыми по формуле (174).

Таким образом, *два проводника с током взаимно притягиваются, если оба тока направлены в одну сторону, и отталкиваются, если токи в них имеют противоположные направления.* Это положение было впервые установлено Ампером, как было уже отмечено ранее.

На IX Генеральной конференции по мерам и весам ампер был принят основной единицей СИ. Его определение можно дать исходя из формулы (174), сделав некоторые ее преобразования.

Так как $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$, отношение $\frac{\mu_0}{2\pi} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7}$.

Следовательно, ампер — *сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенных на расстоянии* 1 *м один от другого в вакууме, вызывает между этими проводниками силу, равную* $2 \cdot 10^{-7}$ *единиц силы Международной системы на каждый метр длины* (ГОСТ 9867—61).

Из формулы (174) видно, что размерность магнитной постоянной μ_0 в СИ есть $н/а^2$.

§ 160. Магнитный поток

Магнитное поле, в котором вектор B всюду имеет одно и то же значение и одно направление, называется о д н о р о д н ы м. В таком поле линии $\vec{B}$ представляют собой параллельные прямые.

Представим себе в таком поле площадку S, перпендикулярную к линиям $\vec{B}$. Произведение вектора B на площадь S выражает *поток вектора* B через *площадку* S *(магнитный поток)* и обозначается буквой Ф:

$$\Phi = BS. \qquad (175)$$

Если площадка S, равная площади $ABCD$, расположена в однородном магнитном поле так, что вектор B образует с положительным направлением ее нормали $\vec{n}$ угол α (рис. 150), то поток вектора B равен

$$\Phi = BS',$$

где S' выражает площадь $ABC'D'$ или проекцию площади S на направление, перпендикулярное линиям вектора B (на рис. 150 площадь S' заштрихована).

Так как $S' = S\cos\alpha$, то

$$\Phi = BS' = BS\cos\alpha. \qquad (175а)$$

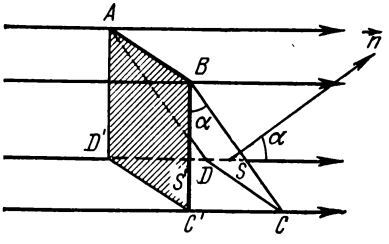


Рис. 150

Магнитный поток является скалярной величиной. Знак магнитного потока зависит от направления обхода контура, ограничивающего площадку S, т. е. от выбора положительного направления нормали. Если направление обхода контура выбрать так, чтобы оно составляло правый винт с направлением магнитных линий, то магнитный поток считают положительным.

Если вектор B характеризует магнитное поле в точке, то поток вектора B представляет собой суммарную характеристику свойств магнитного поля на данной поверхности.

Если через единицу площади поверхности, расположенной перпендикулярно к линиям $\vec{B}$, с помощью которых изображается поле, провести такое количество линий, которое равно численному значению $\vec{B}$, то магнитный поток Ф будет равен этому количеству магнитных линий, проходящих через данную поверхность в направлении положительной нормали. Чем больше угол α, тем меньше линий пройдет через площадку.

В СИ единицей магнитного потока является *вебер* (*вб*):

$$1\ вб = 1\ тл \cdot м^2.$$

Вебер — это магнитный поток, проходящий через контур площадью в 1 $м^2$, *расположенный нормально к направлению однородного магнитного поля, индукция которого равна* 1 *тл.*

В системе единиц СГС единицей магнитного потока служит *максвелл* (*мкс*):

$$1\ мкс = 10^{-8}\ вб.$$

Понятие потока $\vec{B}$ обобщается на случай любой (не плоской) поверхности, проведенной в неоднородном поле. Нужно разбить эту

поверхность на отдельные столь малые участки, чтобы их можно было считать плоскими, а поле в окрестности каждой из них однородным. Элементарный поток $\vec{B}$ через такую площадку равен $d\Phi = B \cdot dS \cdot \cos\alpha$. Предел суммы этих элементарных потоков при стремлении размеров площадок к нулю называется потоком $\vec{B}$ через данную поверхность, равным

$$\Phi = \int_S B \cdot dS \cdot \cos\alpha.$$

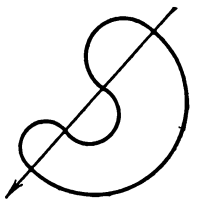


Рис. 151

Вообразим в магнитном поле замкнутую поверхность произвольной формы. Поскольку магнитные линии представляют собой замкнутые кривые, то каждая из них пересечет нашу поверхность четное число раз. Если линия вошла внутрь поверхности, то она должна и выйти из нее. Если поверхность имеет такую форму (рис. 151), что линия еще один раз входит внутрь пространства, ограниченного ею, то она и на этот раз выйдет из нее. Считая линии, выходящие из области, ограниченной поверхностью, положительными, а линии, входящими внутрь нее, — отрицательными, получим, что общее число пересечений будет равно нулю. Магнитный поток через замкнутую поверхность всегда равен нулю.

§ 161. Работа при движении проводника с током в магнитном поле

Пусть прямолинейный проводник длиной L, по которому течет ток силой I, помещен в однородное магнитное поле перпендикулярно магнитным линиям. В таком случае на него со стороны магнитного поля будет действовать максимальная сила $F_{макс}$, которую можно найти из формулы (169):

$$F_{макс} = BIL. \tag{176}$$

Если проводник расположен не перпендикулярно магнитным линиям, а образует с ними угол α, то на него действует только нормальная составляющая индукции поля, равная $B\sin\alpha$, и сила F выражается формулой

$$F = BIL\sin\alpha. \tag{176а}$$

Направление $F_{макс}$ проще всего найти, пользуясь *правилом левой руки*. Если указательный палец левой руки расположить по направлению магнитных линий, а средний — по направлению тока, то отогнутый большой палец покажет направление силы $F_{макс}$.

Определим работу, совершаемую при движении проводника с током в магнитном поле. На рис. 152 изображена цепь, имеющая два направляющих проводника KK_1 и MM_1, которые замыкаются подвиж-

ным проводником CC_1 длиной L. Если эта цепь находится в магнитном поле, магнитные линии которого расположены перпендикулярно плоскости чертежа и направлены от читателя (крестики на рисунке), то по правилу левой руки можно установить, что сила F, действующая на этот проводник, будет иметь направление, показанное на рисунке. Под действием этой силы проводник станет перемещаться и передвинется на некоторое расстояние b.

Сила F по формуле (176) равна $F = BIL$. При перемещении проводника на расстояние b будет совершена работа

$$A = BIL \cdot b.$$

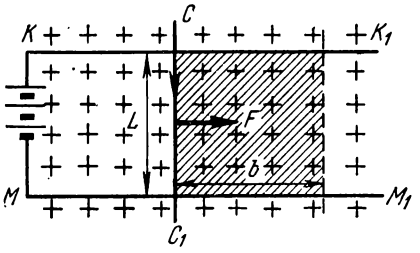


Рис. 152

Но $Lb = \Delta S$ есть изменение площади контура, обтекаемого током (на рисунке она заштрихована), а $B \cdot \Delta S$ есть изменение магнитного потока, пронизывающего контур. Таким образом,

$$A = I \cdot \Delta\Phi, \qquad (177)$$

т. е. *работа при перемещении проводника с током в магнитном поле численно равна произведению силы тока в проводнике на изменение магнитного потока, происшедшее в результате этого перемещения.*

§ 162. Рамка с током в однородном магнитном поле

На рис. 153 изображена прямоугольная рамка со сторонами $ab = cd = L_1$ и $bc = ad = L_2$, по которой протекает ток. Рамка находится в однородном магнитном поле с индукцией B, причем плоскость рамки совпадает с направлением магнитных линий. На стороны bc и ad магнитное поле не действует, так как направление их совпадает с направлением магнитных линий. На стороны ab и cd действуют силы F, направления которых определяются по правилу левой руки. Эти силы, создавая пару сил с плечом, равным L_2, вызывают вращение рамки. Рамка будет поворачиваться до тех пор, пока плоскость ее не расположится перпендикулярно магнитным линиям, т. е. пронизывающий ее магнитный поток не приобретет наибольшего значения.

По формуле (176) каждая из сил равна

$$F = BIL_1,$$

а механический момент этой пары сил при максимальном значении каждой равен

$$M_{\text{макс}} = BIL_1L_2.$$

Произведение L_1L_2 равно площади S рамки, а величина, равная *произведению площади контура на проходящую по нему силу тока, именуется магнитным моментом этого контура и обозначается* p_m.

Магнитный момент контура с током есть величина векторная. Вектор p_m направлен перпендикулярно к плоскости контура так, что из его конца ток в контуре виден идущим против часовой стрелки.

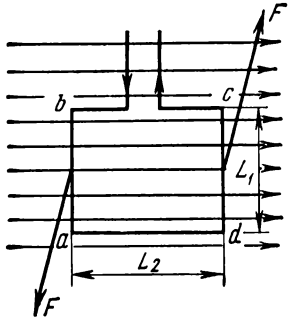


Рис. 153

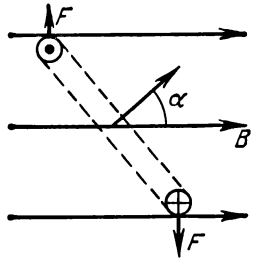


Рис. 154

Таким образом, максимальный механический момент, вращающий контур с током в магнитном поле, равен

$$M_{\text{макс}} = p_m \cdot B. \qquad (178)$$

Если нормаль к плоскости контура образует с магнитными линиями угол α (рис. 154; контур с током изображен в плане), то механический момент, вращающий рамку, будет

$$M = M_{\text{макс}} \cdot \sin\alpha.$$

§ 163. Примеры решения задач

1. На прямолинейный проводник длиной 40 *см* с током 10 *а*, помещенный в однородное магнитное поле, индукция которого 0,06 *тл*, действует сила 0,02 *кГ*. Определить угол между направлениями тока и магнитных линий.

Р е ш е н и е. Из формулы (176а) находим

$$\sin\alpha = \frac{F}{IBL}.$$

Выражаем все величины в единицах СИ: $F = 0{,}02$ *кГ* $\approx 0{,}2$ *н*; $L = 40$ *см* $= 0{,}4$ *м*. Производим вычисления:

$$\sin\alpha = \frac{0{,}2}{10 \cdot 0{,}06 \cdot 0{,}4} \approx 0{,}83; \quad \alpha = 56°.$$

2. Какую разность потенциалов нужно приложить к концам обмотки соленоида длиной 1,2 *м* и диаметром 6 *см*, намотанного из медной проволоки диаметром 0,2 *мм* так, что витки вплотную прилегают друг к другу (толщиной изоляции пренебрегаем), чтобы получить в середине его магнитную индукцию $7{,}5 \cdot 10^{-3}$ *тл*?

Р е ш е н и е. При диаметре проволоки 0,2 *мм* $= 2 \cdot 10^{-4}$ *м* на каждый метр длины соленоида приходится

$$n_0 = 1/2 \cdot 10^{-4} = 5000 \text{ (витков)}.$$

При длине соленоида 1,2 *м* он имеет $5000 \cdot 1{,}2 = 6000$ витков; длина окружности одного витка равна $\pi D = 3{,}14 \cdot 6$ *см* ≈ 19 *см* $= 0{,}19$ *м*. Вся длина проволоки, пошедшей на изготовление соленоида, составит

$$l \approx 0{,}19 \cdot 6000 \text{ м} \approx 1100 \text{ м}.$$

Сопротивление проволоки

$$R = \rho l/S \approx 0{,}017 \cdot 1100/S,$$

где площадь сечения проволоки $S = \frac{\pi D_1^2}{4} \approx \frac{3{,}14 \cdot 0{,}2^2}{4}$ *мм*$^2 \approx 0{,}031$ *мм*^{2},

поэтому

$$R = 0{,}017 \cdot \frac{1100}{0{,}031}\ ом \approx 600\ ом.$$

Из формулы (173)

$$B = \mu_0 \mu I n_0$$

находим

$$I = \frac{B}{\mu_0 \mu n_0} = \frac{7{,}5 \cdot 10^{-3}}{1{,}26 \cdot 10^{-6} \cdot 5000}\ а \approx 1{,}2\ а.$$

Искомое напряжение по закону Ома равно

$$U = IR = 1{,}2 \cdot 600\ в = 720\ в.$$

3. Два параллельных длинных провода находятся друг от друга на расстоянии 0,1 *м*. В каждом из них течет ток 50 *а*. Определить силу давления проводов на изоляторы, если расстояние между изоляторами 0,8 *м*.

Р е ш е н и е. Из формулы (174) находим силу, действующую на каждый метр длины провода:

$$\frac{F}{L} = \mu_0 \mu \frac{I^2}{2\pi r_0} = \frac{1{,}26 \cdot 10^{-6} \cdot 50^2}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1}\ \frac{н}{м} \approx 5 \cdot 10^{-3}\ н/м.$$

На участок провода длиной 0,8 *м* действует сила, создающая давление на изолятор и равная 0,004 *н*.

Вопросы и задачи для повторения

188. Поясните материальность магнитного поля.

189. Определите направление движения проводника с током для случая, показанного на рис. 155.

190. То же, для случая, изображенного на рис. 156.

191. В каком направлении должен протекать ток в соленоиде, чтобы наблюдалось указанное на рис. 157 его взаимодействие с магнитной стрелкой?

192. Какой силы ток должен проходить по прямому проводнику длиной 8 *мм*, помещенному в однородном магнитном поле с индукцией 0,01 *тл*, чтобы поле дейст-

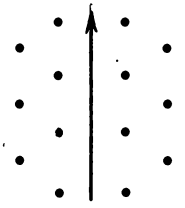


Рис. 155

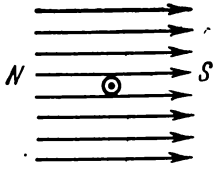


Рис. 156

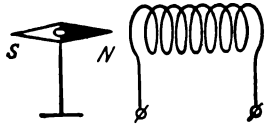


Рис. 157

вовало на него с максимальной силой 0,002 *н*? На какой угол необходимо повернуть проводник к линиям магнитной индукции, чтобы сила уменьшилась в 3 раза?

193. Определить индукцию магнитного поля между полюсами электромагнита, если прямой проводник весом 0,001 *н* и длиной 1 *см* при силе тока 19,6 *а*, будучи расположен перпендикулярно магнитным линиям, висит в поле не падая.

194. Проводник длиной 10 *см* с током силой 8 *а* переместился на расстояние 20 *см* в однородном магнитном поле с индукцией 1,5 *тл*. Какую работу совершило

поле, если перемещение происходило перпендикулярно направлению силовых линий и направлению тока?

195. Проводник длиной 30 *см* движется в однородном магнитном поле с постоянной скоростью 4 *м/сек* перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция поля 0,5 *тл*. Какая мощность развивается при движении проводника, если он замкнут на сопротивление 2 *ом*? Сопротивлением самого проводника пренебрегаем.

196. Виток радиусом 10 *см* расположен в плоскости магнитного меридиана. Какой вращающий момент действует на виток, если по нему течет ток силой 4 *а*? Горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна $2 \cdot 10^{-5}$ *тл*.

197. По виткам плоской прямоугольной рамки, содержащей 30 витков, течет ток силой 2 *а*. Какой максимальный механический момент действует на рамку, если она находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,05 *тл* и ее площадь 20 $см^2$?

198. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми 2 *см*, текут токи силой по 50 *а* в одинаковом направлении. Найти индукцию магнитного поля в точке, находящейся посередине между проводами.

199. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми равно 15 *см*, текут токи с силой по 600 *а* в одинаковом направлении. Найти индукцию суммарного поля токов в точке, удаленной от одного провода на 12 *см* и от другого на 9 *см*.

200. Из проволоки длиной 1 *м* сделана квадратная рамка. По этой рамке течет ток силой 10 *а*. Найти индукцию магнитного поля в центре этой рамки.

201. Соленоид (без сердечника) сечением 10 $см^2$ содержит 8 витков на каждый сантиметр длины. Какой силы ток течет по соленоиду, если магнитный поток внутри него равен 10^{-3} *вб*?

202. Какого диаметра следует взять проволоку с весьма тонкой изоляцией, чтобы изготовить из нее длинный соленоид, располагая витки вплотную друг к другу, и чтобы индукция в его середине равнялась $2 \cdot 10^{-4}$ *тл* при силе тока в 0,1 *а*? Ответ дать с точностью до 0,01 *мм*.

ГЛАВА ДВАДЦАТЬ ВТОРАЯ

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

§ 164. Лоренцова сила

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле, вызвана наличием направленного движения электронов в проводнике. Следовательно, магнитное поле действует на каждый движущийся электрон.

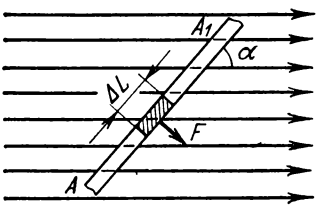


Рис. 158

Сила, с которой магнитное поле действует на движущийся в нем электрон, получила название *лоренцовой силы* ($F_л$) в честь голландского физика Лоренца.

Пусть в однородном магнитном поле (рис. 158) с индукцией B под углом α к магнитным линиям расположен проводник AA_1. Выделим участок этого проводника ΔL. На этот участок со стороны магнитного поля будет действовать сила F, которую определим по формуле (176а):

$$F = BI \cdot \Delta L \cdot \sin\alpha, \qquad (*)$$

где I — сила проходящего по проводнику тока.

По электронной теории [см. формулу (143)],

$$I = en_0 vS,$$

где e — заряд электрона; n_0 — число свободных электронов в единице объема проводника; v — средняя скорость упорядоченного движения электронов; S — площадь поперечного сечения проводника. Подставляя значение I в формулу (*), получим

$$F = Ben_0vS \cdot \Delta L \cdot \sin\alpha.$$

Вычислим силу $F_л$, с которой магнитное поле действует на каждый движущийся электрон. Для этого необходимо подсчитать число свободных электронов в участке проводника длиной ΔL и силу F разделить на число n электронов в этом участке, т. е.

$$F_л = \frac{F}{n}.$$

Если в единице объема будет n_0 свободных электронов, то в проводнике длиной ΔL при поперечном сечении S число их составит

$$n = n_0 \cdot \Delta L \cdot S.$$

Следовательно, лоренцова сила, действующая со стороны магнитного поля на каждый электрон, будет равна

$$F_л = \frac{Ben_0Sv\Delta L \cdot \sin\alpha}{n_0S \cdot \Delta L},$$

т. е.

$$F_л = Bev \cdot \sin\alpha. \qquad (179)$$

Под углом α следует понимать угол между направлениями магнитных линий и скорости упорядоченного движения электронов.

Направление лоренцовой силы определяется по правилу левой руки, причем за направление тока принимается направление, противоположное движению электронов.

§ 165. Движение электронов в однородном магнитном поле

На рис. 159 изображено однородное магнитное поле, магнитные линии которого перпендикулярны плоскости рисунка и направлены «от нас». Электрон, двигаясь со скоростью v перпендикулярно магнитным линиям, испытывает действие лоренцовой силы

$$F_л = Bev,$$

так как угол α в формуле (179) равен 90°, а $\sin\alpha = 1$. По правилу левой руки находим направление лоренцовой силы. Под действием этой силы траектория электрона станет искривляться, но с изменением направления движения электрона изменится и *направление лоренцовой силы*, которая будет *всегда действовать по нормали к траектории электрона*. Так как в однородном поле сила $F_л$ будет сохраняться постоянной, а направление ее всегда нормально к траектории элект-

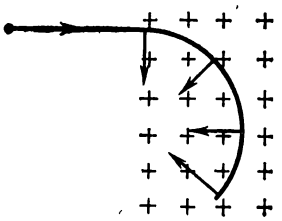


Рис. 159

рона, то, очевидно, эта сила будет являться центростремительной:

$$F_л = F_{ц.с}, \text{ или } Bev = mv^2/r,$$

а движение электрона будет происходить по окружности. Отсюда радиус окружности, описываемой электроном, равен

$$r = mv/Be. \qquad (180)$$

Пример. Электрон движется со скоростью 10^7 *м/сек* в однородном магнитном поле с индукцией $2 \cdot 10^{-3}$ *тл*. Чему равен радиус описываемой им окружности?

Подставляя $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*, $m \approx 9 \cdot 10^{-31}$ *кг* и значения v и B, данные в условии, в формулу (180), имеем

$$r = \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot 10^7}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \text{ м} \approx 2{,}8 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 2{,}8 \text{ см}.$$

Время, в течение которого электрон опишет полную окружность, т. е. пройдет путь $2\pi r$, равно

$$T = \frac{2\pi r}{v}. \qquad (*)$$

Определив v из формулы (180):

$$v = \frac{Ber}{m},$$

и подставив в выражение (*), получим

$$T = \frac{2\pi rm}{Ber}, \text{ или } T = \frac{2\pi m}{Be}. \qquad (181)$$

Из полученной формулы видно, что время T не зависит от радиуса описываемой электроном окружности. Чем больше скорость движения, тем бóльшего радиуса окружность описывает он в том же магнитном поле.

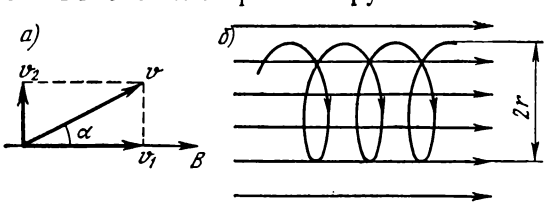


Рис. 160

Сделанный вывод в дальнейшем будет использован при описании действия циклотронов — установок, служащих для ускорения движения заряженных частиц, которыми производится бомбардировка атомных ядер.

Рассмотрим случай, когда электрон или какая-нибудь другая заряженная частица влетает в однородное магнитное поле так, что вектор скорости не перпендикулярен направлению магнитных линий, а составляет с ними угол α (рис. 160, *а*). Разложим скорость v на две составляющие: v_1 вдоль магнитных линий и v_2 перпендикулярно им. Так как направление магнитных линий совпадает с направлением составляющей $v_1 = v \cos \alpha$, то магнитное поле не оказывает влияния на частицу и она будет совершать вдоль магнитных линий равномерное прямолинейное движение. Вторая составляющая $v_2 = v \sin \alpha$ вызовет движение частицы по окружности в плоскости, перпендикулярной магнитным линиям. Совокупность обоих движений приведет к перемещению частицы по винтовой линии (рис. 160, *б*).

Легко определить радиус r и шаг винта h. По формуле (180),

$$r=\frac{mv_2}{Be},$$

где e — заряд частицы. Но $v_2=v\sin\alpha$, следовательно,

$$r=\frac{mv\sin\alpha}{Be}. \tag{182}$$

За время полного оборота частицы, т. е. за время T [см. формулу (181)], она переместится вдоль магнитной линии на расстояние

$$h=v_1T,$$

или

$$h=v_1\frac{2\pi m}{Be}=v\cos\alpha\frac{2\pi m}{Be}, \tag{183}$$

что соответствует шагу винта.

§ 166. Движение электронов в однородном электрическом поле

Перепишем формулу (180) в следующем виде:

$$\left(\frac{e}{m}\right)\frac{1}{v}=\frac{1}{Br}. \tag{180а}$$

В ее правой части находятся индукция B магнитного поля и радиус r окружности, описываемой электроном, т. е. величины, которые можно найти из опыта. В левой части имеются три неизвестных — скорость движения электрона, его заряд и масса [1]. Будем считать неизвестными скорость движения электрона и отношение его заряда к массе (e/m). Чтобы найти обе эти величины, одного уравнения (180а) недостаточно, необходимо иметь второе уравнение с теми же неизвестными v и e/m. Такое уравнение можно получить, изучая движение электронов в однородном электрическом поле.

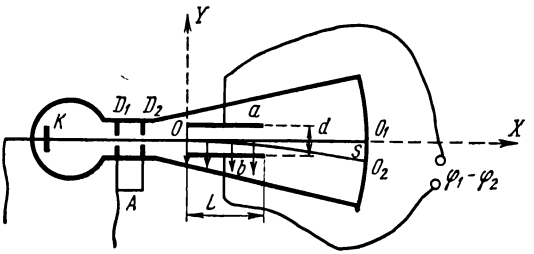


Рис. 161

На рис. 161 дана схема опыта, который служит для наблюдения отклонения катодных лучей в однородном электрическом поле. Из подогреваемого катода K вследствие термоэлектронной эмиссии вылетают электроны. Поток электронов проходит через диафрагмы D_1 и D_2

[1] Пока заряд и масса электрона не были установлены, обе эти величины следовало считать неизвестными.

вакуумной трубки и влетает в однородное электрическое поле между пластинами конденсатора a и b, к которым приложена разность потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$, а расстояние между ними d.

В электрическом поле на движущийся электрон действует сила

$$F = eE = e\frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d},$$

где $E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d$ — напряженность поля между пластинами конденсатора, а e — заряд электрона.

Под действием постоянной силы, направление которой в течение всего времени пребывания электрона в электрическом поле сохраняется неизменным, *электрон станет двигаться по параболе*. Докажем, что описываемая им траектория действительно является параболой. Расположим координатные оси так, чтобы ось X совпадала с осью трубки, а ось Y была ей перпендикулярна, т. е. сила F направлена вдоль оси Y. Начало координат отнесем к точке O, где электрон попадает в электрическое поле. Так как вдоль оси трубки электрон движется по инерции с постоянной скоростью v, то

$$x = vt, \qquad (*)$$

где t — время, в течение которого электрон находится в электрическом поле. Вдоль оси Y электрон движется под действием постоянной силы F, т. е. равноускоренно, и за время t проходит путь

$$y = at^2/2. \qquad (**)$$

Ускорение a по второму закону Ньютона равно

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{e(\varphi_1 - \varphi_2)}{md}$$

и является величиной постоянной при условии, что скорость движения электрона весьма мала по сравнению со скоростью света ($m = \text{const}$).

Решая совместно равенства (*) и (**), получаем

$$y = \frac{a}{2v^2}x^2, \quad \text{или} \quad y = kx^2$$

— уравнение параболы.

Обозначим длину пластин конденсатора L и найдем смещение h электрона:

$$h = at^2/2,$$

но

$$a = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)e}{md},$$

$$t = L/v.$$

Решая совместно последние уравнения, получаем

$$\left(\frac{e}{m}\right)\frac{1}{v^2} = \frac{2hd}{(\varphi_1 - \varphi_2)L^2}. \qquad (184)$$

Вылетевшие из электрического поля электроны далее летят по касательной к параболе и на флуоресцирующем экране в точке O_2 вызывают свечение. Измеряя отрезок O_1O_2, можно вычислить h.

В правой части равенства (184) стоят величины, измеряемые опытным путем, в левой — неизвестные v и e/m. Совместно решая уравнения (180а) и (184), можно было вычислить скорость движения электронов катодного потока и отношение заряда электрона к его массе. Такое исследование было впервые осуществлено в 1897 г. английским ученым Д. Д. Томсоном. Зная заряд электрона, который может быть установлен различными методами (например, из опыта Милликена, приведенного в § 111), можно было найти массу электрона. Она оказалась приблизительно равной $9 \cdot 10^{-31}$ *кг*.

Таким образом, электроны или другие движущиеся заряженные частицы отклоняются в однородном магнитном поле по окружности, а в однородном электрическом поле — по параболе. В первом случае сила магнитного поля действует нормально его траектории, т. е. меняет направление, будучи всегда направлена к центру окружности. Во втором случае электрическая сила все время сохраняет одно и то же направление. Движение электрона по параболе в однородном электрическом поле аналогично полету тела, брошенного горизонтально.

§ 167. Эффект Холла

Ранее было указано, что на каждый движущийся электрон в проводнике с током, если он помещен в магнитное поле перпендикулярно магнитным линиям, действует сила, вызывающая смещение электрона. Поэтому если взять проводник в виде пластины, имеющей прямоугольное сечение, и расположить его так, как показано на рис. 162, то под действием силы Лоренца поток электронов прижмется к верхней грани проводника и зарядит ее отрицательно, одновременно нижняя грань зарядится положительно. В результате между верхней и нижней гранью возникнет разность потенциалов. Это явление было обнаружено Холлом в 1879 г. и получило название *эффекта Холла*.

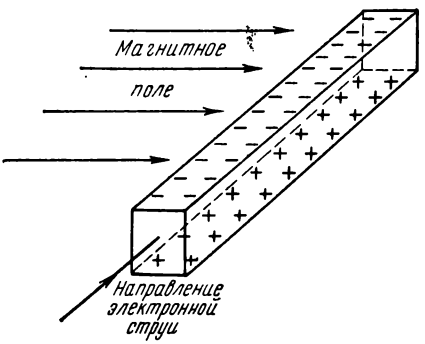


Рис. 162

Обозначим возникшую разность потенциалов U.

Стационарное состояние установится, когда сила Лоренца $F_л$, действующая на каждый электрон, уравновесится электрической силой F, действующей на электрон в противоположном направлении вследствие возникшей разности потенциалов U.

Сила Лоренца [см. формулу (179)]

$$F_л = Bev,$$

где v — средняя скорость направленного движения электронов.

Электрическая сила, действующая на электрон [см. формулу (112а)], равна $F = eE$, а напряженность возникшего поперечного поля [см. формулу (129)] будет $E = U/L$, где L — ширина пластинки. Следовательно,

$$F = \frac{eU}{L}.$$

Так как $F_л = F$, то

$$Bev = \frac{eU}{L},$$

откуда возникшая поперечная разность потенциалов

$$U = BvL. \qquad (*)$$

Из формулы (143) находим среднюю скорость направленного движения электронов:

$$v = \frac{I}{en_0S},$$

где $S = Lh$ — площадь поперечного сечения пластины толщиной h; n_0 — число свободных электронов в единице объема.

Подставляя значение v в выражение (*), получаем

$$U = \frac{BIL}{en_0Lh} = \frac{BI}{en_0h}.$$

Выражение $1/en_0$ обозначается буквой R и носит название коэффициента Холла. Таким образом, имеем

$$U = R\frac{BI}{h}, \qquad (185)$$

т. е. возникшая поперечная разность потенциалов вследствие эффекта Холла прямо пропорциональна индукции поля и силе тока, проходящего по пластинке, и обратно пропорциональна толщине пластинки.

Использование эффекта Холла в полупроводниках дает возможность простейшим способом определять значение $\vec{B}$ в данной точке магнитного поля. Для этой цели помещают пластинку из полупроводника в соответствующую точку поля, пропускают по ней ток и измеряют возникшую при этом поперечную разность потенциалов, которая пропорциональна значению $\vec{B}$.

§ 168. Примеры решения задач

1. Два иона, имеющие одинаковые заряд и кинетическую энергию, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион описал дугу окружности радиусом 1,73 *см*, второй — радиусом 1 *см*. Найти отношение масс ионов.

Решение. Из формулы (180) запишем $mv/r = Be$. Так как заряды ионов одинаковы и они движутся в одном поле, то

$$\frac{m_1v_1}{r_1} = \frac{m_2v_2}{r_2}.$$

Согласно условию их кинетические энергии равны, т. е.

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2.$$

Совместное решение обоих уравнений приводит к результату

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{r_1^2}{r_3^3},\ \text{или}\ \frac{m_1}{m_2}=\left(\frac{1{,}73}{1}\right)^2\approx 3.$$

2. Перпендикулярно однородному электрическому полю возбуждено однородное магнитное поле с индукцией $5\cdot 10^{-3}$ *тл*. Электрон, движущийся перпендикулярно линиям того и другого поля со скоростью 2000 *км/сек*, не испытывает никакого отклонения. Найти напряженность электрического поля.

Р е ш е н и е. Сделаем пояснительный чертеж (рис. 163). Линии напряженности электрического поля параллельны плоскости чертежа, силовые линии магнитного поля перпендикулярны плоскости чертежа (обозначены крестиками).

Электрическое поле действует на электрон с силой $F_1 = eE$, магнитное поле — с силой $F_2 = Bev$.

Поскольку траектория электрона прямолинейна, равнодействующая этих сил равна нулю, т. е. $F_1 = F_2$, или $eE = evB$; откуда

$$E = vB.$$

Подставляем значения данных величин, выраженных в СИ, и производим вычисления:

$$E = 2\cdot 10^6\cdot 5\cdot 10^{-3}\ в/м = 10^4\ в/м.$$

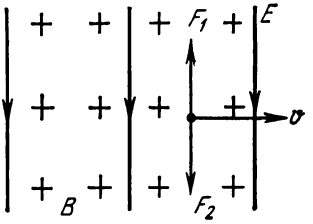


Рис. 163

Задачи для повторения

203. Перпендикулярно силовым линиям магнитного поля движется электрон со скоростью 10^4 *км/сек*. Какова индукция поля, если электрон описывает окружность радиусом 1 *см*?

204. С какой скоростью двигался протон в магнитном поле с индукцией 0,01 *тл*, если он описал дугу окружности радиусом 10 *см*? Масса протона равна $1{,}66\cdot 10^{-27}$ *кг*, заряд протона равен по абсолютному значению заряду электрона.

205. Ионизированный атом движется со скоростью 956 *км/сек* в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 *тл*. Найти массу атома, если он описывает окружность радиусом 10 *см*.

206. Электрон проходит разность потенциалов 300 *в* и попадает в магнитное поле, перпендикулярное траектории электрона, с индукцией 0,01 *тл*. Найти радиус окружности, описываемой электроном.

207. Какую разность потенциалов должен предварительно пройти ион водорода для того, чтобы, влетев в перпендикулярное его траектории магнитное поле с индукцией 0,12 *тл*, описать окружность радиусом 0,8 *см*?

208. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией $4\cdot 10^{-3}$ *тл*. Найти период обращения электрона.

209. Заряженная частица, влетев со скоростью 1000 *км/сек* в однородное магнитное поле, индукция которого равна 0,1 *тл*, описывает дугу окружности радиусом 10,4 *см*. Найти отношение заряда к массе.

210. Электрон с кинетической энергией 400 *эв* влетел в однородное магнитное поле и описал дугу окружности радиусом 0,6 *см*. Определить индукцию поля.

ГЛАВА ДВАДЦАТЬ ТРЕТЬЯ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

§ 169. Открытие Фарадея

В 1831 г. знаменитый английский физик Фарадей открыл явление электромагнитной индукции, сыгравшее важную роль в развитии электротехники.

Фарадей установил, что при всяком изменении магнитного потока, пронизывающего площадь, ограниченную замкнутым проводящим контуром, в этом контуре возникает электрический ток, получивший название *индукционного*. Величина электродвижущей силы индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, т. е.

$$\mathscr{E}_i \sim \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|.$$

Напомним некоторые опыты, позволяющие наблюдать явление электромагнитной индукции.

1. Начнем быстро вдвигать магнит M в катушку A, на которую намотана изолированная проволока, замкнутая на гальванометр G

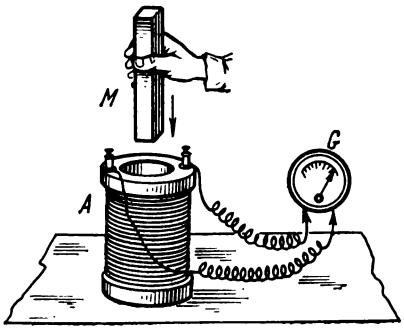


Рис. 164

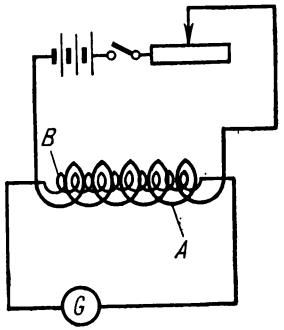


Рис. 165

(рис. 164). Стрелка гальванометра при этом отклонится, но тотчас же возвратится к нулевому положению, как только прекратится движение магнита. При выдвижении магнита из катушки вновь появляется индукционный ток — стрелка гальванометра отклоняется в противоположном направлении. Если вдвигать в катушку магнит другим полюсом, то изменяется направление возникшего в ней тока на противоположное. При перемещении магнита относительно катушки происходит изменение магнитного потока, пронизывающего ее. Вместо магнита можно в катушку вводить другую катушку с навитым на нее проводником, по которому проходит ток.

2. Изменение магнитного потока может быть вызвано не только перемещением магнита, соленоида или электромагнита. Возьмем две катушки и поместим одну внутри другой. Одну из них A (будем называть ее первичной) включим в цепь источника тока, присоединив последовательно ей реостат и выключатель. Другую катушку B (вторичную) соединим с гальванометром G (рис. 165). Будем производить в первичной катушке замыкания и размыкания. В момент замыкания стрелка гальванометра будет отклоняться в одну сторону, при размыкании — в противоположную. Точно так же, если при помощи реостата усиливать или ослаблять силу тока в первичной катушке, во

вторичной станет возникать индукционный ток. При замыкании цепи первичной катушки возникает магнитный поток, который возрастает от нуля до некоторого значения: при размыкании он уменьшается от этого значения до нуля. При усилении и ослаблении тока в первичной катушке также происходит изменение магнитного потока, пронизывающего витки вторичной катушки, что и вызывает в ней возникновение индукционного тока.

§ 170. Закон Ленца

Русский ученый Ленц спустя два года после открытия Фарадея на основании проведенных им многочисленных опытов установил: *индукционный ток имеет такое направление, что создаваемый им магнитный поток противодействует изменениям, вызвавшим появление э. д. с. индукции.*

Сделанный Ленцем вывод можно применить не только для случая возникновения индукционного тока в движущихся проводниках, но и для неподвижных проводников: *индукционный ток имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, пронизывающего контур.* Такая обобщенная формулировка обычно именуется *законом Ленца.*

Пусть в катушку вдвигается магнит северным полюсом. По закону Ленца, в катушке появляется ток такого направления, что его поле препятствует изменению магнитного потока, пронизывающего контур. При вдвигании северного полюса магнита поток, пронизывающий витки катушки, усиливается. Чтобы его ослабить, на стороне катушки, обращенной к вдвигаемому полюсу, индукционный ток должен вызвать также северный полюс магнитного поля, т. е. должен идти против часовой стрелки. Но одноименные полюса отталкиваются; поэтому при вдвигании магнита в катушку происходит отталкивание двух северных полюсов, препятствующее движению. Чтобы преодолеть это сопротивление, необходимо внешней силе совершить работу, за счет которой и возникает энергия магнитного поля индукционного тока.

При выдвигании северного полюса магнита из катушки в ней возникнет ток, идущий по часовой стрелке, который вызовет на ее конце, обращенном к полюсу, появление южного полюса, притягивающего северный полюс магнита и препятствующего его удалению. Работа, затраченная внешней силой на преодоление взаимного притяжения полюсов, превратится в энергию индукционного тока. Таким образом, индукционный ток создает поле, которое препятствует движению, вызывающему его возникновение.

При замыкании цепи первичной катушки или усилении в ней тока во вторичной возникает индукционный ток противоположного направления: магнитное поле этого тока стремится ослабить магнитный поток первичной катушки. Наоборот, при размыкании цепи первичной катушки или ослаблении в ней тока во вторичной возникает ток такого же направления и его поле стремится усилить поток, окружающий первичную катушку.

§ 171. Вывод закона индукции

Работа, которая совершается при движении проводника с током в магнитном поле, равна $I \cdot \Delta\Phi$ (см. § 161) и может быть получена только за счет энергии источника тока.

Пусть э. д. с. источника тока равна $\mathscr{E}$. Полная работа тока за время Δt равна $\mathscr{E} I \cdot \Delta t$. Она частично расходуется на преодоление «трения» электронного газа о кристаллическую решетку, т. е. равна $I^2R \cdot \Delta t$, где R — полное сопротивление контура, частично же расходуется на перемещение проводника с током в магнитном поле, т. е.

$$\mathscr{E} I \cdot \Delta t = I^2R \cdot \Delta t + I \cdot \Delta\Phi.$$

Из этой формулы находим силу тока

$$I = \frac{\mathscr{E} - \Delta\Phi/\Delta t}{R}. \qquad (*)$$

Отношение $-\Delta\Phi/\Delta t$ *выражает электродвижущую силу.* Знак минус указывает на то, что она направлена в сторону, противоположную той, которую дает источник тока. Таким образом, при движении контура или его части в магнитном поле, когда происходит изменение пронизывающего контур магнитного потока, возникает дополнительная э. д. с., равная э. д. с. электромагнитной индукции:

$$\mathscr{E}_{\text{инд}} = -\Delta\Phi/\Delta t. \qquad (186)$$

Если отключить источник тока, сохранив контур замкнутым, и при помощи внешней силы перемещать сторону его CC_1 (см. рис. 152), т. е. изменять магнитный поток, пронизывающий контур, то слагаемое $\mathscr{E}$ в числителе (*) обратится в нуль ($\Delta\Phi/\Delta t \neq 0$, $R \neq \infty$, если контур замкнут).

Следовательно, в цепи возникает ток, сила которого определяется из выражения (*):

$$I = -\frac{\Delta\Phi/\Delta t}{R}.$$

При этом работа индукционного тока будет равна работе внешней силы по перемещению проводника в магнитном поле.

Если быстрота изменения магнитного потока $\Delta\Phi/\Delta t$ является переменной величиной, то формула (186) дает возможность вычислить лишь среднее значение электродвижущей силы индукции за время Δt. Чтобы найти э. д. с. в данный момент, надо промежуток времени взять бесконечно малым, тогда формула (186) примет вид

$$\mathscr{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (186а)$$

Проверим, что $\mathscr{E}_{\text{инд}}$ измеряется в вольтах.

Так как единицей магнитного потока является вебер, а 1 *вб* = = 1 *тл*·*м*^{2}, то

$$\left[\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right] = \frac{вб}{сек} = \frac{тл \cdot м^2}{сек}.$$

Из определения тесла (см. § 154) следует, что 1 *тл* = 1 *н*/(*а*·*м*). Сделаем преобразования:

$$тл = \frac{н \cdot м}{а \cdot м^2} = \frac{дж}{а \cdot м^2} = \frac{а \cdot в \cdot сек}{а \cdot м^2} = \frac{в \cdot сек}{м^2}.$$

Следовательно,

$$\left[\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right] = \frac{в \cdot сек \cdot м^2}{м^2 \cdot сек} = в.$$

При быстроте изменения магнитного потока в 1 *вб/сек возникает электродвижущая сила индукции, равная* 1 *в.*

§ 172. Возникновение синусоидального тока

Рассмотрим равномерное вращение рамки в однородном магнитном поле. Пусть рамка *abcd* (рис. 166) вращается в направлении часовой стрелки. В тот момент, когда она расположена перпендикулярно магнитным линиям, через нее проходит магнитный поток

$$\Phi_0 = BS,$$

где B — индукция магнитного поля; S — площадь рамки. При повороте рамки на угол α пронизывающий ее магнитный поток изменяется пропорционально косинусу угла поворота, т. е.

$$\Phi = \Phi_0 \cos\alpha = BS\cos\alpha,$$

и при повороте рамки на $\alpha = 90°$ становится равным нулю.

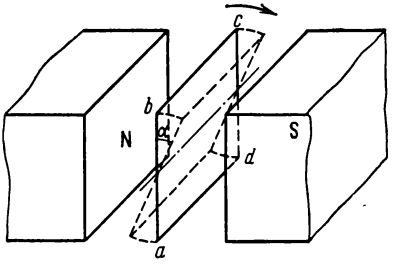


Рис. 166

В рамке вследствие изменения магнитного потока возникает индукционный ток, э. д. с. которого можно определить по формуле (186а);

$$\mathcal{E}_{инд} = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\frac{d\alpha}{dt}\sin\alpha, \qquad (*)$$

т. е. электродвижущая сила индукционного тока изменяется пропорционально синусу угла поворота рамки α. *Возникающий в рамке переменный ток носит название синусоидального.*

Угол поворота рамки $\alpha = \omega t$, где ω — угловая скорость ее вращения. Делая эту подстановку в формуле (*), имеем

$$\mathcal{E}_{инд} = BS\omega\sin\omega t. \qquad (187)$$

Читателю предлагается самостоятельно построить графики зависимости магнитного потока (Ф) и электродвижущей силы индукционного тока ($\mathcal{E}_{инд}$) от угла поворота рамки $\alpha = \omega t$.

§ 173. Индукционный метод измерения магнитной индукции

Согласно формуле (186), запишем

$$I = -\frac{\Delta\Phi/\Delta t}{R},$$

откуда следует, что

$$I \cdot \Delta t = -\Delta\Phi/R,$$

где $I \cdot \Delta t = \Delta q$ — количество электричества, прошедшее по цепи, поэтому

$$\Delta q = -\Delta\Phi/R. \tag{188}$$

Из этой формулы при помощи баллистического гальванометра, отброс которого показывает количество электричества Δq, протекшего по цепи, можно вычислить изменение магнитного потока $\Delta\Phi$, пронизывающего площадь включенного в цепь контура, если известно сопротивление цепи.

Указанным методом можно воспользоваться для экспериментального определения вектора B. Для этой цели берут весьма малых размеров контур и вносят его издалека (где магнитное поле практически отсутствует) в соответствующее место исследуемого поля, располагая его перпендикулярно магнитным линиям. В таком случае магнитный поток меняется от нуля до Φ, т. е. $\Delta\Phi = 0 - \Phi = -\Phi$. Определяя по отбросу баллистического гальванометра Δq и зная сопротивление R цепи, из формулы (188) находим

$$\Phi = R \cdot \Delta q.$$

Но $\Phi = BS$, где S — площадь контура, откуда

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{R \cdot \Delta q}{S}. \tag{188а}$$

Можно также поместить контур в исследуемое место поля и повернуть его на 180°, тогда пронизывающий его магнитный поток изменяется от значения Φ до значения $-\Phi$, т. е.

$$\Delta\Phi = \Phi - (-\Phi) = 2\Phi.$$

§ 174. Возникновение индукционного тока в проводниках

1. Электромагнитная индукция в движущихся проводниках. Пусть проводник AB движется в магнитном поле слева направо (рис. 167). Вместе с проводником перемещаются и находящиеся в нем свободные электроны. На каждый электрон, движущийся в магнитном поле, действует лоренцова сила. Для определения ее направления воспользуемся правилом левой руки: расположим ладонь левой руки так, чтобы в нее входили магнитные линии; движущийся вправо вместе с проводником электрон аналоги-

чен току с техническим направлением влево, поэтому вытянутые пальцы руки расположим в левую сторону, отогнутый большой палец покажет направление лоренцовой силы. В данном случае она направлена вниз, поэтому электроны станут перемещаться на чертеже сверху вниз и в верхней части проводника возникнет положительный потенциал, а в нижней — отрицательный.

На рис. 168 изображена рамка *abcd*, вращающаяся в магнитном поле по часовой стрелке вокруг своей неподвижной стороны *ad*. На участке *bc* лоренцовы силы направлены вдоль проводника, под их действием электроны придут в движение и в рамке возникнет ток. Направление лоренцовых сил (а следовательно, электронное направление тока) показано на рис. 168 стрелками. На участках *ab* и *cd*

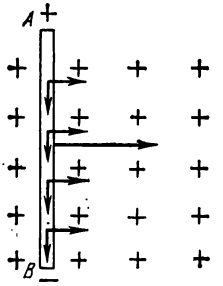


Рис. 167

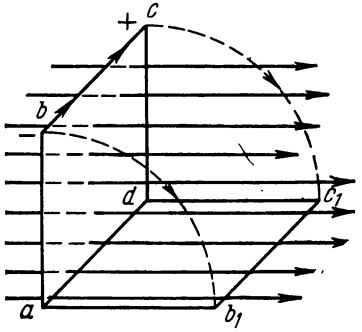


Рис. 168

лоренцовы силы направлены перпендикулярно проводнику и не вызовут движения электронов вдоль проводника. Лоренцовы силы на участке *bc* являются сторонними силами, действующими в этом контуре и вызывающими возникновение э. д. с.

2. Электромагнитная индукция в неподвижных проводниках. Напомним, что магнитное поле действует только на движущиеся электроны, поэтому, если контур неподвижен, а изменяется магнитное поле, то объяснить возникновение в контуре индукционного тока действием магнитных сил нельзя. Силы, приводящие в движение электроны, могут быть только электрического происхождения. Это приводит к заключению, что при всяком изменении магнитного поля в окружающем пространстве возникает индукционное электрическое поле, не связанное с электрическими зарядами.

Рассмотрим круглый виток, расположенный в однородном магнитном поле перпендикулярно его магнитным линиям (рис. 169). При усилении магнитного поля в витке возникает индукционный ток, направление которого можно определить по закону Ленца. Так как все участки этого витка находятся в совершенно одинаковых условиях, то напряженность индукционного электрического поля, вызывающего в витке движение свободных электронов, на всех его участках одинакова по абсолютному значению, а направление ее всюду совпадает с на-

правлением тока. Следовательно, силовые линии индукционного электрического поля в отличие от поля, созданного зарядами, являются замкнутыми кривыми, и это поле, подобно магнитному полю, окружающему проводник с током, имеет вихревой характер.

Значит, циркуляция вектора напряженности этого поля не равна нулю. Она равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока, т. е.

$$\oint_L E_l\, dl = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (189)$$

Индукционное электрическое поле возникает как в области, занятой изменяющимся магнитным полем, так и во всем окружающем

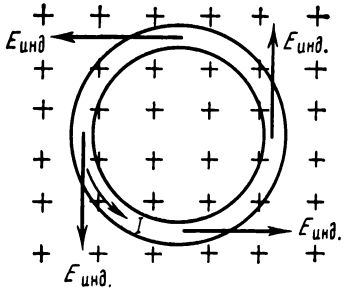


Рис. 169

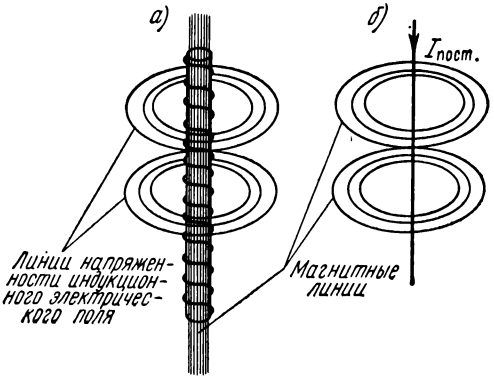


Рис. 170

пространстве, а его силовые линии лежат в плоскостях, перпендикулярных магнитным линиям. Если взять длинный соленоид (рис. 170, *а*) и пропустить по нему переменный ток, то строение его индукционного электрического поля будет подобно строению магнитного поля, окружающего прямой проводник с током (рис. 170, *б*). Отличие заключается лишь в том, что нельзя получить постоянное индукционное электрическое поле, а направление его силовых линий зависит от того, увеличивается или уменьшается сила тока в соленоиде. Из опыта известно, что токи во вторичной и первичной катушках трансформатора имеют противоположные направления. Следовательно, индукционное электрическое поле, вызывая движение электронов во вторичной катушке, в то же время тормозит их движение в первичной, т. е. возникновение индукционного тока во вторичной катушке требует дополнительной работы внешнего электрического поля в первичной катушке на преодоление указанных выше сил, тормозящих движение электронов в ней.

§ 175. Явление самоиндукции. Индуктивность

При всяком изменении силы тока в контуре будет изменяться и магнитный поток, пронизывающий контур. Изменение магнитного потока вызовет появление индукционного электрического поля, в ко-

тором окажется контур (рис. 171). Это индукционное электрическое поле будет действовать на электроны в контуре, препятствуя, по закону Ленца, изменению тока в нем. Если сила тока увеличивается, индукционное электрическое поле будет замедлять его нарастание; при уменьшении силы тока оно будет поддерживать ток. Можно сказать, что при изменении силы тока в контуре в нем возникает электродвижущая сила индукции, препятствующая этому изменению. Это явление получило название *самоиндукции*. У проводников, изогнутых в форме соленоида, самоиндукция проявляется значительно интенсивнее, чем у прямых проводников. Введение в соленоид железного сердечника также резко усиливает самоиндукцию.

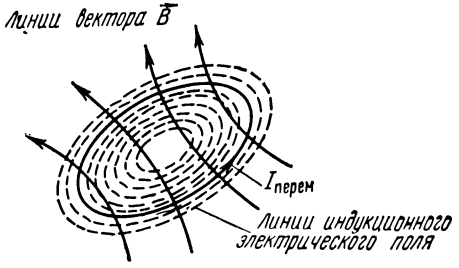


Рис. 171

В результате самоиндукции при замыкании цепи сила тока в ней никогда сразу не достигает полного значения, а нарастает постепенно. На рис. 172 даны графики изменения силы тока в катушках без сердечника (*1*) и с железным сердечником (*2*).

Удачно иллюстрирует явление самоиндукции при замыкании следующий опыт. Составим цепь из источника тока $\mathcal{E}$, ключа K и двух параллельно включенных ветвей I и II (рис. 173). Первая цепь состоит из электромагнита M с большой самоиндукцией и лампочки накаливания L_1, вторая — из тонкой и длинной проволоки R, сопротивление

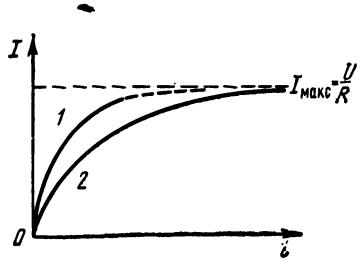


Рис. 172

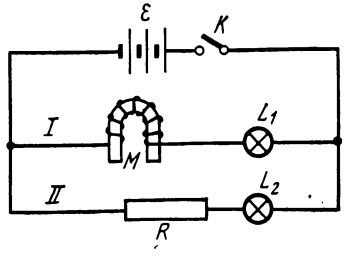


Рис. 173

которой равно сопротивлению электромагнита M, и лампочки L_2, такой же, как и L_1. При замыкании тока лампочка в первой цепи начинает светиться значительно позднее, чем во второй.

При размыкании цепи вследствие самоиндукции возникает мгновенный ток, идущий в том же направлении, что и основной, и проявляющийся в виде искры в рубильнике.

Магнитный поток, сцепленный с контуром, зависит не только от силы тока в нем, но и от размеров и формы контура, а также от маг-

нитных свойств окружающей среды. Однако во всех случаях он пропорционален силе тока, протекающего в контуре, т. е.

$$\Phi = LI, \tag{190}$$

где L — коэффициент пропорциональности, называемой *коэффициентом самоиндукции,* или *индуктивностью контура,* и зависящий только от геометрических свойств контура и магнитных свойств окружающей среды.

Электродвижущая сила самоиндукции $\mathscr{E}_{\text{инд}} = -d\Phi/dt$ [см. формулу (186а)]. Подставляя вместо Φ его значение из формулы (190), имеем

$$\mathscr{E}_{\text{инд}} = -\frac{d(LI)}{dt}.$$

Если форма и размеры контура, а также магнитные свойства среды не изменяются т. е. $L = \text{const}$, то полученное выражение можно представить в виде

$$\mathscr{E}_{\text{инд}} = -L\frac{dI}{dt},$$

откуда

$$L = \left|\frac{\mathscr{E}_{\text{инд}}}{dI/dt}\right|. \tag{191}$$

Очевидно, что $L = 1$, если $\mathscr{E}_{\text{инд}}$ и dI/dt равны соответствующим единицам. Следовательно, в СИ *за единицу индуктивности принимают индуктивность такого контура, в котором при скорости изменения тока в* 1 *а за* 1 *сек возникает э. д. с. самоиндукции в* 1 *в.* Эту единицу именуют *генри* (*гн*) в честь ученого Генри:

$$1\ гн = 1\,\frac{в}{а/сек} = 1\,\frac{в \cdot сек}{а}.$$

Исходя из формулы (190), генри можно определить как индуктивность такого контура, в котором ток в 1 *а* создает магнитный поток в 1 *вб.*

Вычислим индуктивность длинного соленоида, т. е. такого, длина которого l весьма велика по сравнению с его диаметром d ($l \gg d$). Магнитный поток через сечение контура равен $\Phi_0 = BS$, где B — индукция магнитного поля; S — площадь сечения витка, но, по формуле (173), $B = \mu_0\mu In_0$ (n_0 — число витков на 1 *м* длины соленоида). Следовательно, $\Phi_0 = \mu_0\,\mu In_0 S$. Поток через все витки соленоида будет в $n_0 l$ раз больше, так как общее число витков равно $n_0 l$, т. е.

$$\Phi = \Phi_0 n_0 l = \mu_0\mu n_0^2 IlS.$$

Но $Sl = V$ — объем соленоида, поэтому

$$\Phi = \mu_0\mu n_0^2 IV,$$

а индуктивность соленоида [см. формулу (190)] $L = \Phi/I$, или

$$L = \mu_0\mu n_0^2 V. \tag{191а}$$

§ 176. Энергия магнитного поля

Пусть в контуре с индуктивностью L течет ток силой I_0. В момент размыкания цепи возникает индукционный ток (вследствие самоиндукции) и будет совершена некоторая работа A. Очевидно, эта работа может быть совершена только за счет энергии исчезнувшего при размыкании цепи магнитного поля, связанного с контуром, т. е. энергия исчезнувшего магнитного поля переходит в энергию индукционного электрического поля, за счет которой и совершается работа A.

Вычислим работу за время dt:

$$dA = \mathcal{E} I\, dt,$$

где $\mathcal{E}$ — э. д. с. самоиндукции; так как $\mathcal{E} = L\frac{dI}{dt}$, то

$$dA = L\frac{dI}{dt} I\, dt = LI\, dI,$$

откуда

$$A = \int_{I_0}^{0} dA = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Однако эта работа, как было сказано, совершается за счет энергии магнитного поля, связанного с контуром, следовательно, энергия магнитного поля

$$W_м = \frac{1}{2} LI_0^2. \tag{192}$$

Рассчитаем энергию магнитного поля достаточно длинного соленоида. Подставляя в эту формулу значения L из (191а) и $I_0 = B/\mu_0\mu n_0$, получаем

$$W_м = \frac{B^2 V}{2\mu_0\mu}. \tag{193}$$

Плотность энергии магнитного поля, т. е. энергия, приходящаяся на единицу его объема, равна

$$w = \frac{W_м}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}. \tag{194}$$

§ 177. Вихревые токи. Поверхностный эффект

Индукционные токи возникают не только в линейных контурах, но и в массивных проводниках. Они получили название *вихревых токов,* или *токов Фуко.*

Заставим маятник, имеющий на конце медную пластину, качаться между полюсами электромагнита. Если по его обмотке не пропускать тока, то при незначительном трении в оси маятник будет долго качаться и колебания его будут медленно затухать. Если же замкнуть цепь электромагнита, то при движении медной пластинки маятника в магнитном поле в ней возникнут индукционные вихревые токи по

некоторым замкнутым линиям. По закону Ленца эти токи имеют такое направление, что своим магнитным полем станут препятствовать совершаемому перемещению, вследствие чего маятник быстро остановится.

На образование вихревых токов иногда бесполезно расходуется значительная часть энергии, так как массивные проводники, помещенные в переменное магнитное поле, нагреваются. Во избежание потерь энергии на образование вихревых токов в якорях генераторов, а также в сердечниках трансформаторов их делают не сплошными, а из тонких пластин или проволок, разделенных слоями изоляции, расположенными перпендикулярно направлению возможных вихревых токов.

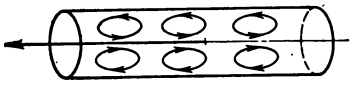


Рис. 174

Вихревые токи нашли широкое применение в промышленности, главным образом для плавки стали. В специальных индукционных печах помещается подлежащий плавке металл. По обмотке печи пропускают переменный ток. В металле возникают интенсивные вихревые токи, вызывающие выделение большого количества теплоты, вследствие чего металл быстро плавится.

Вихревые токи возникают и в проводах, по которым течет переменный ток. На рис. 174 изображен участок цилиндрического проводника, в котором происходит усиление тока. При этом усиливается окружающее проводник магнитное поле. Изменение магнитного поля вызывает в свою очередь появление индукционного электрического поля. Это последнее накладывается на основное электрическое поле, приводящее в движение электроны в проводнике, причем у оси проводника индукционное поле, будучи направлено в сторону, противоположную основному полю, направление которого показано стрелкой на рис. 174, ослабляет его. При быстропеременных токах результат взаимодействия полей приводит к тому, что ток вблизи оси проводника практически отсутствует, а распространяется лишь по его поверхности. Это явление получило название *поверхностного эффекта,* или *скин-эффекта* («скин» — английское слово, которое в переводе на русский язык означает «кожа», т. е. поверхностный слой).

В машиностроении скин-эффект используется для поверхностной технической обработки различных деталей.

§ 178. Примеры решения задач

1. Проводник длиной 0,4 *м* движется в магнитном поле с индукцией 0,5 *тл*. При какой скорости его движения возникает э. д. с. индукции, равная 2 *в*?

Решение. В формулу (186а)

$$\mathscr{E} = -d\Phi/dt$$

подставляем значение потока $\Phi = BLvt$. Тогда $d\Phi/dt = BLv$ и $\mathscr{E} = -d\Phi/dt = -BLv$. Отсюда находим

$$v = \left|\frac{\mathscr{E}}{BL}\right| = \frac{2}{0{,}5 \cdot 0{,}4}\ \frac{м}{сек} = 10\ м/сек.$$

2. Какова индуктивность реостата, имеющего 500 витков проволоки диаметра 0,4 *мм*, вплотную прилегающих друг к другу? Толщиной изоляции пренебречь. Диаметр обмотки реостата $d = 0{,}05$ *м*.

Р е ш е н и е. В формулу индуктивности $L = \mu_0 \mu n_0^2 V = \mu_0 \mu n_0^2 S l$ подставляем:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}05^2}{4}\ м^2 \approx 0{,}002\ м^2;$$

$$l = 0{,}0004 \cdot 500\ м = 0{,}2\ м; \quad n_0 = \frac{500}{0{,}2\ м} = 2500\ \text{витков}/м$$

и производим вычисления:

$$L = 1{,}26 \cdot 10^{-6} \cdot (2500)^2 \cdot 0{,}002 \cdot 0{,}2\ гн \approx 3 \cdot 10^{-3}\ гн.$$

Вопросы и задачи для повторения

211. Перечислите и объясните все способы измерения вектора B в данной точке магнитного поля.

212. Для устранения значительных колебаний магнитной стрелки компаса судна под нею помещается толстая медная или алюминиевая пластинка. Объясните принцип действия такого «магнитного успокоителя».

213. Почему при передаче быстропеременных токов можно использовать провода трубчатого сечения?

214. Определить э. д. с. индукции в прямолинейном проводе длиной 25 *см*, если он перемещается со скоростью 4 *м/сек* под углом 30° к линиям вектора B однородного магнитного поля, имеющего индукцию 0,8 *тл*.

215. Прямой проводник длиной 40 *см* и сопротивлением 2 *ом* находится в однородном магнитном поле с индукцией 1 *тл*. К концам проводника приложена разность потенциалов 6 *в*. Вычислить силу тока, текущего по проводнику, в двух случаях: а) проводник неподвижен; б) проводник движется перпендикулярно силовым линиям со скоростью 10 *м/сек*.

216. Кольцо из проволоки равномерно вращается со скоростью 20 *об/сек* в магнитном поле с индукцией 0,02 *тл* перпендикулярно силовым линиям. Определить наибольшую э. д. с. в кольце, если его площадь 100 $см^2$.

217. Рамка площадью 400 $см^2$, имеющая 40 витков, вращается в однородном магнитном поле с индукцией 10^{-2} *тл*, причем период вращения равен 0,1 *сек*. Определить максимальное значение электродвижущей силы, возникающей в рамке, если ось вращения перпендикулярна силовым линиям магнитного поля.

218. Медную рамку, вращающуюся в магнитном поле, заменяют алюминиевой такой же площади (диаметр проволоки в обоих случаях одинаков). Как изменится количество электричества, индуцируемое в рамке, при той же скорости вращения?

219. Какое количество электричества индуцируется в короткозамкнутой вторичной обмотке индуктора, состоящей из 1000 витков проволоки сопротивлением 50 *ом*, при размыкании тока, идущего через первичную обмотку сечением 40 $см^2$ с 20 витками на 1 *см*? Сила тока в ней 2 *а*.

220. Катушка длиной 20 *см* и диаметром 3 *см* имеет 400 витков. По катушке идет ток силой 2 *а*. Найти: а) индуктивность катушки; б) магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

221. Индуктивность соленоида, содержащего 100 витков, намотанных на немагнитный каркас, равна 0,003 *гн*. Какой магнитный поток возникает при токе силой 1 *а*?

222. Сколько витков на каждый сантиметр длины содержит обмотка соленоида длиной 40 *см* и сечением 20 $см^2$, если индуктивность соленоида равна 10^{-3} *гн*?

223. Какой силы ток протекает по катушке, индуктивность которой равна $2 \cdot 10^{-5}$ *гн*, если энергия ее магнитного поля 10^4 *эрг*?

§ 179. Магнитная проницаемость

Пусть имеется соленоид, у которого длина велика по сравнению с диаметром: $l \gg d$. Если его полость заполнена каким-либо веществом, то при включении тока это вещество приходит в намагниченное состояние и на поле соленоида накладывается дополнительное магнитное поле, созданное самим веществом. Обозначим через B_0 индукцию магнитного поля внутри соленоида в вакууме, т. е. при отсутствии заполняющего его полость вещества, а через B' — индукцию, создаваемую молекулами намагниченного вещества (например, сердечника, введенного внутрь соленоида). В таком случае общая индукция B внутри вещества будет равна

$$B = B_0 + B'.$$

Величина, равная отношению магнитной индукции внутри достаточно длинного соленоида при заполнении его полости веществом к магнитной индукции в нем при отсутствии вещества, характеризует магнитные свойства этого вещества и называется его относительной магнитной проницаемостью μ:

$$\mu = B/B_0. \qquad (195)$$

В зависимости от значения магнитной проницаемости различают *парамагнитные* вещества ($\mu > 1$), *диамагнитные* ($\mu < 1$) и *ферромагнитные* ($\mu \gg 1$).

Вещество	$\mu \cdot 10^{-6}$
Парамагнетики	
Кислород жидкий	3400
Платина	360
Вольфрам	176
Алюминий	23
Эбонит	14
Кислород	1,9
Воздух	0,38
Азот	0,013
Диамагнетики	
Висмут	—176
Кварц	—15,1
Стекло	—12,6
Каменная соль	—12,6
Медь	—10,3
Вода	—9,0
Бензол	—7,5
Водород	—0,063

Вещество	$\mu_{макс}$
Ферромагнетики	
Железо (химически чистое после отжига в водороде)	280 000
Пермаллой	80 000
Железо мягкое	8 000
Гиперник (50% Ni, 50% Fe)	7 000
Чугун (3% C, отожженный)	2 000
Никель	300
Кобальт	175

Кроме того, значение μ для ферромагнетиков не является постоянной величиной, а зависит от индукции того магнитного поля, в котором они находятся. Эту зависимость исследовал выдающийся русский физик А. Г. Столетов, который измерял B_0 и B по методу, описанному в § 173. На рис. 175 показаны кривые зависимости $\mu = B/B_0$ для чистого железа (*1*) и пермаллоя (сплав 78% Ni и 22% Fe; кривая *2*). Для слабых полей μ быстро возрастает с увеличением B_0 и при некотором значении B_0 достигает максимума, при дальнейшем увеличении B_0 магнитная проницаемость уменьшается и стремится к 1 при $B_0 \to \infty$.

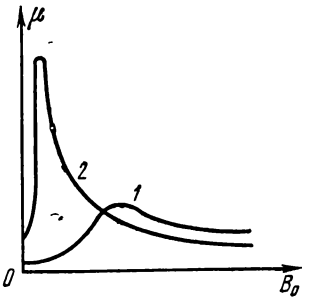


Рис. 175

§ 180. Магнитные моменты молекул, атомов и электронов

Каждый электрон, движущийся вокруг ядра атома по круговой орбите, вызывает появление магнитного поля, соответствующего полю кругового тока. Плоскость электронной орбиты, по которой электрон движется по часовой стрелке, играет роль северного магнитного полюса, а противоположная плоскость — южного полюса.

Рассматривая орбиту электрона как замкнутый проводник, можно полагать, что всякий раз, когда электрон совершает один оборот, он переносит заряд, равный $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*. Если электрон за 1 *сек* делает n оборотов, то при этом переносится заряд en, что соответствует току I, т. е.

$$I = en,$$

но

$$n = v/2\pi r,$$

где r — радиус электронной орбиты; v — линейная скорость электрона.

Магнитные свойства этого контура с током можно охарактеризовать магнитным моментом $p_м$, равным IS, где I — сила тока, S — площадь контура. Для круговой орбиты электрона

$$p_м = IS = \frac{ev}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} evr.$$

Каждую орбиту электрона, движущегося вокруг ядра, можно представить себе как магнитную стрелку. Если в атоме или молекуле несколько электронов, движущихся в разных плоскостях, это соответствует как бы пучку магнитных стрелок. При этом магнитный момент находится как геометрическая сумма $\vec{p}_м$ всех электронов.

Магнитный момент атома или молекулы, определяемый движением электронов по своим орбитам, называется *орбитальным магнитным моментом*. Кроме того, электроны обладают *собственным*, или *спиновым*[1], магнитным моментом. Полный магнитный момент атома или молекулы равен геометрической сумме орбитальных и спиновых магнитных моментов всех входящих в них электронов и собственного магнитного момента ядра.

§ 181. Природа пара- и диамагнетизма

Остановимся на объяснении природы пара- и диамагнетизма. Когда молекулы или атом какого-либо вещества окажутся во внешнем магнитном поле, индукция которого возрастает от нуля до некоторого значения B, то изменяющееся магнитное поле вызовет появление электромагнитной индукции, которая выразится в том, что вся электронная оболочка атомов придет во вращательное движение в таком направлении, чтобы созданное этим движением магнитное поле (по закону Ленца) противодействовало изменению внешнего поля. Таким образом, сердечник, введенный в соленоид, при замыкании тока создает свое поле, ослабляющее внешнее магнитное поле, т. е. на его концах возникают полюса, противоположные полюсам соленоида. При исчезновении внешнего поля возникает индуцированное поле, которое останавливает электронную оболочку, и магнитные свойства вещества исчезают. Это явление носит название *диамагнитного эффекта*. Заметим, что диамагнитный эффект происходит независимо от температуры.

Одновременно с этим молекулы вещества сердечника, у которых ранее векторы магнитных моментов вследствие теплового движения были расположены хаотически, начнут ориентироваться по полю, вызывая намагничивание сердечника в таком направлении, которое соответствует внешнему магнитному полю. Это явление именуется *парамагнитным эффектом*.

Таким образом, и диамагнитный и парамагнитный эффекты возникают одновременно. Для тех веществ, собственные магнитные моменты молекул которых равны нулю, имеет место только диамагнитный эффект, и они принадлежат к классу диамагнетиков ($\mu < 1$). Для веществ, собственный магнитный момент молекул которых не равен нулю, парамагнитный эффект перекрывает диамагнитный, и такие вещества относятся к парамагнетикам ($\mu > 1$). Эта теория была разработана Ланжевеном, который еще в 1905 г. дал основы теории парамагнетизма.

---

[1] Слово «spin» в переводе с английского языка означает «вращение». Первоначально предполагалось, что спиновый магнитный момент появляется в результате вращения электрона вокруг своей оси. Однако в дальнейшем выяснилось, что спиновый магнитный момент является таким же неотъемлемым свойством электрона, как его масса и заряд.

§ 182. Ферромагнетики в магнитном поле

Ферромагнитные вещества обладают по сравнению с парамагнетиками весьма большой магнитной проницаемостью ($\mu \gg 1$). Объяснение природы ферромагнетизма впервые дал в 1892 г. русский физик Б. Л. Розинг, а в 1907 г. П. Вейс дал обоснование его теории. В дальнейшем она была глубоко разработана рядом ученых, из которых отметим советских физиков Н. С. Акулова, В. К. Аркадьева, Я. Г. Дорфмана, Я. И. Френкеля.

Приведем основные положения теории ферромагнетизма. В ферромагнетиках существуют отдельные мелкие области, называемые *домѐнами,* в которых магнитные моменты атомов, в основном обусловленные спинами электронов, спонтанно (т. е. самопроизвольно) ориентированы в определенном направлении. При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты $p_м$ отдельных доменов ориентированы в различных направлениях и компенсируют друг друга, но при наличии даже слабого внешнего поля векторы $p_м$ доменов начинают ориентироваться в направлении этого поля. В некоторый момент, когда магнитные моменты всех доменов оказываются сориентированными в направлении внешнего магнитного поля, наступает магнитное насыщение. Этим и объясняется быстрое увеличение μ ферромагнетиков в слабых полях до максимального значения.

Заметим, что, для того чтобы парамагнетик приблизить к состоянию магнитного насыщения, необходимо было бы охладить его до температуры, близкой к абсолютному нулю (чтобы уменьшить действие теплового движения молекул), и создать весьма интенсивное магнитное поле.

Почему же у ферромагнетиков после достижения магнитного насыщения при дальнейшем увеличении B_0 значение μ быстро падает и в сильных полях приближается к единице? Рассмотрим пример. Допустим, что состояние магнитного насыщения некоторого ферромагнетика наступает при $B_0 = 10^{-4}$ *тл*, при этом максимальное значение B' равно 1 *тл*. Это значит, что

$$\mu = \frac{B}{B_0} = \frac{B_0 + B'}{B_0} = \frac{10^{-4} + 1}{10^{-4}} = 10001.$$

При дальнейшем увеличении B_0 значение B' будет оставаться неизменным, вследствие чего μ начнет уменьшаться, как это хорошо видно из таблицы:

B_0, *тл*	B, *тл*	μ	B_0, *тл*	B, *тл*	μ
10^{-4}	1,0001	10001	1	2	2
10^{-3}	1,001	1001	10	11	1,1
10^{-2}	1,01	101	100	101	1,01
10^{-1}	1,1	11			

Существование доменов было подтверждено опытами Н. С. Акулова, в которых на отшлифованную поверхность ферромагнетика

наносилась жидкость со взвешенным в ней железным порошком в виде тончайшей пыли. Железные пылинки собирались на границах доменов, образуя фигуры, которые можно рассматривать под микроскопом, и по ним определялись очертания доменов.

§ 183. Гистерезис

Составим цепь из включенных последовательно источника тока $\mathscr{E}$, ключа K, реостата R, амперметра A и достаточно длинного соленоида C (рис. 176). Внутрь соленоида поместим ферромагнитный сердечник D. Если постепенно, перемещая движок реостата, увеличивать силу тока в цепи, будет усиливаться магнитное поле соленоида и индукция B_0 начнет возрастать. При этом станет расти и индукция дополнительного поля B' сердечника. Однако это увеличение B' сначала будет происходить быстро, а затем замедляться. В некоторый момент все домены в сердечнике ориентируются по полю, т. е. достигается магнитное

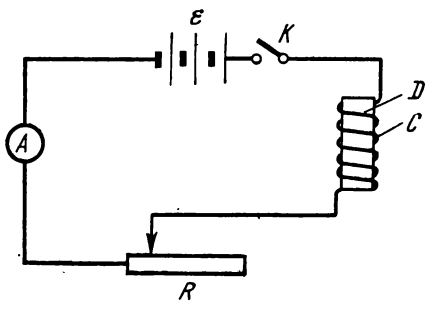


Рис. 176

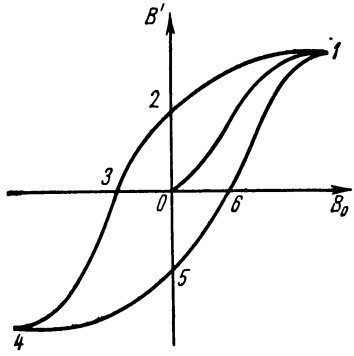


Рис. 177

насыщение (точка *1* на рис. 177). Кривая *0—1* показывает характер изменения B' в зависимости от B_0.

Если далее начать уменьшать силу тока *1*, т. е. ослаблять поле соленоида, то будет происходить размагничивание сердечника. Однако этот процесс пойдет не по кривой *1—0*, а по другому пути, соответствующему кривой *1—2*. При размыкании цепи значение B_0 обращается в нуль, однако индукция B' в сердечнике не делается равной нулю, а сохраняет некоторое значение, выраженное ординатой *02*. Это объясняется тем, что после исчезновения внешнего поля домены сердечника не теряют полностью ориентацию своих магнитных моментов.

Чтобы уничтожить остаточный магнетизм сердечника, следует ток в обмотке соленоида направить в обратную сторону, постепенно увеличивая его силу. При некотором значении B_0 сердечник размагнитится и B' сделается равной нулю (точка *3*).

Если увеличить ток в обратном направлении, то сердечник снова начнет намагничиваться, причем процесс будет идти по кривой *3—4*, где точка *4* соответствует магнитному насыщению. Процесс размагни-

чивания представлен кривой *4—5—6*. При повторном намагничивании в первоначальном направлении процесс происходит по кривой *6—1*.

Кривые *0—1*, *6—1*, *3—4* именуются *кривыми намагничивания*, а кривые *1—2—3* и *4—5—6* носят название *кривых размагничивания*. *Отставание кривых размагничивания от кривых намагничивания называется гистерезисом*.

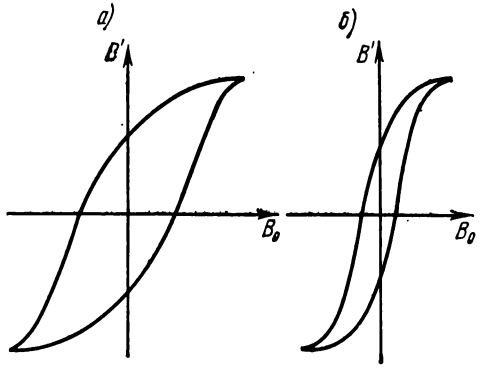


Рис. 178

Ординаты *02* и *05* характеризуют величину *остаточного магнетизма*. Абсциссы *03* и *06* выражают так называемую *коэрцитивную* (задерживающую) *силу*, т. е. ту индукцию внешнего поля B_0 (противоположного знака), которая нужна для уничтожения остаточного магнетизма.

Вся фигура *1—2—3—4—5—6* именуется *петлей гистерезиса*. Различные ферромагнетики отличаются друг от друга значениями коэрцитивной силы и остаточного магнетизма. У стали коэрцитивная сила относительно велика (рис. 178, *а*), у мягкого железа — мала (рис. 178, *б*), чем и вызвано резкое отличие площадей петли гистерезиса у них.

Чтобы уничтожить остаточный магнетизм сердечника, можно нагреть его до некоторой температуры, называемой *точкой Кюри* в честь французского ученого П. Кюри, обнаружившего ее существование. Приводим значение точек Кюри (в °С) для некоторых чистых ферромагнетиков.

Железо	768
Никель	365
Кобальт	1140

Существование точки Кюри объясняется тем, что при определенной, достаточно высокой температуре тепловое движение частиц ферромагнетика столь возрастает, что вызывает потерю ориентации магнитных моментов у их доменов.

Процесс намагничивания ферромагнетиков сопровождается изменением их размеров. Этот процесс носит название *магнитострикции*. Особенно резко это явление наблюдается у никеля. При индукции внешнего поля около 0,025 *тл* длина никелевого стержня сокращается на 0,003%, что используется в магнитострикционных ультразвуковых излучателях.

§ 184. Напряженность магнитного поля

Если вещество не заполняет всего пространства, занимаемого магнитным полем, или если свойства магнетика меняются от точки к точке, то учет влияния среды представляет собой сложную задачу. В этом

случае оказывается удобным ввести в рассмотрение кроме индукции магнитного поля еще одну расчетную векторную величину, получившую название *напряженности магнитного поля,* которую можно определить по формуле

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu}. \tag{196}$$

Напряженность в центре кругового тока радиуса r_0 согласно формуле (171) равна

$$H = \frac{I}{2r_0}. \tag{171'}$$

Напряженность на расстоянии r_0 от бесконечно длинного проводника с током определяется из выражения (172а)

$$H = \frac{I}{2\pi r_0}. \tag{172'а}$$

Напряженность на оси бесконечно длинного соленоида [см. формулу (173)]

$$H = In_0, \tag{173'}$$

где n_0 — число витков на 1 *м* его длины.

Согласно этим формулам, единицей напряженности магнитного поля является ампер на метр (*а/м*).

Плотность энергии магнитного поля можно выразить следующими равенствами:

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{BH}{2} = \frac{H^2 \mu_0 \mu}{2}. \tag{194а}$$

Термин «напряженность» не отражает сущности этой расчетной величины. Она отнюдь не характеризует «силу» или «интенсивность» магнитного поля в веществе аналогично напряженности электрического поля. Такой характеристикой магнитного поля в веществе является магнитная индукция.

Однако с помощью величины H удается обобщить некоторые важные закономерности магнитного поля на случай неоднородного магнетика.

Происхождение термина «напряженность» относится к тому времени, когда гипотеза Ампера еще не получила всеобщего признания и теория магнитного поля строилась по аналогии с электростатикой на основе неверного представления о существовании магнитных зарядов.

ЧАСТЬ ЧЕТВЕРТАЯ

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

ГЛАВА ДВАДЦАТЬ ПЯТАЯ

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

§ 185. Гармоническое колебательное движение

Общий признак всех колебательных движений состоит в том, что они представляют собой движения, многократно повторяющиеся или приблизительно повторяющиеся через определенные промежутки времени. Для различных колебательных движений характерно существование некоторого *положения равновесия*, в котором колеблющееся тело пребывает до и после колебаний и в котором оно может находиться неопределенно долгое время — до тех пор, пока внешняя сила не выведет его из этого состояния.

При наблюдении природных явлений мы постоянно сталкиваемся с примерами колебательных движений: движение маятника часов, периодически повторяющийся накат морской волны на берег, биение сердца, переменный электрический ток, движение поршня двигателя и т. д.

При изучении колебательных движений прежде всего оказывается необходимым знать признаки, характеризующие повторяемость движений: математический вид закона, по которому происходят данные колебания; время, через которое система приходит к первоначальному состоянию; наибольшие отклонения от положения равновесия, которых достигает колеблющееся тело.

Различные колебательные движения отличаются по степени сложности. Колебательное движение имеет особенно простой характер, когда изменение колеблющейся величины со временем происходит по закону синуса (или косинуса). Такое колебательное движение называется *гармоническим*.

Частным случаем гармонических колебаний является колебательное движение материальной точки, при котором величина отклонения ее от положения равновесия описывается функцией синуса или косинуса. Это отклонение от положения равновесия обычно называют *смещением*.

Рассмотрим кинематику этого процесса.

Пусть точка M равномерно движется по окружности радиуса A в направлении против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω (рис. 179). Если в начальный момент времени $t = 0$ эта

точка занимала положение M_0, то за время t точка M, двигаясь по дуге окружности, совершит угловое перемещение $\varphi = \omega t$. Обозначим проекции точки M на оси X и Y через P и Q. При движении точки M по окружности точки P и Q совершают периодически повторяющиеся перемещения по осям X и Y около точки O. Смещения точек P и Q в зависимости от времени t, как это видно из рис. 179, описываются формулами:

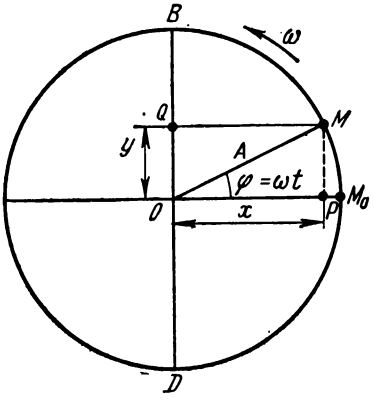


Рис. 179

$$OP = x = A\cos\varphi = A\cos\omega t;$$

$$OQ = y = A\sin\varphi = A\sin\omega t.$$

Известно, что угловая скорость ω, число оборотов ν и период вращения материальной точки T связаны между собой соотношениями:

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu,$$

поэтому приведенные выше формулы могут быть представлены в виде:

$$x = A\cos\frac{2\pi}{T}t = A\cos 2\pi\nu t;$$

$$y = A\sin\frac{2\pi}{T}t = A\sin 2\pi\nu t.$$

Итак, мы видим, что проекции точки M на оси X и Y совершают колебания около точки O, описываемые функциями синуса и косинуса, т. е. гармонические колебания.

При описании колебательных движений величину T — время, в течение которого колеблющаяся точка (или тело) совершает один полный цикл колебательного движения, называют *периодом колебаний*.

Величина

$$\nu = \frac{1}{T}, \tag{197}$$

обратная периоду колебаний и представляющая собой число колебаний в единицу времени, называется *частотой колебаний*.

Единица частоты ν, равная одному колебанию в 1 *сек*, называется *герцем* (*гц*).

Величина

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \tag{198}$$

равная числу колебаний, совершаемых в течение 2π *сек*, называется *круговой*, или *циклической*, *частотой* колебания.

Величину наибольшего отклонения от положения равновесия при колебательном движении именуют *амплитудой* колебаний. На рис. 179 амплитуда A равна радиусу окружности.

Угол

$$\varphi = \omega t \tag{199}$$

принято называть *фазой* колебаний. Если в момент времени $t = 0$

колеблющаяся точка не находится в положении равновесия, тогда говорят о *начальной фазе* колебания φ.

Таким образом, в общем случае уравнения гармонических колебаний, которые дают смещения колеблющейся точки в зависимости от времени t, запишутся в виде:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0);$$
$$y = A\sin(\omega t + \varphi_0). \qquad (200)$$

Изменив начальную фазу, их можно записать и так:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0);$$
$$y = A\cos(\omega t + \varphi_0). \qquad (200а)$$

Это обычная форма записи уравнений гармонических колебаний.

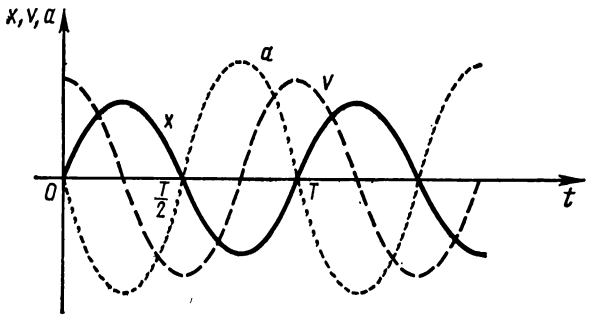


Рис. 180

Вычислим скорость и ускорение точки, совершающей гармоническое колебательное движение. Как известно, скорость $v = dx/dt$, а ускорение $a = dv/dt$. Таким образом, используя формулу (200а), получаем:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0) = \frac{2\pi A}{T}\cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (201)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x = -\frac{4\pi^2}{T^2}x. \qquad (202)$$

Знак минус в формуле (202) означает, что ускорение направлено в сторону, противоположную смещению.

Зависимости x, v и a от t графически представлены на рис. 180.

Таким образом, скорость имеет максимальное значение, когда гармонически колеблющаяся точка проходит положение равновесия, а ускорение максимально в ее крайних положениях.

Найдем силу, под влиянием которой точка совершает гармоническое колебание. По второму закону Ньютона, $F = ma$, или, согласно формуле (202),

$$F = -m\omega^2 x, \qquad (203)$$

где m — масса колеблющейся точки и ω — угловая скорость являются

для данного колебания величинами постоянными. Если обозначить

$$m\omega^2 = k, \tag{203а}$$

то

$$F = -kx. \tag{203б}$$

Используя полученную формулу, можно дать динамическое определение гармонического колебательного движения: *гармоническое колебание есть колебание точки около положения равновесия под действием силы, пропорциональной смещению и направленной в сторону положения равновесия.*

Силу, вызывающую гармоническое колебание, называют возвращающей силой, а коэффициент k именуют коэффициентом возвращающей силы.

§ 186. Энергия колеблющегося тела

Колеблющаяся материальная точка обладает кинетической энергией

$$W_к = \frac{1}{2} mv^2.$$

Так как скорость $v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$, то

$$W_к = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2} \cos^2(\omega t + \varphi_0). \tag{204}$$

В крайних положениях кинетическая энергия равна нулю, при прохождении положения равновесия она имеет максимальное значение.

Колеблющаяся точка обладает и потенциальной энергией. Потенциальная энергия точки, смещенной относительно положения равновесия на величину x, измеряется работой внешних сил, которая была произведена для того, чтобы вызвать это смещение, т. е.

$$W_п = \int_0^x F\,dx = \int_0^x kx\,dx = \frac{1}{2} kx^2.$$

Воспользовавшись формулами (198), (200а) и (203а), имеем

$$W_п = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2} \sin^2(\omega t + \varphi_0). \tag{205}$$

Следовательно, потенциальная энергия колеблющейся точки максимальна в крайних положениях и равна нулю в положении равновесия. Полная энергия равна

$$W = W_к + W_п = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2}, \tag{206}$$

так как

$$\sin^2(\omega t + \varphi_0) + \cos^2(\omega t + \varphi_0) = 1.$$

Заменяя $1/T$ через ν, получим

$$W = 2\pi^2 A^2 \nu^2 m, \qquad (206а)$$

т. е. *энергия тела, совершающего гармоническое колебание, прямо пропорциональна массе тела, квадрату амплитуды и квадрату частоты колебаний.*

§ 187. Периоды колебаний пружинного, математического и физического маятников

Пусть гирька массой m подвешена на жесткой пружине (рис. 181). Если растянуть пружину на величину x, то, согласно закону Гука, возникает упругая сила, пропорциональная смещению x, и, следовательно, гирька будет совершать около положения равновесия гармонические колебания. Определим период этих колебаний, воспользовавшись формулами (198) и (203а):

$$k = m\omega^2 = \frac{4\pi^2 m}{T^2},$$

откуда

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (207)$$

Коэффициент k в случае пружинного маятника часто называется коэффициентом жесткости пружины. Его физический смысл был установлен ранее.

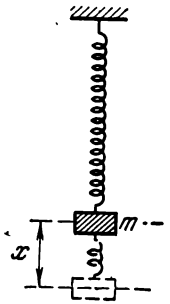


Рис. 181

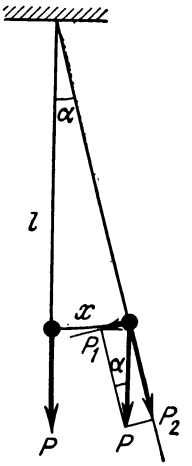


Рис. 182

Математическим маятником называется тело массой m, размерами которого можно пренебречь, подвешенное на нерастяжимой и невесомой нити длиной l (рис. 182).

Когда нить висит вертикально, сила тяжести $P = mg$ уравновешивается натяжением нити. Если нить отвести на некоторый угол α, то сила P уже не будет уравновешиваться натяжением нити. Разложим силу тяжести P на две составляющие P_1 и P_2. Сила P_2 будет уравновешиваться натяжением нити, сила P_1 будет возвращать маятник в положение равновесия; она равна

$$P_1 = P \sin\alpha.$$

Если угол α мал, то $\alpha \approx \frac{x}{l}$, следовательно,

$$P_1 = -\frac{mg}{l}x. \qquad (208)$$

Знак минус указывает, что сила P_1 направлена в сторону, противоположную смещению.

Отсюда видно, что при небольших значениях угла α сила P_1 пропорциональна смещению и, следовательно, при небольших амплитудах *маятник будет совершать гармоническое колебание.*

Силы, которые по своей природе не являются упругими, но зависят от величины смещения относительно положения равновесия по такому же закону, как и упругие силы, называются *квазиупругими силами.* Сила P_1 является примером квазиупругой силы.

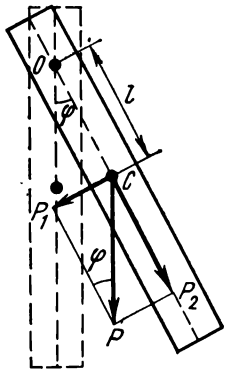


Рис. 183

Найдем период колебаний математического маятника. Из сравнений формул (203б) и (208) имеем

$$m\omega^2 = \frac{mg}{l}; \quad \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l},$$

и окончательно

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (209)$$

Из формулы (209) видно, что при небольших амплитудах период колебаний не зависит ни от самой амплитуды, ни от массы маятника.

Любое твердое тело, могущее свободно вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через его центр тяжести, называется физическим маятником (рис. 183; O — ось вращения, расположенная перпендикулярно чертежу, C — центр тяжести тела, l — расстояние от центра тяжести до оси вращения).

Если физический маятник вывести из положения равновесия, отклонив его на некоторый угол φ, то силу тяжести P маятника можно разложить на две силы: P_1 и P_2. Полагая $\sin\varphi \approx \varphi$ при небольших углах отклонения φ и учитывая направление силы P_1, обратное отклонению маятника, можно записать

$$P_1 = -P\sin\varphi = -P\varphi.$$

Момент силы P_1 относительно оси вращения равен $M = P_1 l$. Согласно второму закону Ньютона, для вращательного движения (см. § 28)

$$\varepsilon = \frac{M}{J},$$

где ε — угловое ускорение; M — момент силы; J — момент инерции тела, или

$$\varepsilon = -\frac{Pl}{J}\varphi, \qquad (210)$$

т. е. угловое ускорение пропорционально угловому пути. Отсюда следует, что при небольших углах отклонения *физический маятник будет совершать гармонические колебания.*

Найдем период его колебаний. Для этого сравним формулы (202) и (210). Из сравнения их следует, что

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{Pl}{J},$$

откуда, заменяя P через mg, получаем

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}. \qquad (211)$$

Приведенной длиной физического маятника называют длину такого математического маятника, который имеет такой же период колебаний, что и данный физический маятник.

Из сравнения формул (209) и (211) следует, что приведенная длина L физического маятника может быть вычислена по формуле

$$L = \frac{J}{ml}. \qquad (212)$$

§ 188. Сложение двух одинаково направленных гармонических колебаний одного периода

Пусть точка одновременно участвует в двух гармонических колебаниях, происходящих в одном направлении, например вдоль оси Y (рис. 184). Уравнения этих колебаний будут иметь вид:

$$y_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1),$$
$$y_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2). \qquad (*)$$

Амплитуды и начальные фазы этих колебаний разные, круговая частота ω одна и та же, так как одинаков период. Результирующее колебание равно сумме этих колебаний, т. е.

$$y = y_1 + y_2.$$

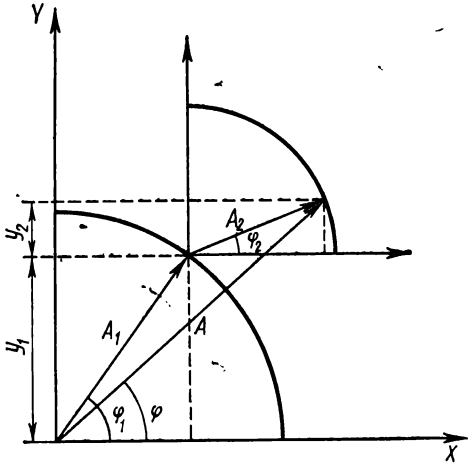


Рис. 184

Заменяя y_1 и y_2 их выражениями (*) и применяя известные тригонометрические формулы, получаем

$$y = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) = (A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2) \sin\omega t + (A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2) \cos\omega t. \qquad (**)$$

Введем следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned} A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2 &= A\cos\varphi, \\ A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2 &= A\sin\varphi. \end{aligned}\right\} \qquad (213)$$

Решая эти уравнения, можно найти A и φ при любых значениях A_1, A_2, φ_1 и φ_2. Используя уравнение (**), получаем

$$y = A\cos\varphi \sin\omega t + A\sin\varphi\cos\omega t,$$

или

$$y = A\sin(\omega t + \varphi).$$

Следовательно, *в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний одного периода получается гармоническое колебание такого же периода, происходящее в этом же направлении.* Это явление носит название *интерференции колебаний.*

Амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания можно найти при помощи системы уравнений (213).

Поделив почленно эти два уравнения, имеем

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}. \tag{214}$$

Возведя оба уравнения системы (213) в квадрат и сложив их, получим

$$A^2 = A_1^2 + 2A_1A_2(\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 + \sin\varphi_1 \sin\varphi_2) + A_2^2,$$

или

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{215}$$

Исследуя уравнение (215), можно заметить, что амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз $(\varphi_1 - \varphi_2)$ складываемых колебаний.

Амплитуда A будет максимальна и равна сумме амплитуд A_1 и A_2, т. е. $A = A_1 + A_2$, когда $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 1$, т. е. когда разность фаз равна четному числу π:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2n\pi \tag{215а}$$

$(n = 0, 1, 2 \ldots)$.

Аналогично получаем, что *амплитуда A будет минимальна и равна разности амплитуд* A_1 и A_2, т. е. $A = A_1 - A_2$, если разность фаз складываемых колебаний равна нечетному числу π, т. е.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (2n + 1)\pi, \tag{215б}$$

где $n = 0, 1, 2, 3 \ldots$

§ 189. Биения

Рассмотрим сложение колебаний, происходящих по одному направлению с одинаковыми амплитудами A_0, но с разными частотами ω_1 и ω_2, мало отличающимися друг от друга. Уравнения этих колебаний имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= A_0 \sin(\omega_1 t + \varphi_1), \\ y_2 &= A_0 \sin(\omega_2 t + \varphi_2), \end{aligned}\right\} \tag{216}$$

при этом $\omega_1 \neq \omega_2$.

Амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз складываемых колебаний, следовательно, она будет меняться с течением времени. Так как разность фаз складываемых колебаний переменна, то целесообразно за начало отсчета времени принять тот момент, при котором фазы обоих колебаний одинаковы. В этом случае начальные фазы φ_1 и φ_2 равны нулю и уравнения (216) примут вид:

$$y_1 = A_0 \sin\omega_1 t,$$
$$y_2 = A_0 \sin\omega_2 t.$$

Результирующее смещение y равно

$$y = y_1 + y_2 = A_0 \sin \omega_1 t + A_0 \sin \omega_2 t = 2A_0 \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \cdot \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t.$$

Рассматривая полученное выражение, можно заключить, что в результате получилось колебание с угловой частотой $(\omega_1 + \omega_2)/2$ и медленно (так как ω_1 и ω_2 мало отличаются друг от друга) меняющейся с течением времени амплитудой A, равной

$$A = 2A_0 \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t. \tag{217}$$

Такие колебания называются *биениями*.

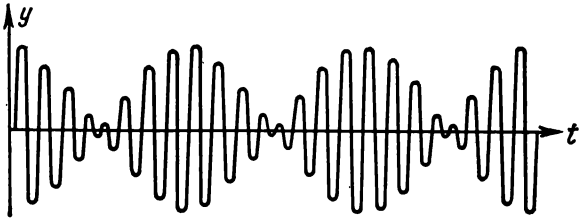


Рис. 185

Зависимость смещения y от времени t представлена на рис. 185. *Под частотой биений* ν *понимают число повторений усилений или ослаблений колебаний в единицу времени. Можно показать, что частота биений равна разности частот слагаемых колебаний.*

§ 190. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

Пусть складываются два взаимно перпендикулярных колебания одинакового периода. Их уравнения будут иметь вид

$$\left.\begin{aligned} x &= A_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \\ y &= A_2 \sin(\omega t + \varphi_2). \end{aligned}\right\} \tag{218}$$

Установим, какое движение возникает в результате сложения этих колебаний. Прежде всего можно утверждать, что траектория результирующего движения будет расположена в прямоугольнике, стороны которого параллельны осям координат и равны соответственно $2A_1$ и $2A_2$. Для того чтобы получить уравнение траектории, надо из уравнений (218) исключить время. Рассмотрим несколько частных случаев.

1. Пусть $\varphi_1 = \varphi_2$. Тогда, поделив почленно уравнения (218):

$$\frac{x}{y} = \frac{A_1}{A_2},$$

получаем

$$y = \frac{A_2}{A_1} x.$$

Траектория представляет собой прямую, проходящую в I *и* III *четвертях.*

2. Пусть разность фаз колебаний равна π, т. е. $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$, откуда $\varphi_1 = \varphi_2 + \pi$. Тогда первое уравнение системы (218) можно переписать таким образом:

$$x = A_1 \sin(\omega t + \pi + \varphi_2) = -A_1 \sin(\omega t + \varphi_2).$$

Поделив почленно уравнения (218), получаем

$$y = -\frac{A_2}{A_1} x.$$

Траекторией и в этом случае будет прямая, но проходит она во II *и* IV *четвертях.*

Найдем расстояние колеблющейся точки от начала координат как функцию времени для обоих случаев. Обозначим это расстояние через z. По теореме Пифагора,

$$z^2 = x^2 + y^2 = (A_1^2 + A_2^2) \sin^2(\omega t + \varphi_2),$$

или

$$z = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \sin(\omega t + \varphi_2),$$

а это есть уравнение гармонического колебательного движения.

Таким образом, *если разность фаз слагающихся колебаний равна 0 или* π, *то результирующее колебание представляет собой гармоническое колебание, происходящее по прямой с тем же периодом и амплитудой, равной*

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}.$$

3. Пусть $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi/2$. Тогда $\varphi_1 = \varphi_2 + \pi/2$ и первое уравнение системы (218) можно представить следующим образом:

$$x = A_1 \sin\left(\omega t + \varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Система уравнений будет выглядеть так:

$$\left.\begin{aligned} \frac{x}{A_1} &= \cos(\omega t + \varphi_2), \\ \frac{y}{A_2} &= \sin(\omega t + \varphi_2). \end{aligned}\right\}$$

Отсюда получаем

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1,$$

а это есть *уравнение эллипса.*

4. Совершенно аналогично можно получить такое же уравнение эллипса и для случая, когда $\varphi_1 - \varphi_2 = 3\pi/2$, при этом точка движется по эллипсу против часовой стрелки, тогда как в предыдущем случае она движется по часовой стрелке.

При произвольной разности фаз траектория будет эллипсом, не приведенным к осям координат и вписанным в прямоугольник со сторонами $2A_1$ и $2A_2$.

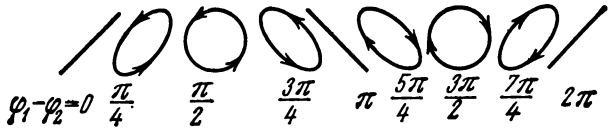


Рис. 186

Траектории движения точки, получающиеся в результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода и одинаковой амплитуды ($A_1 = A_2$) при различных разностях фаз, представлены на рис. 186.

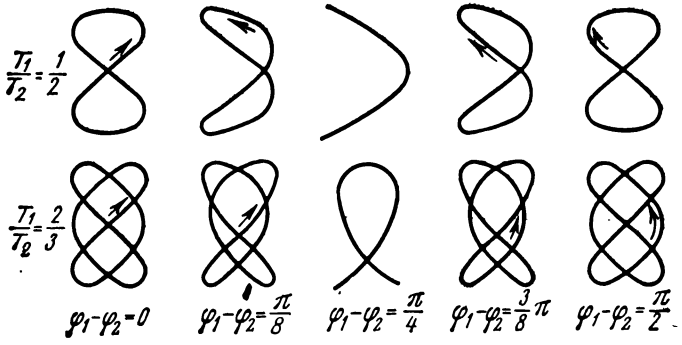


Рис. 187

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний с разными периодами получаются траектории более сложного вида, которые носят название *фигур Лиссажу*. На рис. 187 показаны эти траектории для некоторых частных случаев.

§ 191. Затухающие колебания

В предыдущих параграфах рассматривались колебания с постоянной амплитудой. В реальных условиях на колеблющееся тело всегда действуют силы трения, в результате чего амплитуда уменьшается и колебания затухают.

Из механики известно, что при небольших скоростях сила сопротивления движения прямо пропорциональна скорости и направлена в сторону, противоположную движению, т. е.

$$F_{\text{тр}} = -bv = -b\frac{dx}{dt},$$

где b — коэффициент трения (в условиях задачи постоянная величина). Уравнение колебательного движения в этом случае запишется так

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=F+F_{\text{тр}},$$

где F — возвращающая сила. Для гармонических колебаний [см. формулу (203б)] $F=-kx$.

Итак, уравнение затухающих колебаний будет иметь вид

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+b\frac{dx}{dt}+kx=0. \tag{219}$$

Решая это уравнение, найдем следующую зависимость смещения колеблющейся точки массой m от времени t:

$$x=A_0e^{-\frac{b}{2m}t}\sin(\omega t+\varphi_0), \tag{220}$$

здесь e — основание натуральных логарифмов, A_0 — начальная амплитуда колебаний (при $t=0$). Круговая частота затухающих колебаний ω определяется формулой

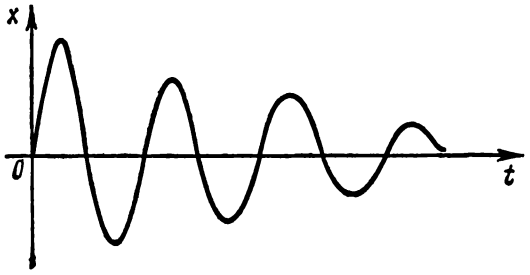


Рис. 188

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}-\frac{b^2}{4m^2}}. \tag{221}$$

Сравнивая формулы (221) и (203а), замечаем, что частота колебаний при наличии затуханий меньше, чем при отсутствии затухания. Когда $\frac{k}{m}=\frac{b^2}{4m^2}$, ω становится равной нулю, а период T соответственно становится бесконечным. Однако в большинстве практических случаев $\frac{k}{m}>\frac{b^2}{4m^2}$ и ω мало отличается от $\omega_0=k/m$ (ω_0 называется *частотой собственных*, или *свободных*, *колебаний*).

Величина $A=A_0e^{-bt/2m}$ есть амплитуда затухающего колебания в момент времени t. Зависимость смещения x от времени для затухающих гармонических колебаний представлена на рис. 188.

Сравнивая между собой два значения амплитуды в моменты времени t, отличающиеся на один период T, замечаем, что

$$\frac{A(t)}{A(t+T)}=e^{bT/2m}=\text{const}$$

для данного колебательного движения. Величина

$$\delta=\ln e^{bT/2m}=\frac{b}{2m}T \tag{222}$$

называется *логарифмическим декрементом затухания* и служит мерой затухания колебательного движения.

§ 192. Вынужденные колебания. Резонанс

Для получения незатухающих колебаний при наличии сил трения на колеблющееся тело должна действовать дополнительная внешняя переменная сила. Эта сила будет подталкивать колеблющуюся точку то в одну, то в другую сторону и работа этой силы будет восполнять ту убыль энергии колеблющейся точки, которая идет на преодоление трения.

Колебания, которые совершаются под действием внешней переменной силы, называются *вынужденными*, а сама внешняя сила — *вынуждающей силой*.

Пусть вынуждающая сила со временем изменяется по гармоническому закону, т. е.

$$F = F_0 \sin \omega t.$$

Здесь F_0 — амплитуда вынуждающей силы, ω — круговая частота вынуждающей силы.

В общем случае ω не совпадает с круговой частотой собственных колебаний системы ω_0. Тогда под действием вынуждающей силы вначале произойдет несколько биений, которые получаются вследствие наложения вынужденных колебаний и собственных колебаний системы, а затем установятся вынужденные колебания с постоянной амплитудой.

Второй закон Ньютона для случая вынужденных колебаний записывается в виде

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b\frac{dx}{dt} + F_0 \sin \omega t,$$

или

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F_0 \sin \omega t. \tag{223}$$

Это есть уравнение вынужденных колебаний при наличии силы трения, равной $F_{тр} = -b\frac{dx}{dt}$ (см. § 191).

Решая это уравнение, можно получить следующую зависимость смещения x колеблющейся точки от времени t:

$$x = A \sin (\omega t + \psi), \tag{224}$$

где амплитуда вынужденных колебаний вычисляется по формуле

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{b^2}{m^2}\omega^2}} \tag{224а}$$

и начальная фаза вынужденных колебаний — по формуле

$$\operatorname{tg} \psi = -\frac{b}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \tag{224б}$$

Из формулы (224а) видно, что в случае, когда $\omega \to \omega_0$, амплитуда вынужденных колебаний значительно возрастает. При отсутствии сил

трения ($b = 0$) амплитуда максимальна при $\omega = \omega_0$ и равна бесконечности. В реальных случаях она конечна и достигает наибольшего значения при ω, несколько меньшей, чем ω_0.

Явление нарастания амплитуды вынужденных колебаний, когда частота вынуждающей силы приближается к частоте собственных колебаний системы, носит название *резонанса*.

О явлении резонанса необходимо помнить при различных технических расчетах. При проектировании машин и других сооружений, подвергающихся вибрациям, необходимо исключить возможность резонанса, так как при этом даже небольшая сила, но действующая достаточно длительное время, может вызвать разрушение прочных конструкций.

§ 193. Примеры решения задач

1. Амплитуда тела, совершающего гармонические колебания, равна 5 *см*; период колебаний 0,1 *сек*. Масса тела 20 *г*. Написать уравнение колебания, если в начальный момент смещение было равно половине амплитуды; найти скорость и ускорение для начального момента и полную энергию тела.

Р е ш е н и е. Уравнение гармонического колебания [см. формулу (200а)] имеет вид

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0).$$

В данном случае $A = 5\ см = 0{,}05\ м$, $\omega = 2\pi/T = 20\ \pi\ сек^{-1}$. Зная, что при $t = 0$ смещение $x = A/2$, определяем начальную фазу:

$$\frac{A}{2} = A \sin \varphi_0;\ \sin \varphi_0 = \frac{1}{2};\ \varphi_0 = \frac{\pi}{6}.$$

Запишем уравнение колебаний тела, принимая его за материальную точку:

$$x = 0{,}05 \sin(20\pi t + \pi/6)\ м$$

Определяем значение скорости в момент времени $t = 0$, используя уравнение (201):

$$v = \frac{2\pi A}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right).$$

По условию задачи, $T = 0{,}1\ сек$; $A = 0{,}05\ м$; $t = 0$; $\varphi_0 = \pi/6$. Следовательно,

$$v = \frac{2\pi \cdot 0{,}05}{0{,}1} \cos\frac{\pi}{6} \approx 0{,}87\pi \approx 2{,}7\ м/сек.$$

Находим ускорение согласно формуле (202):

$$a = -\frac{4\pi^2 x}{T^2}.$$

При $t = 0$, $x = A/2 = 0{,}025\ м$ получаем

$$a = -\frac{4\pi^2 \cdot 0{,}025}{0{,}1^2}\ \frac{м}{сек^2} \approx -99\ м/сек^2.$$

Знак минус показывает, что ускорение направлено в сторону, противоположную смещению.

Полная энергия точки, совершающей гармоническое колебание, равна

$$W = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2}.$$

Подставляя значения, данные в задаче, получаем

$$W=\frac{2\cdot 3{,}14^2\cdot 0{,}05^2\ м^2\cdot 0{,}02\ кг}{0{,}01\ сек^2}\approx 9{,}9\cdot 10^{-2}\ дж.$$

2. Пружина, к которой подвешен груз массой 1500 *г*, под действием силы 1,96 *н* растягивается на 3 *см* и совершает гармоническое колебание. Какова должна быть длина математического маятника, имеющего такой же период колебаний, как и данный пружинный маятник?

Р е ш е н и е. Период колебаний пружинного маятника равен [см. формулу (207)]

$$T=2\pi\sqrt{m/k};$$

период колебаний математического маятника

$$T=2\pi\sqrt{l/g}.$$

По условию, периоды равны, т. е. $l/g=m/k$, откуда

$$l=\frac{mg}{k}.$$

Зная $F=1{,}96$ *н* и $x=0{,}03$ *м*, найдем коэффициент k возвращающей силы:

$$k=\frac{F}{x}\approx\frac{1{,}96\ н}{0{,}03\ м}\approx 65\ н/м.$$

Вычисляем длину маятника:

$$l=\frac{mg}{k}\approx\frac{1{,}5\ кг\cdot 9{,}8\ м/сек^2}{65\ н/м}\approx 0{,}22\ м.$$

3. Однородный стержень длиной 50 *см* совершает малые колебания в вертикальной плоскости вокруг оси, проходящей через один из его концов. Определить период его колебаний.

Р е ш е н и е. Стержень представляет собой физический маятник, период колебаний которого равен [см. формулу (211)]

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}.$$

В данной задаче момент инерции однородного стержня относительно его конца равен $J=(1/3)mb^2$, где b — длина стержня, l — расстояние от оси до центра тяжести стержня. Так как стержень однородный, то $l=b/2$. Тогда

$$T=2\pi\sqrt{\frac{mb^2\cdot 2}{3mg\cdot b}}=2\pi\sqrt{\frac{2b}{3g}}\approx 2\pi\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}5}{3\cdot 9{,}8}}\ сек\approx 1{,}2\ сек.$$

Вопросы и задачи для повторения

224. Дайте все определения гармонического колебания. В каких положениях колеблющейся точки кинетическая энергия максимальна, а когда она равна нулю? Какие значения в этих положениях имеет потенциальная энергия?

225. Во сколько раз надо изменить длину нити математического маятника, чтобы частота колебаний его увеличилась в 1,5 раза?

226. Как изменится период колебаний маятника, если перенести его от подошвы высокой горы на ее вершину?

227. Часы с маятником имели точный ход в Ленинграде. Их перевезли в Тбилиси. Будут они отставать или идти вперед?

228. Материальная точка массой 0,005 совершает гармоническое колебание, уравнение которого имеет вид $x=0{,}040\sin\left(\frac{\pi}{5}t+\frac{\pi}{4}\right)$. Все данные выражены в единицах СИ. Написать уравнение для силы, вызывающей это колебание, и построить график зависимости силы от времени.

229. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармонические колебания, к ее потенциальной энергии для моментов времени: $t = T/12$ *сек*; $t = T/8$ *сек*; $t = T/6$ *сек*? Начальная фаза колебаний равна нулю.

230. Через сколько времени от начала движения точка, совершающая гармонические колебания, будет иметь смещение от положения равновесия, равное половине амплитуды? Период колебаний равен 24 *сек*, начальная фаза равна нулю.

231. Через какую долю периода тело, совершающее гармоническое колебательное движение, пройдет весь путь от среднего положения до крайнего? первую половину его?

232. Спустя какую часть периода после прохождения колеблющейся точки через положение равновесия ее линейная скорость равна 1/2 от максимальной? На каком расстоянии от положения равновесия будет находиться в этот момент колеблющаяся точка? Амплитуда колебаний 6 *см*.

233. Длина математического маятника 1 *м*, амплитуда его колебаний 5 *см*. Найти период колебаний и максимальное ускорение маятника.

234. Физический маятник в виде тонкого стержня длиной 1 *м* колеблется около горизонтальной оси, проходящей через конец стержня. Определить приведенную длину маятника и период его колебаний.

235. Физический маятник состоит из очень легкого стержня, на котором закреплены два одинаковых груза: один на расстоянии 30 *см* от оси, другой на расстоянии 15 *см* от оси. Ось проходит через конец стержня. Найти период колебаний этого маятника.

236. Найти амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, заданных уравнениями:

$$x_1 = 2 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ см};$$

$$x_2 = 3 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ см}.$$

ГЛАВА ДВАДЦАТЬ ШЕСТАЯ

ВОЛНЫ

§ 194. Образование поперечных и продольных волн. Принцип Гюйгенса

Рассмотрим некоторую среду, все частицы которой связаны друг с другом так, что изменение положения одной из точек этой среды влечет за собой изменение положения соседних с ней точек. Такая среда называется *упругой*. Пусть одна из точек среды будет совершать гармоническое колебание. Она приведет в колебание соседние с ней точки, те в свою очередь передадут колебания своим соседям и таким образом в среде будет распространяться волна.

Волновой процесс есть процесс распространения колебаний.

Направление распространения колебаний носит название луча. Если частицы колеблются вдоль луча, волна именуется *продольной*; если частицы колеблются перпендикулярно лучу — *поперечной*.

Рассмотрим процесс образования поперечной волны. Пусть имеется ряд точек, расположенных на прямой (рис. 189), и точка *1* под влиянием внешнего воздействия в момент $t = 0$ начала совершать гармоническое колебательное движение с периодом T по направлению, перпендикулярному этой прямой.

В момент $t = T/4$ точка *1* достигнет своего крайнего верхнего положения. Точки, соседние с точкой *1*, тоже начнут совершать коле-

бания, и ко времени $t = T/4$ колебательный процесс распространится до точки *3*. В момент $t = T/2$ точка *1* будет находиться в положении равновесия и в дальнейшем станет двигаться вниз, точка *3* достигнет крайнего верхнего положения, затем тоже начнет двигаться вниз, а колебательный процесс достигнет точки *5*. Когда t станет равным $3T/4$, точка *1* дойдет до крайнего нижнего положения и потом начнет двигаться вверх, точка *3* будет перемещаться вниз и проходить положение равновесия, точка *5* достигнет крайнего верхнего положения и в дальнейшем станет двигаться вниз, а колебания достигнут точки *7*. К моменту $t = T$ точка *1* совершит полное колебание, вернется в положение равновесия и затем снова будет двигаться вверх, все остальные точки займут положения, указанные на рис. 211, колебательный процесс дойдет до точки *9*.

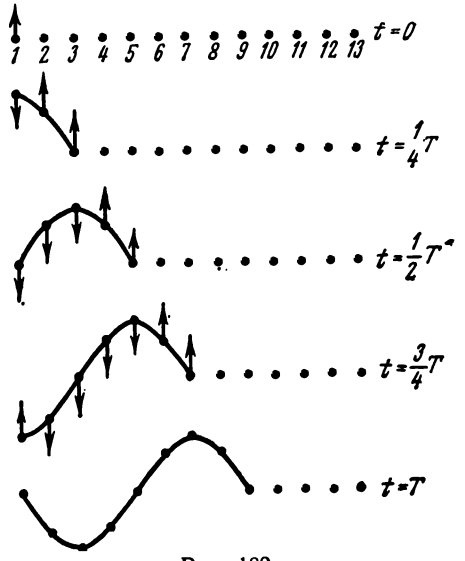


Рис. 189

Таким образом, вдоль прямой будет распространяться поперечная волна. Поперечные упругие волны распространяются в средах, в которых возникают упругие силы при деформации сдвига, т. е. они возникают в твердых телах.

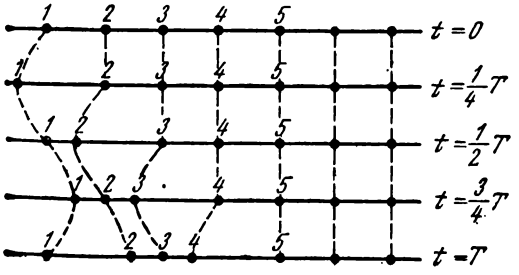


Рис. 190

Расстояние, на которое распространяется волна в течение одного периода, называется длиной волны. Из этого определения следует, что

$$\lambda = vT, \qquad (225)$$

где v—скорость распространения волны; T — период.

Учитывая, что $\nu = 1/T$, формулу (225) можно переписать следующим образом:

$$v = \lambda\nu. \qquad (226)$$

Точки среды, отстоящие друг от друга на расстояние, равное длине волны λ, колеблются в одинаковых фазах.

Рассмотрим образование продольных волн (рис. 190). Точка *1* в некоторый момент $t = 0$ приходит в колебание вдоль луча, двигаясь влево. В момент $t = T/4$ эта точка *1* дойдет до крайнего левого поло-

жения и в дальнейшем будет двигаться к положению своего равновесия, а колебания дойдут до точки *2*, которая начнет двигаться влево. К моменту $t = T/2$ точка *1* вернется в положение равновесия и будет двигаться вправо, точка *2* дойдет до крайнего левого положения, колебания достигнут точки *3*. Когда $t = 3T/4$, точка *1* занимает крайнее правое положение и в дальнейшем станет двигаться влево к положению равновесия, точка *2* находится в положении равновесия и движется вправо, точка *3* занимает крайнее левое положение, после чего начнет двигаться вправо, к своему положению равновесия, колебания доходят до точки *4*. Наконец, когда $t = T$, точка *1* совершила полное колебание, вернулась в свое положение равновесия и движется влево, точка *2* занимает крайнее правое положение, точка *3* находится в положении равновесия и двигается вправо, точка *4* занимает крайнее левое положение, точка *5* только начинает колебаться, двигаясь влево. Следовательно, продольная волна состоит из ряда сгущений и разрежений.

Продольные упругие волны распространяются в телах, в которых возникают силы упругости при деформациях сжатия и растяжения, т. е. как в твердых, так и в жидких и газообразных телах. Следовательно, в жидких и газообразных телах могут возникать только продольные волны, а в твердых телах — как продольные, так и поперечные волны.

На поверхности воды возникают более сложные волны, природы которых мы не будем касаться. В этих волнах частицы движутся не по прямым траекториям, а описывают круговые или эллиптические орбиты.

Скорость распространения продольной волны может быть найдена по формуле

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{227}$$

где E — модуль Юнга; ρ — плотность среды.

Пусть некоторая точка колеблется в сплошной упругой среде. Тогда колебания от этой точки будут распространяться во все стороны. *Геометрическое место точек, до которых к данному моменту дошли колебания, называется фронтом волны.* Если источник колебаний точечный и колебания распространяются в однородной среде, то фронт волны будет *сферой*. Если фронт волны плоскость, то волна называется *плоской*.

Как уже было отмечено, направление, по которому распространяются колебания, называется *лучом*. В изотропной среде лучи нормальны волновой поверхности. Если волна плоская, то лучи параллельны друг другу.

Голландский физик Гюйгенс в конце XVII в. дал способ построения нового фронта волны, если известно положение его в некоторый предыдущий момент. *Каждая точка фронта волны является источником элементарных вторичных волн. Огибающая всех этих элементарных волн представляет собой новый фронт волны.* Это положение носит название *принципа Гюйгенса.*

На рис. 191 представлено распространение волны согласно принципу Гюйгенса. Цифрой *I* обозначен фронт волны к некоторому времени *t*. За промежуток времени Δt от каждой точки фронта распространяются элементарные волны, и поверхность *II*, которая является огибающей этих элементарных волн, будет новым фронтом волны.

Принцип Гюйгенса можно пояснить следующей аналогией. Если ударять в точке *O* по поверхности воды в сосуде *A* (на рис. 192 он

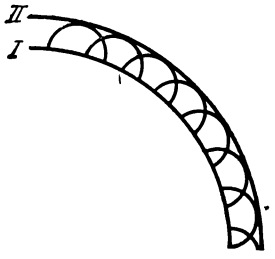


Рис. 191

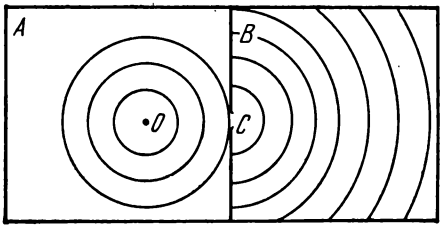


Рис. 192

изображен в плане), то от точки *O* будут распространяться концентрические круговые волны. Если сосуд *A* перегородить вертикальным экраном *B* с узкой щелью *C* и вновь вызвать возникновение волн, то можно заметить, что волны будут распространяться и по другую сторону экрана *B*, причем центром их будет уже не точка *O*, а точка *C*.

Таким образом, опыт приводит нас к заключению, что частицы воды, находящиеся в отверстии *C*, придя в колебания, стали центром новой системы волн.

§ 195. Уравнение волны

Выведем уравнение, при помощи которого можно было бы определить положение каждой точки волны в любой момент времени *t*.

Пусть точка *S* — источник колебаний (рис. 193). Уравнение колебаний источника запишем в виде

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

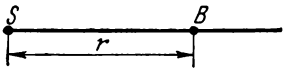


Рис. 193

где *t* — время, отсчитываемое от начала колебания точки *S*.

Рассмотрим произвольную точку *B*, находящуюся на расстоянии *r* от источника *S*. Через некоторое время τ, которое потребуется для того, чтобы колебания дошли от точки *S* до точки *B*, точка *B* также придет в колебание. Если энергия передается лишь в одном направлении и без потерь, то амплитуда ее колебаний будет такой же, как у источника, а уравнение колебаний будет иметь вид

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t_1. \qquad (*)$$

Здесь t_1 — время, отсчитанное от начала колебаний точки B. Но $t_1 = t - \tau$, а $\tau = r/v$, где v — скорость распространения волны. Тогда уравнение (*) можно записать следующим образом:

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{r}{v}\right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{vT}\right),$$

и окончательно, учитывая, что $vT = \lambda$, получаем

$$x = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right). \qquad (228)$$

Формула (228) определяет положение колеблющейся точки, находящейся на расстоянии r от источника в любой момент t, и носит название *уравнения волны.*

§ 196. Интерференция волн

Если от нескольких независимых источников колебаний распространяются волны, то каждая волна распространяется так, как если бы других волн в среде не было. Это положение называется принципом суперпозиции. Аналогичный принцип был использован нами при определении напряженности электростатического поля, созданного несколькими зарядами, и индукции магнитного поля, образованного рядом источников.

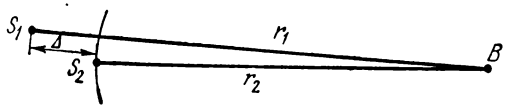


Рис. 194

Результирующее смещение каждой частицы среды, до которой дошли волны от нескольких источников, можно найти как векторную или алгебраическую сумму смещений, вызываемых у данной частицы каждой волной в отдельности.

Явление наложения волн друг на друга носит название *интерференции волн.*

Результат сложения зависит от соотношения периодов (частот), амплитуд и фаз накладывающихся волн. Если две волны одинаковой природы имеют одинаковое направление колебаний, одинаковую частоту ω (следовательно, и одинаковый период T) и одинаковую длину волны λ, то для таких волн в каждой точке волнового поля разность фаз будет постоянной. Такие источники волн называются *когерентными.* Для когерентных источников возникшая интерференционная картина является *устойчивой.* В зависимости от разности фаз в одних точках волнового поля волны будут усиливать друг друга и для этих точек будут наблюдаться интерференционные максимумы, в других, наоборот, волны будут ослаблять друг друга и давать интерференционные минимумы.

Рассмотрим интерференцию волн от двух когерентных источников S_1 и S_2 (рис. 194). В точку B дойдут колебания от источника S_1 и от источника S_2.

Уравнение колебаний точки B, возникающих от источника S_1, согласно (228) имеет вид

$$x_1 = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right),$$

где A_1 — амплитуда колебаний, распространяющихся от источника S_1.

Уравнение колебаний точки B, вызванных волной, идущей от источника S_2, запишется в виде

$$x_2 = A_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right),$$

где A_2 — амплитуда колебаний, распространяющихся от источника S_2.

Результирующее смещение точки B найдем как векторную сумму смещений x_1 и x_2. Амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз складываемых колебаний. Амплитуда суммарного колебания максимальна и равна сумме амплитуд A_1 и A_2, если разность фаз равна четному числу π, т. е.

$$2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) = 2n\pi.$$

Упрощая формулу, получаем

$$2 \frac{r_1 - r_2}{\lambda} = 2n,$$

и окончательно

$$r_1 - r_2 = 2n \frac{\lambda}{2}. \qquad (229)$$

Разность расстояний $(r_1 - r_2)$ обозначим Δ и назовем *разностью хода лучей*. Формула (229) позволяет сделать вывод, что *в тех точках, для которых разность хода лучей равна четному числу полуволн, волны максимально усиливают друг друга.*

Если разность фаз складываемых колебаний равна нечетному числу π, т. е.

$$2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) = (2n + 1)\pi,$$

то амплитуда суммарного колебания будет минимальна, откуда получаем

$$r_1 - r_2 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2},$$

или

$$\Delta = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}. \qquad (229а)$$

В тех точках, для которых разность хода лучей равна нечетному числу полуволн, амплитуда суммарного колебания будет минимальна, а в случае если амплитуды интерферирующих волн равны, в этих точках колебания полностью гасят друг друга.

§ 197. Стоячие волны

Рассмотрим частный случай интерференции волн — *стоячие волны*. Эти волны получаются в результате наложения двух встречных плоских волн с одинаковой амплитудой и одинаковым периодом. Пусть такие волны распространяются вдоль прямой BB_1 (рис. 195, *а*): одна справа налево, другая слева направо. Напишем уравнения этих волн, условившись взять за начало системы отсчета точку O, где волны имеют одинаковую фазу, а время будем отсчитывать с того момента, когда начальная фаза этих волн в точке O будет равна нулю.

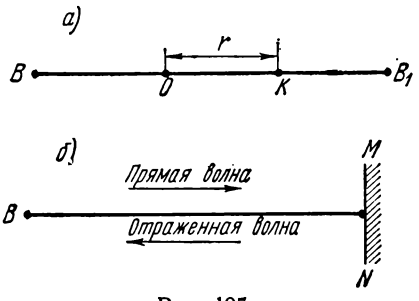


Рис. 195

Тогда уравнение для волны, идущей слева направо, будет иметь вид

$$x_1 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{vT}\right),$$

где r — расстояние от любой точки K на прямой BB_1 до точки O, v — скорость распространения волны.

Аналогично запишем уравнение для волны, идущей справа налево, учитывая, что скорость ее распространения будет равна $-v$:

$$x_2 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{-vT}\right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda}\right).$$

Уравнение результирующего колебания

$$x = x_1 + x_2 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) + A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda}\right).$$

Применяя известные формулы тригонометрии, получаем

$$x = 2A \cos 2\pi \frac{r}{\lambda} \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}. \qquad (230)$$

Формула (230) позволяет найти положение каждой точки волны в любой момент времени. Анализируя это уравнение, можно заключить, что каждая точка волны совершает гармонические колебания. Амплитуда колебаний у разных точек разная. Действительно, амплитуда гармонических колебаний определяется не зависящим от времени выражением, стоящим перед функцией синуса, т. е.

$$2A \cos 2\pi \frac{r}{\lambda}.$$

Из формулы видно, что амплитуда зависит от r, т. е. от расстояния колеблющейся точки до некоторой исходной точки. Так как косинус

принимает абсолютные значения от 0 до 1 (отрицательное значение косинуса в данном случае физического смысла не имеет), то и амплитуда разных точек меняется от 0 до $2A$. *Точки, имеющие наибольшие амплитуды, называются пучностями, точки, амплитуды которых равны нулю, называются узлами.* Найдем расстояние между двумя соседними узлами. Пусть для некоторой точки $\cos 2\pi \frac{r_1}{\lambda} = 0$, т. е. она находится в узле стоячей волны. Следующий узел получится при условии, когда аргумент под знаком косинуса изменится на π. Тогда $2\pi \frac{r_2}{\lambda} - 2\pi \frac{r_1}{\lambda} = \pi$, откуда $r_2 - r_1 = \lambda/2$, т. е. расстояние между двумя соседними узлами стоячей волны равно $\lambda/2$.

Аналогичным образом можно доказать, что расстояние между двумя соседними пучностями также равно $\lambda/2$, а расстояние между соседними узлом и пучностью равно $\lambda/4$. Из формулы (230) можно далее заключить, что все точки волны проходят положение равновесия в один и тот же момент (смещение $x = 0$ при определенных значениях t, одинаковых для всех точек); максимального удаления от положения равновесия все точки достигают также одновременно. По разные стороны от узла направления движения точек противоположны.

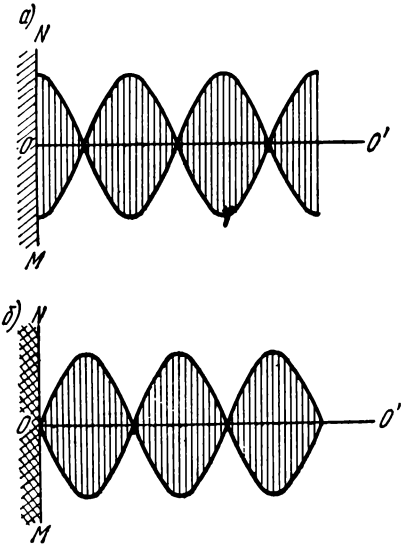


Рис. 196

В частном случае стоячие волны возникают в результате наложения прямой и отраженной от некоторой преграды волн. Пусть по шнуру, закрепленному в точке B (рис. 195, *б*), распространяется волна, доходит до преграды MN и отражается от нее. В результате на шнуре будет наблюдаться стоячая волна.

Что получается в месте отражения волны — узел или пучность? Это определяется условиями отражения. Если отражение происходит от менее плотной среды, то в месте отражения получается пучность. В том случае когда отражение происходит от более плотной среды, в месте отражения возникает узел и волна при отражении меняет свою фазу на обратную. Обычно говорят, что в этом случае «при отражении происходит потеря полуволны». На рис. 196 показано образование стоячих волн при отражении от менее плотной среды (*а*) и от более плотной среды (*б*).

§ 198. Примеры решения задач

1. От источника колебаний распространяются волны со скоростью 300 *м/сек*, с амплитудой 5 *см*, длиной волны 75 *см*. Через сколько времени после начала колебаний точка, находясь на расстоянии 50 *см* от источника, будет иметь смещение 2,5 *см*?

Р е ш е н и е. В уравнение волны (228) подставляем $A = 5$ *см*, $r = 50$ *см*, $\lambda = 75$ *см*, $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0{,}75\ м}{300\ м/сек} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ *сек*, $x = 2{,}5$ *см* и производим вычисления:

$$2{,}5 = 5 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right);$$

$$0{,}5 = \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right);$$

$$\frac{1}{6}\pi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right);$$

$$1 = 12 \left(\frac{t}{2{,}5 \cdot 10^{-3}} - \frac{0{,}5}{0{,}75} \right).$$

Решая это уравнение, получаем $t \approx 1{,}9 \cdot 10^{-3}$ *сек*. На таком же расстоянии $x = 2{,}5$ *см* от положения равновесия будет находиться интересующая нас точка и в моменты, отличающиеся от найденного значения t на величину, кратную периоду.

2. Уравнение источника незатухающих колебаний имеет вид $x = 20 \sin 2{,}5\,\pi t$. Написать уравнение луча, если скорость распространения волн 300 *м/сек*.

Р е ш е н и е. Сравним данное нам уравнение с формулой (200 а):

$$x = 20 \sin 2{,}5\pi t,$$
$$x = A \sin 2\pi t/T.$$

Отсюда найдем период колебаний:

$$2{,}5\pi t = \frac{2\pi}{T} t; \quad T = \frac{2}{2{,}5} = 0{,}8 \text{ сек}.$$

Зная период колебаний и скорость распространения волны, найдем длину волны:

$$\lambda = vT = 300 \cdot 0{,}8\ м = 240\ м.$$

Теперь легко написать уравнение волны:

$$x = 20 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0{,}8} - \frac{r}{240} \right).$$

Вопросы и задачи для повторения

237. Могут ли две волны, распространяющиеся по одной прямой, полностью погасить друг друга? При каких условиях это произойдет?

238. Как связано расстояние между двумя соседними узлами стоячей волны с длиной волны?

239. Колебания, имеющие частоту 500 *гц* и амплитуду 0,25 *мм*, распространяются в воздухе. Длина волны 70 *см*. Найти: 1) скорость распространения колебаний; 2) максимальную скорость колебаний частиц воздуха.

240. От источника колебаний распространяются волны вдоль прямой линии. Амплитуда колебаний 10 *см*. Чему равно смещение точки, удаленной от источника на расстояние, равное 3/4 длины волны, в тот момент, когда от начала колебаний источника прошло время, равное 0,9 периода?

241. Колебательный процесс распространяется вдоль прямой со скоростью 40 *м/сек*. Частота колебаний 5 $сек^{-1}$. Определить (в радианах и градусах) разность фаз колебаний между источником и точкой, находящейся на расстоянии 3 *м* от источника.

242. Волны распространяются вдоль прямой со скоростью 100 *м/сек*. Какова частота колебаний, если наименьшее расстояние между точками, колеблющимися в противоположных фазах, равно 10 *см*?

243. С какой скоростью распространяются волны вдоль прямой, если разность фаз колебаний двух точек, отстающих друг от друга на 10 *см*, равна $\pi/2$ и частота колебаний 3 $сек^{-1}$?

244. Уравнение источника незатухающих колебаний дано в СИ в виде $x = 0{,}05 \sin 600\pi t$. Найти смещение точки, находящейся на расстоянии 75 *см* от источника колебаний, через 0,01 *сек* после начала колебаний. Скорость распространения колебаний 300 *м/сек*.

245. Точка, находящаяся на расстоянии 4 *см* от источника колебаний, имеет в момент $t = T/6$ смещение, равное половине амплитуды. Найти длину волны.

246. Какова разность фаз колебаний двух точек, находящихся на расстояниях соответственно 10 и 16 *м* от источника? Период колебаний 0,04 *сек* и скорость распространения колебаний 300 *м/сек*.

247. Определить длину волны, если расстояние между первой и четвертой пучностями стоячей волны равно 15 *см*, и найти расстояние между соседними узлом и пучностью.

ГЛАВА ДВАДЦАТЬ СЕДЬМАЯ

АКУСТИКА

§ 199. Природа звука. Интенсивность звука

Звук представляет собой упругие волны, распространяющиеся в твердых, жидких или газообразных телах. Человеческое ухо воспринимает не все колебания, а только с частотами примерно от 16 до 20 000 *гц*.

Колебания, частота которых менее 16 *гц*, называются *инфразвуками*, а колебания с частотой более 20 000 *гц* — ультразвуками.

Так как звуки распространяются в газах и жидкостях, то, значит, звуковые волны есть волны продольные.

Энергия, которую звуковая волна переносит за 1 *сек через единицу площади поверхности, расположенной нормально к направлению ее распространения, называется интенсивностью (силой) звука.*

Единица интенсивности звука в СИ

$$\frac{1\ дж}{1\ м^2 \cdot 1\ сек} = 1\ \frac{вт}{м^2}.$$

Ранее было установлено, что энергия колебаний прямо пропорциональна квадрату амплитуды. Значит, интенсивность звука прямо пропорциональна квадрату амплитуды звуковых колебаний.

§ 200. Скорость звука

Ньютон, исходя в основном из соображений размерности, установил формулу для определения скорости звука в воздухе или ином газе.

Из опытов было установлено, что скорость звука v зависит только от давления p и плотности газа ρ. Таким образом, можно написать:

$$v \sim p^x \rho^y, \qquad (*)$$

где x и y — неизвестные показатели степени, которые требуется найти. Значение их определяется из соображений, что размерности в формуле (*) слева и справа должны быть одинаковы, т. е.

$$[v]=\left[\frac{м}{сек}\right]=[м\cdot сек^{-1}],$$

$$[p^x\rho^y]=\left[\left(\frac{н}{м^2}\right)^x\left(\frac{кг}{м^3}\right)^y\right]=\left[\left(\frac{кг\cdot м}{м^2\cdot сек^2}\right)^x\left(\frac{кг}{м^3}\right)^y\right]=[кг^{x+y}\cdot м^{-x-3y}\cdot сек^{-2x}],$$

откуда

$$-x-3y=1,$$
$$-2x=-1,$$

т. е.

$$x=\frac{1}{2};\qquad y=-\frac{1}{2}.$$

Следовательно,

$$v\sim p^{1/2}\rho^{-1/2}\sim\sqrt{\frac{p}{\rho}}. \tag{231}$$

Несколько преобразуем эту формулу. Из уравнения Клапейрона—Менделеева плотность газа

$$\rho=\frac{p\mu}{RT},$$

где μ — молярная масса газа; T — его абсолютная температура и R — универсальная газовая постоянная.

Подставив это выражение в формулу (231), получим

$$v\sim\sqrt{RT/\mu}.$$

Если вычислять скорость звука по этой формуле, полагая коэффициент пропорциональности равным единице, то получаются несколько заниженные результаты. Так, скорость звука в воздухе при 0 °С получается равной 280 *м/сек* вместо значения 331 *м/сек*, которое дает опыт.

Учитывая, что процессы сжатия и разрежения газа при звуковых колебаниях протекают очень быстро и с большой степенью точности могут считаться адиабатными, можно для скорости распространения звука в воздухе получить

$$v=\sqrt{\gamma RT/\mu}, \tag{232}$$

где $\gamma=c_p/c_V$ — отношение теплоемкости газа при постоянном давлении к теплоемкости газа при постоянном объеме.

Скорость звука, вычисленная по формуле (232), хорошо совпадает с опытными данными. Эта формула впервые была выведена Лапласом и получила название *формулы Ньютона — Лапласа.*

Из этой формулы следует, что скорость звука в газе обратно пропорциональна корню квадратному из молярной массы газа. Следовательно, с наибольшей скоростью распространяется звук в водороде.

Приводим значения скоростей (в *м/сек*) звука в некоторых средах:

Водород (0 °С) . . .	1280	Вода пресная (17 °С)	1450
Воздух (20 °С) . . .	343	Вода морская (17 °С)	1500
Воздух (0 °С)	331	Сталь (20 °С)	5800
Углекислый газ (0 °С)	259		

§ 201. Восприятие звука. Высота. Громкость и тембр звука

Как было ранее отмечено, человеческое ухо воспринимает звуки, частоты которых лежат приблизительно в пределах от 16 до 20 000 *гц*. *Высота звука определяется частотой колебаний.* Звуки высокие имеют бóльшую частоту, чем звуки низкие.

Для того чтобы звук был воспринят ухом, необходимо еще, чтобы интенсивность его была не менее некоторой минимальной величины, называемой *порогом слышимости*. Порог слышимости различен для разных частот. Ухо наиболее чувствительно к колебаниям, частоты которых лежат в пределах от 1000 до 3000 *гц*.

Звук очень большой силы вызывает ощущение боли и не воспринимается нашим органом слуха. Наибольшее значение силы звука, которое ухо еще воспринимает как звук, называется *порогом болевого ощущения*.

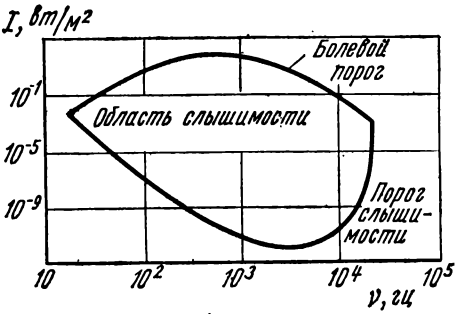


Рис. 197

На рис. 197 представлена зависимость порога слышимости и порога болевого ощущения от звуковой частоты. Замечаем, что в областях очень низких и очень высоких частот эти кривые сходятся. Наибольшее расстояние между ними приходится на частоты, к которым ухо человека наиболее чувствительно. Область, лежащая между обеими кривыми, есть *область слышимости*.

Интенсивности звука соответствует ощущение громкости звука, но эти понятия не равнозначные. Интенсивность звука — величина, объективно характеризующая процесс, громкость звука определяет субъективное восприятие звука. Громкость возрастает гораздо медленнее, чем интенсивность звука.

Согласно физиологическому закону Вебера—Фехнера, с ростом интенсивности звука громкость возрастает примерно по логарифмическому закону. Этот закон плохо выполняется для слабых звуков, а вблизи порога слышимости вообще теряет силу.

На основе этого закона для характеристики громкости звука вводится величина L, называемая уровнем звукового давления и определяемая по формуле

$$L = 2k \lg \frac{p_э}{p_0}, \qquad (233)$$

где $p_э = \sqrt{\rho v I}$ — среднеквадратичное давление исследуемого звука частоты ν; p_0 — порог слышимости для той же частоты; I — интенсивность звука.

При $k = 1$ уровень звукового давления измеряется в *белах* (в честь изобретателя телефона А.-Г. Белла), при $k = 10$ — в *децибелах* (децибел — одна десятая бела).

Приведем уровни звукового давления (в децибелах) различных звуков:

Слабый шепот на расстоянии 1 м	10	Речь средней громкости	60
Тиканье часов	20	Шумная улица	80
Разговор вполголоса	40	Автомобильная сирена	100

Кроме высоты и громкости звук характеризуется *тембром*, который называется иногда окраской или оттенком звука.

Большинство звуков, кроме колебаний основного тона, содержит так называемые *обертоны* — колебания более высоких частот, кратных основной частоте. В зависимости от того, обертоны каких частот присутствуют в данном звуке, он приобретает определенную окраску. Поэтому можно отличить одну и ту же ноту, пропетую голосом различных людей или взятую на разных инструментах. Хотя основной тон у них одинаков, но обертоны и их интенсивность различны.

§ 202. Ультразвуки, их получение и применение. Инфразвуки

Как уже было отмечено, звуковые колебания, частота которых более 20 000 *гц*, называются ультразвуками. В последнее время ультразвуки получили большое практическое применение. Рассмотрим способы получения ультразвуковых колебаний, а затем кратко остановимся на некоторых применениях.

В качестве источника ультразвуковых колебаний употребляются два типа генератора — *пьезокварцевые* и *магнитострикционные*.

Действие пьезокварцевого генератора основано на свойстве кристалла кварца деформироваться, будучи помещенным в электрическом поле. Из кварца вырезается определенным образом пластинка и к ее граням прикладываются металлические обкладки. Если на них подавать электрические заряды разных знаков, то пластина деформируется.

В том случае когда на пластинку подается переменное напряжение, она приходит в колебание и будет являться излучателем ультразвуковых волн. Идея пьезокварцевого ультразвукового генератора принадлежит французскому физику П. Ланжевену (1872—1946).

Магнитострикционные излучатели основаны на том, что некоторые ферромагнетики при намагничивании изменяют свои размеры (см. § 182). Таким образом, помещая эти металлы в быстропеременное магнитное поле, можно заставить их колебаться с большой частотой, и они станут источником ультразвуковых волн [1].

---

[1] Как в пьезокварцевых, так и в магнитострикционных генераторах необходимо подбирать размеры колеблющегося тела таким образом, чтобы его собственная частота колебаний совпадала с вынужденной, т. е. чтобы было осуществлено явление резонанса.

При помощи магнитострикционных излучателей можно получать ультразвуки с частотой до 150 *кгц*, при помощи пьезокварцевых — от 100 *кгц* и выше.

Отметим некоторые применения ультразвука.

Эхолот. При помощи эхолота определяют глубину. Источник ультразвука посылает отдельные ультразвуковые сигналы, направленные перпендикулярно поверхности воды. Отражаясь от дна, они возвращаются обратно и попадают в приемник. Зная промежуток времени между посылкой сигнала и возвращением его на приемник, а также скорость звука в воде, можно определить глубину. Различные применения гидролокатора изображены на рис. 198, *а*, *б*, *в*.

Ультразвуковая дефектоскопия. При помощи ультразвукового излучателя посылают кратковременный ультразвуковой сигнал через исследуемую деталь. Если внутри детали дефекта

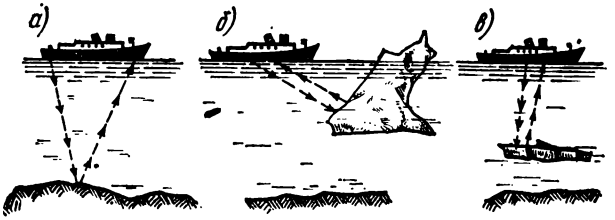


Рис. 198

нет, то на экране осциллографа, соединенного с приемником звука, получится картина, соответствующая отражению ультразвука только от границ детали. При наличии дефекта внутри нее отраженные от дефекта ультразвуки дадут изображение в другом месте экрана.

Под действием ультразвуковых колебаний происходит смешение обычно не смешиваемых жидкостей (например, можно смешать ртуть и воду и получить эмульсию, которая будет очень устойчивой), что широко используется в химической промышленности и при изготовлении лекарств.

Ультразвуки применяются для очистки котлов от накипи и для предупреждения ее появления. Для этого надо к стенкам котла подводить ультразвуковые импульсы частотой 20—25 *кгц*. При этом процесс образования накипи замедляется в десятки раз.

Инфразвуки — звуковые колебания с частотой меньше 16 *гц*. Изучение инфразвуковых колебаний проводил советский физик В. В. Шулейкин. Он установил, что при шторме на море возникают длинные звуковые волны с частотой 8—13 *гц*. Скорость распространения инфразвуковых волн значительно больше скорости передвижения шторма (20—30 *м/сек*), и, следовательно, инфразвуковые волны опережают шторм и являются сигналом его приближения.

Задачи для повторения

248. По стальному рельсу ударяют молотком. Наблюдатель, приложив ухо к рельсу, услышал звук на 3 *сек* раньше, чем он дошел по воздуху. На каком расстоянии от наблюдателя был произведен удар? Скорость звука в воздухе считать 340 *м/сек*.

249. Наблюдатель, стоящий у полотна прямолинейного участка пути железной дороги, увидел пар над свистком приближающегося паровоза, а через 4 *сек* услышал звук. Через 1 *мин* паровоз прошел мимо наблюдателя. Чему равна скорость движения паровоза, если скорость звука в воздухе 340 *м/сек*?

250. При измерении глубины моря под кораблем при помощи эхолота оказалось, что моменты отправления и приема звука разделены промежутком времени 0,8 *сек*. Какова глубина моря под кораблем?

251. Во сколько раз скорость распространения звука летом (температура +27 °С) больше скорости распространения звука зимой (температура —33 °С)?

ГЛАВА ДВАДЦАТЬ ВОСЬМАЯ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§ 203. Электромагнитные колебания

Соединим пластинки конденсатора через выключатель с катушкой самоиндукции (рис. 199, *а*). Такая цепь носит название *электрического колебательного контура*. Ее характеризуют тремя параметрами: 1) емкостью C конденсатора, измеряемой в фарадах; 2) индуктивностью L катушки, выражаемой в генри; 3) сопротивлением R цепи в омах. Сначала будем полагать, что сопротивление R ничтожно мало и его можно считать равным нулю.

Зарядим конденсатор (см. рис. 199, *а*) от постороннего источника тока и замкнем выключатель. Конденсатор начнет разряжаться на катушку самоиндукции и напряжение между его обкладками будет падать. Выясним, как при этом будет изменяться сила тока в цепи. При постоянном токе она всегда пропорциональна напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению участка цепи. В данном случае сопротивление катушки самоиндукции, на котором поддерживается напряжение, равно нулю и можно было бы допустить, что сила тока после замыкания цепи станет бесконечно большой. Однако это означало бы внезапное появление бесконечно большой энергии магнитного поля и противоречило бы закону сохранения энергии.

Очевидно, что сила тока не может быть бесконечно большой в момент замыкания цепи и должна постепенно нарастать от нуля, что соответствует постепенному нарастанию энергии магнитного поля.

Определим быстроту нарастания тока после замыкания колебательного контура. Увеличение силы тока вызовет соответствующее нарастание магнитного поля, и в контуре будет действовать встречная э. д. с. самоиндукции, которая, по закону Фарадея, пропорциональна скорости увеличения силы тока:

$$\mathscr{E}_{\text{с.и}} = -L\frac{dI}{dt}.$$

Скорость увеличения тока будет ограничена условием

$$L\frac{dI}{dt} \leqslant U,$$

так как встречная э. д. с. самоиндукции не может быть больше напряжения U между пластинами конденсатора, поскольку причиной ее появления служит разряд конденсатора. В контуре без сопротивления будет иметь место равенство

$$L\frac{dI}{dt} = U,$$

откуда

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U}{L}. \qquad (234)$$

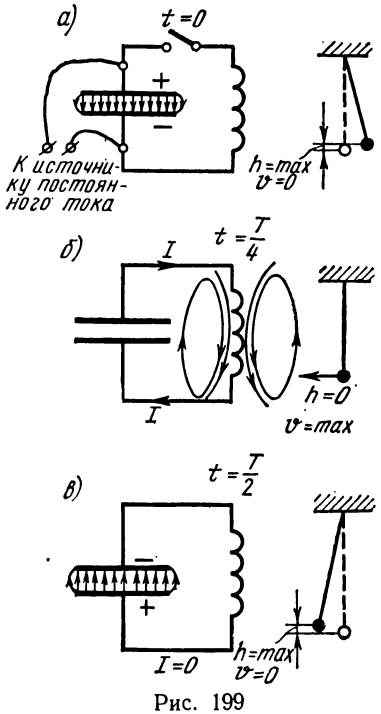


Рис. 199

В начальный момент разряда конденсатора скорость нарастания тока будет максимальной (она пропорциональна напряжению, до которого был заряжен конденсатор, и обратно пропорциональна индуктивности катушки). Затем, по мере того как конденсатор разряжается и напряжение между его пластинами падает, скорость нарастания тока убывает и к моменту, когда напряжение обращается в нуль, нарастание тока прекращается. В этот момент в контуре течет максимальный ток при полном отсутствии электрического поля, созданного зарядами конденсатора (их нет), и индукционного электрического поля, созданного изменением магнитного поля (скорость изменения тока равна нулю). Этот момент процесса показан на рис. 199, *б*. Вся энергия электрического поля к этому моменту превратилась в энергию магнитного поля, связанного с максимальным током.

Существование в контуре тока при полном отсутствии электрического поля продолжается только одно мгновение, после чего начинается перезарядка конденсатора и сила тока падает вследствие появления в цепи встречного электрического поля, созданного зарядами пластин конденсатора.

Уменьшение силы тока в контуре вызывает соответствующее изменение окружающего катушку магнитного поля, и одновременно с появлением зарядов на пластинах конденсатора, тормозящих движение электронов, появляется индукционное электрическое поле, поддерживающее ток в контуре.

Скорость изменения тока и в этом случае определяется соотношением (234): чем больше встречное напряжение, тем быстрее уменьшается сила тока. К моменту полного прекращения тока она дости-

гает максимального значения. Момент, соответствующий полной перезарядке конденсатора, показан на рис. 199, *в*. Энергия магнитного поля, окружающего катушку самоиндукции и соединительные провода, превратилась в энергию электрического поля конденсатора. С этого момента начинается новый разряд конденсатора тока в контуре. *В контуре будут происходить электромагнитные колебания, при которых напряжение на конденсаторе и сила тока в цепи изменяются по синусоидам, сдвинутым относительно друг друга на* 90° (рис. 200): сила тока отстает от напряжения на 90° (сдвиг фаз между силой тока и напряжением). *В контуре будут происходить непрерывные превращения энергии электрического поля в энергию магнитного поля и обратно.* Иначе говоря, начнутся попеременные превращения электрического поля в магнитное и магнитного поля в электрическое. При отсутствии сопротивления контура этот процесс должен был длиться бесконечно долго.

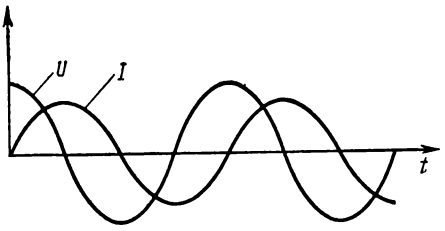


Рис. 200

Электромагнитные колебания можно сравнить с колебаниями математического маятника. Заряженному конденсатору (рис. 199, *а*) соответствует исходное положение маятника, когда его отвели в сторону от положения равновесия, сообщив ему некоторый запас потенциальной энергии. Движение маятника к положению равновесия под действием силы тяжести соответствует разряду конденсатора. Момент прохождения положения равновесия, когда маятник движется по инерции и имеет максимальную кинетическую энергию, соответствует установлению в контуре максимального тока (см. рис. 199, *б*). Отклонение маятника влево от положения равновесия — перезарядка конденсатора.

При сопоставлении этих двух совершенно разных по своей природе процессов видно, что потенциальной энергии маятника соответствует энергия электрического поля, а его кинетической энергии — энергия магнитного поля. В обоих случаях происходит превращение одной формы энергии в другую и, следовательно, взаимные превращения двух форм движения материи.

Электромагнитные колебания были теоретически предсказаны в 1853 г. В. Томсоном. Он установил следующую формулу, связывающую период электромагнитного колебания с параметрами колебательного контура L и C:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \tag{235}$$

где L выражается в генри; C — в фарадах; T — в секундах. Отсюда частота электромагнитных колебаний в контуре составляет

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \tag{235а}$$

Если сопротивление колебательного контура не равно нулю, то нарастание тока при разрядке конденсатора прекращается раньше,

чем конденсатор успеет полностью разрядиться: для поддержания тока в контуре с сопротивлением, не равным нулю, требуется определенное напряжение. Таким образом, в этом случае, когда электроны движутся с трением, максимальный ток в контуре течет под действием электрического поля конденсатора при полном отсутствии э. д. с. самоиндукции. Индукционное электрическое поле, совпадающее по направлению с током, появляется лишь после того, как он начинает убывать.

При наличии в колебательном контуре сопротивления R период колебаний определяется по формуле

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \qquad (236)$$

В этом случае, когда прохождение тока сопровождается выделением тепла, энергия

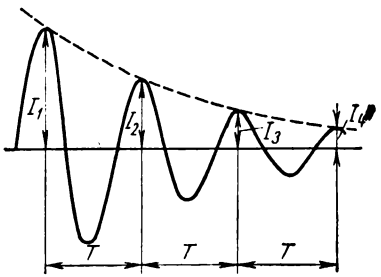


Рис. 201

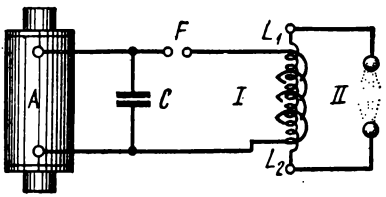


Рис. 202

электрического поля конденсатора превращается в энергию магнитного поля не полностью, а частично. В свою очередь, при перезарядке конденсатора магнитная энергия не полностью превращается в электрическую. В результате *амплитуды напряжения и силы тока постепенно убывают*. Заметим, что отношение двух амплитудных значений силы тока для двух колебаний, следующих друг за другом, остается строго постоянным и определяется параметрами контура (рис. 201).

Из формулы (235) видно, что два колебательных контура могут иметь одинаковый период T колебаний при разных значениях индуктивности L и емкости C. Важно лишь, чтобы произведение этих величин было одинаковым. Такие колебательные контуры будут *настроены в резонансе*. Резонанс колебательных контуров широко используется в радиотехнике.

Интересное применение электрического резонанса встречается в приборе, получившем название *трансформатора Тесла* в честь югославского физика Николы Тесла. Он состоит из двух колебательных контуров (рис. 202), связанных индуктивно (их катушки самоиндукции расположены одна в другой и магнитный поток одной пронизывает другую). Первый колебательный контур состоит из индуктора A,

который заряжает конденсатор C, создавая между его пластинами переменное поле. При этом через искровой промежуток F и катушку самоиндукции L_1 проходят электрические колебания большой частоты. Катушка L_1 содержит 4—5 витков толстого провода, вследствие этого первый колебательный контур обладает большой емкостью и малой индуктивностью. Второй контур состоит из катушки L_2, содержащей тысячи витков, и совсем не имеет конденсатора — в нем используется емкость между витками катушки и шариками на ее концах (большая индуктивность и малая емкость). Контуры настроены в резонанс: произведение LC для них имеет одинаковое значение. Электромагнитные колебания в первом контуре вызывают колебания во втором контуре, при этом напряжение между концами катушки L_2 может достигать миллионов вольт.

§ 204. Магнитоэлектрическая индукция

В1863 г. К. Максвелл высказал гипотезу о том, что в природе существует явление, обратное электромагнитной индукции.

Напомним, что электромагнитная индукция в неподвижных проводниках объясняется тем, что при всяком изменении магнитного поля как в области, занятой этим полем, так и во всем окружающем пространстве возникает особое, не связанное с зарядами индукционное электрическое поле. По аналогии с этим Максвелл предложил, что *при всяком изменении электрического поля в области, занятой этим полем, и в окружающем ее пространстве возникает индукционное магнитное поле, не связанное с движением зарядов* (с электрическим током).

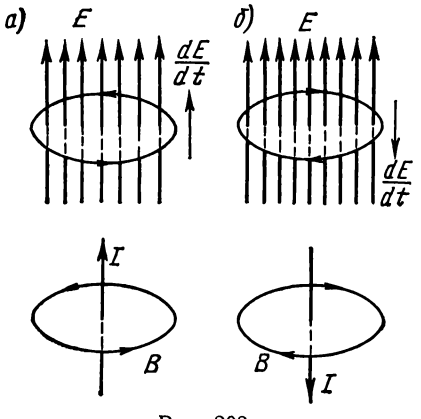


Рис. 203

Если явление электромагнитной индукции свидетельствует о двойственности природы электрического поля, которое может быть создано как зарядами, так и изменяющимся магнитным полем, то явление магнитоэлектрической индукции означает двойственную природу магнитного поля. *Магнитное поле может быть создано токами и изменяющимся электрическим полем в отсутствии движущихся заряженных частиц.*

На рис. 203 показана область изменяющегося электрического поля и линии индукционного магнитного поля, окружающего электрические силовые линии. Если напряженность электрического поля растет, то линии индукционного магнитного поля направлены так же, как и вокруг тока, текущего в направлении силовых линий электрического поля (это направление можно определить по правилу буравчика).

Однако если напряженность электрического тока убывает, то, несмотря на прежнее направление вектора E, направление магнитных силовых линий будет обратным.

Роль плотности тока j в создании магнитного поля играет не напряженность электрического поля, а скорость изменения вектора E, т. е. dE/dt, которая также является векторной величиной. В случае, показанном на рис. 203, *а*, направление $d\vec{E}/dt$ совпадает с направлением $\vec{E}$, а на рис. 203, *б* они имеют противоположные направления.

§ 205. Основные свойства электромагнитных волн

1. *Конечная скорость распространения электромагнитных возмущений.* До возникновения теории Максвелла считалось, что все изменения электрического или магнитного поля происходят мгновенно во всем пространстве, занимаемом этим полем.

Так, например, если раздвигать два разноименно заряженных шарика, образующих диполь, и, следовательно, увеличивать его электрический момент, то предполагалось, что напряженность поля изменяется одновременно во всех точках окружающего пространства независимо от того, как далеко они расположены от диполя (принцип дальнодействия). Напротив, из теории Максвелла вытекает, что изменение поля происходит не одновременно во всех точках, а распространяется постепенно от точки к точке (принцип близкодействия) с конечной скоростью, равной скорости света.

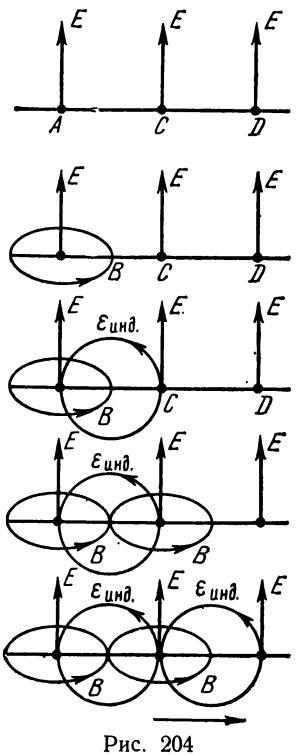


Рис. 204

На рис. 204 показана схема распространения возмущения в электрическом поле. Увеличение E в точке A вследствие магнитоэлектрической индукции вызывает индукционное магнитное поле, линии которого будут окружать эту точку. В свою очередь появление магнитного поля между точками A и C вследствие электромагнитной индукции вызовет индукционное электрическое поле, которое наложится на электрическое поле, существующее в точке C, и увеличит его напряженность. Это вызовет появление магнитного поля между точками C и D и т. д. Таким образом, изменение электрического поля в точке A явится началом процесса распространения возмущения электрического поля в окружающем пространстве, а всякий физический процесс протекает во

времени с конечной скоростью. Из уравнений Максвелла следует, что эта скорость равна скорости света.

2. *Существование свободного электромагнитного поля.* Если электрическое поле может существовать в отсутствие зарядов, при наличии изменяющегося магнитного поля, а магнитное поле — в отсутствие токов, при изменении электрического поля, то можно предположить, что в природе существует совокупность электрического и магнитного полей, органически связанных друг с другом и взаимно обусловливающих существование друг друга. *Такое электромагнитное поле, не связанное с зарядами и токами, может существовать в отсутствие вещества и его называют свободным электромагнитным полем.*

Свободное электромагнитное поле не может оставаться постоянным во времени. Чтобы существовало электрическое поле, необходимо изменение магнитного, а для существования магнитного — изменение электрического. Далее, можно показать, что оно не может занимать неизменную область пространства и будет распространяться со скоростью света. Из уравнения Максвелла вытекает, что векторы E и B в этом поле взаимно перпендикулярны.

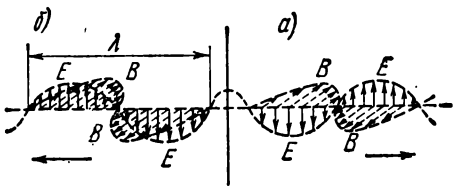


Рис. 205

Если повернуть буравчик с правой нарезкой от вектора E к вектору B, то его поступательное движение укажет направление распространения свободного электромагнитного поля.

Значения векторов E и B вдоль линии распространения свободного электромагнитного поля образуют две синусоиды, расположенные в перпендикулярных плоскостях (рис. 205, *а, б*), и процесс распространения свободного электромагнитного поля имеет характер волны (электрическое и магнитное поля распространяются в пространстве, не изменяя взаимного расположения). При этом в каждой точке пространства, через которую проходит свободное электромагнитное поле (электромагнитная волна), происходят синусоидальные колебания векторов E и B. В любом проводнике, расположенном вдоль силовых линий или образующем контур, сцепленный с магнитным полем, свободное электромагнитное поле вызовет колебания тока и напряжения (принцип радиоприема).

Существование электромагнитных волн было доказано экспериментально Герцем лишь спустя 20 лет после появления теории Максвелла.

3. *Электромагнитная теория света.* Совпадение скорости распространения электромагнитных волн со скоростью света навело Максвелла на мысль о том, что свет представляет собой свободное электромагнитное поле. Эта гениальная догадка подтверждалась следующими фактами. Рассматривая распространение электромагнитных волн в среде с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной

проницаемостью μ, Максвелл показал, что их скорость в этом случае определяется формулой

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \qquad (237)$$

Следовательно, на границе этой среды с вакуумом электромагнитные лучи должны преломляться и показатель преломления будет равен

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon\mu}. \qquad (238)$$

Определив по этой формуле показатель преломления для ряда диэлектриков, Максвелл обнаружил совпадение с экспериментальными данными [1].

Из уравнений Максвелла можно вывести основные закономерности свойств световых волн и, в частности, потерю полуволны при отражении света от оптически более плотной среды.

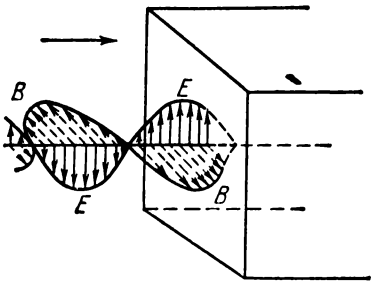


Рис. 206

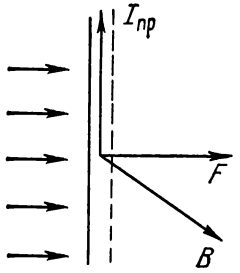


Рис. 207

В дальнейшем электромагнитная теория света была подтверждена экспериментально; в частности, были получены электромагнитным способом инфракрасные лучи.

4. *Давление электромагнитных волн.* Если электромагнитная волна встречает на своем пути проводящую поверхность (рис. 206), то ее электрическое поле вызовет появление электрического тока, а магнитное поле действует на этот ток с силой, направление которой находится по правилу левой руки (рис. 207). Эта сила направлена в сторону распространения электромагнитной волны: *свободное электромагнитное поле производит давление на тела, в которые оно проникает* [2]. Так как свет представляет собой свободное электромагнитное поле, то *из теории Максвелла вытекает существование светового давления.* Оно было обнаружено экспериментально в 1901 г. русским физиком Лебедевым. При отражении света давление оказывается вдвое большим, чем в случае его полного поглощения.

[1] Вычисляя n по этой формуле, нужно учитывать зависимость величин ε и μ от частоты электромагнитных колебаний, иначе, подставив ε = 81 для воды, получим $n = 9$ вместо известного значения 1,33.

[2] В диэлектрике электромагнитная волна вызывает периодические колебания зарядов, входящих в состав вещества, что также обусловливает появление силы, направленной в сторону ее распространения.

5. *Инертная масса свободного электромагнитного поля.* Существование давления света приводит к очень важному выводу. Если свет давит на тела и может привести их в движение, т. е. сообщить некоторый импульс, то он сам обладает импульсом. Из теории Максвелла следует, что электромагнитному полю с энергией W соответствует импульс

$$p = W/c.$$

Выражая импульс как произведение массы на скорость:

$$p = mc = W/c, \quad \text{откуда} \quad W = mc^2,$$

определяем инертную массу поля:

$$m = W/c^2. \tag{239}$$

Это соотношение между массой и энергией свободного электромагнитного поля является универсальным законом природы. Как показал Эйнштейн (1879—1955), оно справедливо для любого тела, если под энергией понимать его полную энергию, соответствующую всем видам движения, связанным с этим материальным объектом.

§ 206. Работы Герца

Начиная свои опыты, Герц поставил целью обнаружить явления магнитоэлектрической индукции — возникновение магнитного поля при изменениях электрического поля. Поскольку интенсивность индукционного магнитного поля определяется скоростью изменения электрического поля, то для его обнаружения необходимо осуществить быстро переменное электрическое поле. Такое поле можно получить

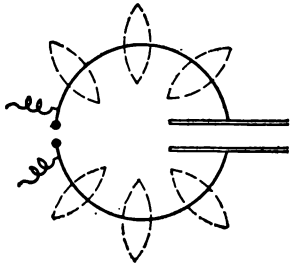


Рис. 208

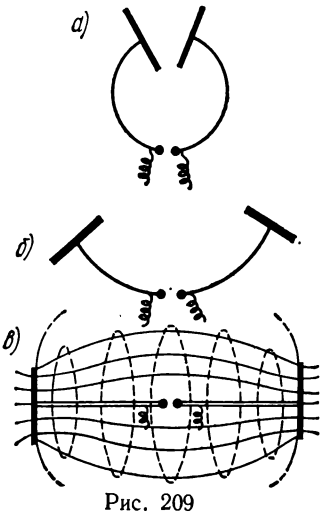


Рис. 209

с помощью колебательного контура с большой частотой собственных колебаний. Напомним, что частота электромагнитных колебаний увеличивается по мере уменьшения параметров L и C.

Рассмотрим пути исследований, которые были проведены Герцом. Первым шагом было получение контура с минимальным коэффициен-

том самоиндукции, для этого вместо катушки самоиндукции был взят один виток (рис. 208). Контур подключался к источнику внешнего напряжения, конденсатор заряжался и, когда происходил пробой воздушного промежутка, искра замыкала цепь и в ней начинались электромагнитные колебания. Затем для дальнейшего увеличения частоты колебаний надо было уменьшить емкость конденсатора; для этой цели были раздвинуты его пластины (рис. 209, *а, б*). Одновременно уменьшалась и индуктивность проводов, соединяющих пластины. Наконец, были совсем удалены пластины конденсатора и получен колебательный контур, состоящий из двух стержней, разделенных искровым промежутком. Если в первом случае (см. рис. 208) колебательный контур можно назвать *закрытым* (электрическое поле локализовано в пространстве между пластинами конденсатора), то в конечном положении (рис. 209, *в*) получен *открытый колебательный контур*. Электрическое поле существует во всем окружающем пространстве и, что особенно важно, *в этом же пространстве существует и магнитное поле,* когда в вибраторе возникает ток.

Стержневой колебательный контур оказался источником электромагнитных волн (его называют *вибратором Герца*).

Из теории следует, что в области, где существует электромагнитное поле, векторы E и B которого взаимно перпендикулярны и изменяются синхронно, происходят превращения поля, связанного с контуром, в свободное электромагнитное поле, при этом возникает электромагнитная волна. Вблизи вибратора Герца такие условия осуществляются, и он становится источником электромагнитных волн, распространяющихся во всех направлениях, но преимущественно в направлении, перпендикулярном к вибратору.

Свободное электромагнитное поле обладает энергией, плотность которой определяется по формуле

$$w=\frac{1}{2}\left(\varepsilon\varepsilon_0 E^2+\frac{B^2}{\mu_0\mu}\right). \qquad (240)$$

В своих опытах Герц обнаружил также отражение электромагнитных волн и образование стоячих электромагнитных волн. Это позволило ему измерить длину электромагнитной волны, а также вычислить скорость распространения электромагнитных волн:

$$c=\lambda/T,$$

так как период колебаний вибратора был известен (он определялся по значениям емкости и индуктивности). Она оказалась равной скорости света.

Герц наблюдал преломления электромагнитных волн и экспериментально подтвердил формулу (238). Электрическое поле волны измерялось с помощью колебательных контуров, настроенных в резонанс с вибратором. Под действием электромагнитной волны в приемном контуре возникали электромагнитные колебания, о чем можно было судить по искоркам, проскакивающим между шариками искрового промежутка, находящимися на расстоянии 0,1—0,01 *мм*. Эти разряды можно было наблюдать в бинокль в затемненном помещении на расстоянии нескольких метров.

ЧАСТЬ ПЯТАЯ

ОПТИКА

ГЛАВА ДВАДЦАТЬ ДЕВЯТАЯ

ПРИРОДА СВЕТА. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

§ 207. Развитие представления о природе света

Вопрос о природе света впервые получил научное обоснование только к концу XVII в. Почти одновременно Ньютон в своей книге «Оптика» сформулировал *корпускулярную* гипотезу природы света, а Гюйгенс в «Трактате о свете» — *волновую* гипотезу.

Корпускулярная гипотеза исходила из предложения, что световые лучи есть поток особых мельчайших частиц («корпускул»), которые вытекают из светящегося тела. Действуя на сетчатку глаза своими ударами, корпускулы производят ее раздражение, воспринимаемое человеком как световое ощущение.

Согласно волновой гипотезе, выдвинутой Гюйгенсом, свет представляет собой волну, распространяющуюся с большой скоростью от источника света. Возникновение волновой гипотезы было связано с наличием сходства между световыми и звуковыми явлениями. Поскольку было известно, что звук может распространяться только в веществе, а в вакууме не распространяется, то для объяснения прохождения света в космическом пространстве, например от Солнца до Земли, было выдвинуто предположение о существовании так называемого *мирового эфира* — особого вещества, заполняющего Вселенную и обладающего большой упругостью и чрезвычайно малой плотностью.

Простота корпускулярной гипотезы и возможность объяснить с ее помощью многие световые явления явились причиной того, что к концу XVII в. большинство физиков приняло точку зрения Ньютона. В течение всего XVIII в. для объяснения оптических явлений пользовались, как правило, корпускулярной гипотезой. Только Ломоносов нашел смелость выступить с ее критикой и объявить себя сторонником волновых представлений. Такой же точки зрения придерживался и знаменитый математик Эйлер, много лет работавший в России.

В начале XIX в. в связи с работами Юнга и особенно Френеля по изучению интерференции и дифракции света ряд физиков вынуждены были вновь обратиться к волновой гипотезе. Пользуясь ею, Фре-

нель блестяще обосновал не только качественную, но и количественную сторону многих явлений и предсказал целый ряд новых, получивших в дальнейшем экспериментальное подтверждение. Волновая гипотеза успешно объяснила интерференцию, дифракцию и поляризацию света, в связи с чем она получила всеобщее признание.

§ 208. Электромагнитная и квантовая теории света

Свое развитие волновая гипотеза получила в созданной Максвеллом во второй половине XIX в. электромагнитной теории света.

Представления волновой гипотезы, по которым свет есть процесс распространения механических колебаний в мировом эфире, Максвелл заменил представлениями об электромагнитной природе света. Видимый свет — это электромагнитные волны с длиной волны в интервале от $7{,}6 \cdot 10^{-7}$ *м* (красные лучи) до $4 \cdot 10^{-7}$ *м* (фиолетовые лучи).

Таким образом, волновая гипотеза о природе света нашла свое завершение в электромагнитной теории света.

Доказательством справедливости электромагнитной теории света послужили экспериментальные определения скорости света, проведенные Физо (1849 г.), Фуко (1850 г.) и Майкельсоном (1881 г.). Значения, полученные ими, совпали с теоретическим значением скорости распространения электромагнитных волн, полученным в электромагнитной теории Максвелла.

Слабым местом волновой гипотезы являлось предположение о существовании мирового эфира, реальность которого никак не удавалось доказать. Наоборот, Майкельсон опытным путем (1881 г.) показал, что мирового эфира не существует. С созданием электромагнитной теории необходимость в его существовании отпала. Поскольку свет представляет электромагнитную волну, носителем его является электромагнитное поле. Такое поле может существовать не только в веществе, но и в вакууме. При распространении света в точках, куда доходит световой луч, начинаются гармонические колебания напряженности электрического поля и индукции магнитного поля, т. е. возникает переменное электромагнитное поле.

Всеобщее признание электромагнитная теория получила после того как в опытах П. Н. Лебедева (1899 г.) было показано, что световое давление на поверхности твердых тел равно давлению, рассчитанному на основании электромагнитной теории.

Однако примерно к этому времени был открыт целый ряд новых явлений, которые никак не удавалось объяснить на основе волновых представлений о природе света. К таким явлениям относились фотоэлектрический эффект, спектры свечения химических элементов, данные о спектре излучения абсолютно черного тела.

Для объяснения спектра излучения абсолютно черного тела М. Планк (1900 г.) выдвинул гипотезу, что излучение и поглощение электромагнитной энергии носит не непрерывный (как это следовало по электромагнитной теории), а *дискретный* (прерывистый) характер. В связи с этим и свет испускается и поглощается не непре-

рывно, а определенными порциями (квантами). По Планку, энергия кванта света зависит от частоты колебаний ν электромагнитной волны и выражается формулой

$$\varepsilon = h\nu, \qquad (241)$$

где $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ *дж·сек* — постоянная Планка.

При создании теории фотоэффекта А. Эйнштейн (1905 г.) развил представления Планка и предложил рассматривать кванты света не просто как порции электромагнитной энергии, но как некоторые световые частицы — *фотоны,* наделенные свойствами частиц вещества, в частности импульсом. От других вещественных частиц фотоны отличаются тем, что могут двигаться только со скоростью, равной скорости света. Так возникла *квантовая теория света,* которая в известной мере явилась развитием корпускулярной гипотезы.

Если волновая и корпускулярная гипотезы противоречат одна другой, то электромагнитная и квантовая теории природы света не отвергают, а дополняют друг друга. Их совместное существование отражает тот факт, что свет по своей природе имеет двойственный характер, обладая как волновыми свойствами, так и свойствами частиц. Позже, уже в настоящее время, было показано, что такую двойственную природу имеют все элементарные частицы (электроны, протоны, нейтроны), из которых состоит вещество.

В одних явлениях (например, поляризация) проявляются волновые свойства света, в других — квантовые (интерференция, дифракция в частности, в фотоэффекте).

§ 209. Вывод формулы линзы по волновой теории. Главный фокус линзы

На рис. 210 изображена собирательная линза L, а линия OO_1 — ее главная оптическая ось. От источника S на линзу падает сферическая световая волна ABC, которая изображена в тот момент, когда она дошла до линзы и точкой B коснулась ее поверхности.

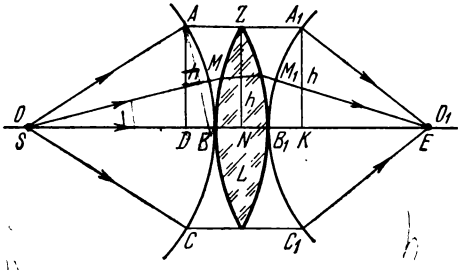


Рис. 210

Если бы скорость света в стекле была такая же, как скорость света в воздухе, то, пройдя через

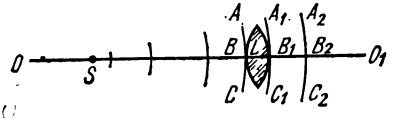


Рис. 211

линзу, волна заняла бы положение $A_1B_1C_1$, а затем $A_2B_2C_2$ и т. д., причем поверхности ABC, $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ были бы концентричны (рис. 211).

Так как скорость света в стекле меньше, чем в воздухе, то путь BB_1, пройденный волной в стекле (см. рис. 210), будет меньше пути AA_1,

пройденного ею за то же время в воздухе. Путь же MM_1, пройденный волной частично в воздухе, частично в стекле, будет больше BB_1, но меньше AA_1.

Вследствие этого, пройдя через линзу, волна изменит свою кривизну. На рис. 210 прошедшая через линзу волна стала вогнутой; преломленные линзой лучи направлены по нормалям к поверхности волны, т. е. являются ее радиусами, которые сходятся в центре кривизны E. Таким образом, точка E является местом, где получилось изображение источника света S.

Обозначим время, в течение которого волна прошла по воздуху расстояние AA_1, через t. В таком случае

$$AA_1 = c_1 t,$$

где c_1 — скорость света в воздухе.

За это же время t волна прошла через стекло расстояние

$$BB_1 = c_2 t,$$

где c_2 — скорость света в стекле. Отношение же

$$\frac{AA_1}{BB_1} = \frac{c_1 t}{c_2 t} = \frac{c_1}{c_2} = n,$$

где n — показатель преломления стекла относительно воздуха, так как отношение синуса угла падения к синусу угла преломления [т. е. показатель преломления n] по волновой теории равно c_1/c_2.

Из последней формулы следует, что

$$AA_1 = BB_1 \cdot n. \qquad (*)$$

Опустим перпендикуляры из точек A, Z и A_1 на главную оптическую ось. Все эти перпендикуляры AD, ZN и A_1K равны между собой. Будем обозначать их буквой h.

Отрезок DB есть стрелка кривизны падающей волны, равная $\delta = \frac{h^2}{2} \cdot \frac{1}{l_1}$, где l_1 — радиус кривизны падающей волны ABC; $BN = \frac{h^2}{2} \cdot \frac{1}{r_1}$ и $NB_1 = \frac{h^2}{2} \cdot \frac{1}{r_2}$ — стрелки кривизны поверхностей линзы (r_1 и r_2 — радиусы кривизны ее поверхностей); B_1K — стрелка кривизны преломленной волны $A_1B_1C_1$, равная $\frac{h^2}{2} \cdot \frac{1}{l_2}$, где l_2 — радиус кривизны преломленной волны.

Из чертежа видно, что

$$AA_1 = DB + BN + NB_1 + B_1K$$

и

$$BB_1 = BN + NB_1.$$

Подставляя в формулу (*) вместо AA_1 и BB_1 их значения, получаем

$$DB + BN + NB_1 + B_1K = n(BN + NB_1),$$

или

$$DB + B_1K = (n-1)(BN + NB_1).$$

Заменяя стрелки кривизны их соответствующими значениями и сокращая общее выражение на множитель $h^2/2$, получим

$$\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right). \tag{242}$$

Произведение $(n-1)\,(1/r_1+1/r_2)$ является характеристикой линзы и носит название ее *оптической силы*. Зная радиусы кривизны линзы и показатель преломления ее вещества, нетрудно вычислить ее оптическую силу, равную

$$\Phi=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right). \tag{243}$$

Эта формула выражает оптическую силу двояковыпуклой линзы (рис. 212, *а*). Для плосковыпуклой линзы (рис. 212, *б*) один из радиу-

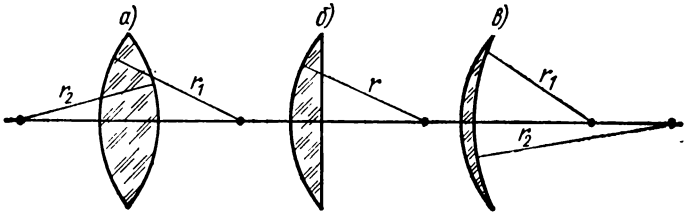


Рис. 212

сов кривизны обращается в бесконечность и формула (243) принимает вид

$$\Phi=(n-1)\frac{1}{r}. \tag{243а}$$

Для выпуклого мениска (рис. 212, *в*) один из радиусов, который относится к вогнутой поверхности, следует считать отрицательным, вследствие чего оптическая сила может быть выражена формулой

$$\Phi=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right). \tag{243б}$$

Сделанный нами вывод (242) выражает формулу линзы и может быть записан следующим образом:

$$\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}=\Phi. \tag{244}$$

Сумма кривизны падающей волны и кривизны преломленной волны есть для данной линзы величина постоянная, равная ее оптической силе.

Чем дальше от линзы расположен источник света, тем больше радиус кривизны падающей на линзу волны, т. е. тем меньше ее кривизна. При бесконечном удалении источника волна становится плоской, т. е. падающие на линзу лучи образуют параллельный пучок. Точка, в которой собираются после преломления лучи, падающие

параллельно главной оптической оси, носит название *главного фокуса линзы,* а расстояние между ним и линзой именуется *фокусным расстоянием* и обозначается буквой f.

Подставляя в формулу (244) вместо $l_1 = \infty$ и заменяя l_2 через f, имеем

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f} = \Phi,$$

или $1/f = \Phi$, откуда

$$f = 1/\Phi. \qquad (245)$$

Из формулы (245) следует, что *оптическая сила линзы равна величине, обратной ее фокусному расстоянию.*

За единицу оптической силы принимают оптическую силу такой линзы, у которой фокусное расстояние равно 1 *м*. Она носит название *диоптрии.*

Подставляя в выражение (244) $\Phi = 1/f$, получаем известную из элементарного курса *формулу Гаусса*:

$$\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} = \frac{1}{f}. \qquad (246)$$

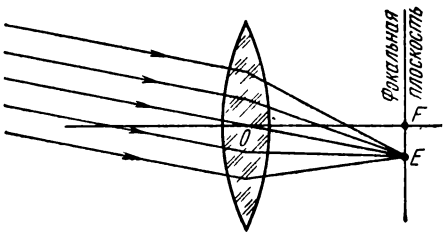


Рис. 213

Изображение бесконечно удаленной точки, находящейся на главной оптической оси линзы, лежит в так называемой *фокальной плоскости,* т. е. в плоскости, проходящей через главный фокус и перпендикулярной оптической оси.

Чтобы получить изображение такой точки, следует провести побочную оптическую ось, параллельную падающему на линзу пучку лучей, и найти точку пересечений этой оси с фокальной плоскостью линзы. В этой точке и получится искомое изображение (точка E на рис. 213).

§ 210. Рассеивающие линзы

Пусть на рассеивающую линзу L падает плоская волна ABC (рис. 214). Так как у рассеивающей линзы посередине толщина меньше, чем у краев, то волна сначала достигнет краев линзы (этот момент показан на рисунке).

Если бы скорость света в стекле линзы была бы такая же, как и в воздухе, то, пройдя линзу, волна заняла бы положение $A_1B_1C_1$. Но скорость света в стекле меньше, чем в воздухе, вследствие чего путь AA_1 или CC_1 по стеклу волна пройдет за бо́льшее время, чем такое же расстояние BB_1, часть которого (BD и KB_1) она проходит по воздуху. В результате этого к моменту, когда волна достигнет (проходя по стеклу) точек A_1 и C_1, в направлении оптической оси

она достигнет не точки B_1, а какой-то более дальней точки N. *Волна станет выпуклой,* т. е. по выходе из линзы лучи образуют расходящийся пучок. Продолжения лучей будут сходиться в центре кривизны волны, т. е. в точке E; эта точка носит название *главного мнимого фокуса линзы.*

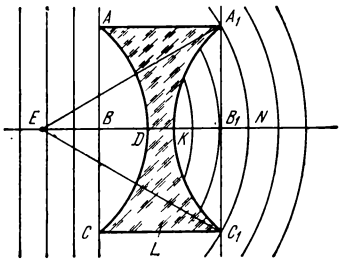


Рис. 214

При приближении источника света к линзе кривизна падающей волны будет возрастать и мнимое его изображение станет приближаться к линзе.

Проводя рассуждения, как в § 209, можно для рассеивающей линзы вывести формулу

$$\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2} = -\frac{1}{f}, \qquad (246а)$$

где фокусное расстояние равно

$$f = \frac{1}{(n-1)\,(1/r_1 + 1/r_2)}.$$

Знак минус перед l_2 и f является результатаом того, что кривизна преломленной волны по сравнению с кривизной волны, прошедшей через собирательную линзу, имеет обратный знак.

§ 211. Построение изображений в линзах

Напомним, как производится построение изображений в линзах. Прежде всего отметим, что для всякой линзы существует точка, называемая *оптическим центром,* лежащая на главной оптической оси и обладающая свойством, что проходящие через нее лучи не меняют своего направления подобно лучам, проходящим через пластинку с параллельными гранями.

Для двояковыпуклой или двояковогнутой линзы с одинаковыми радиусами кривизны обеих поверхностей она лежит посередине линзы. Для линз с различными радиусами кривизны обеих поверхностей оптический центр расположен ближе к поверхности с бо́льшей кривизной. Для плосковыпуклых и плосковогнутых линз оптический центр лежит на пересечении оптической оси

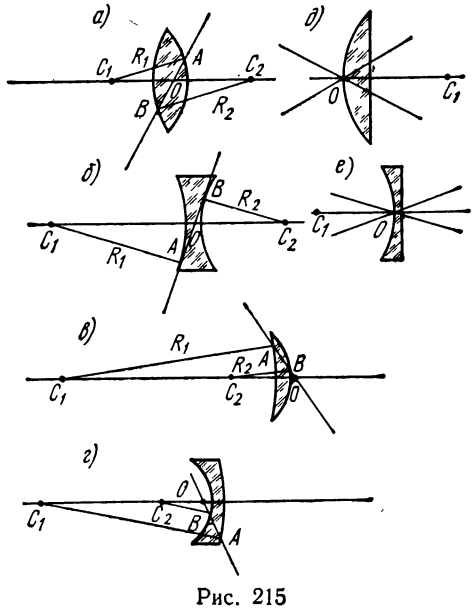


Рис. 215

со сферической поверхностью. Для менисковых линз он лежит вне линзы со стороны той поверхности, для которой кривизна больше. На рис. 215, *а* — *е* показаны положения оптических центров для различных линз и способы их нахождения. Буквами C_1 и C_2 обозначены центры кривизны сферических поверхностей; C_1A — произвольно проведенный радиус кривизны одной из сферических поверхностей линзы; C_2B — параллельно проведенный ему радиус кривизны другой сферической поверхности.

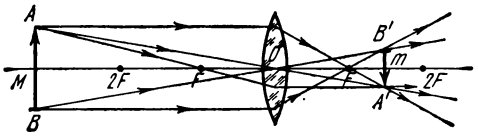


Рис. 216

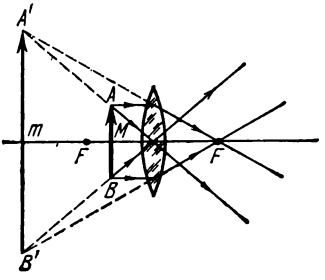


Рис. 217

Лучи, проходящие через точки A и B, как бы проходят через среду, ограниченную параллельными поверхностями. Точка O — оптический центр линзы.

При построении изображения какой-либо точки (A) в линзе из бесчисленного множества лучей, падающих из точки на линзу, выбирают таких два луча, ход которых проще всего установить. Такими лучами обычно служат: 1) луч, проходящий через оптический центр линзы и не меняющий своего первоначального направления; 2) луч, идущий параллельно главной оптической оси; преломившись в линзе, он проходит через ее главный фокус; 3) луч, идущий через главный фокус линзы; по выходе из линзы он пройдет далее параллельно главной оптической оси. Точка A', где пересекутся хотя бы два из трех указанных лучей, будет изображением точки A. На рис. 216 показано получение действительного изображения, а на рис. 217 — мнимого в собирательной линзе; в рассеивающей линзе всегда получаются мнимые изображения (рис. 218).

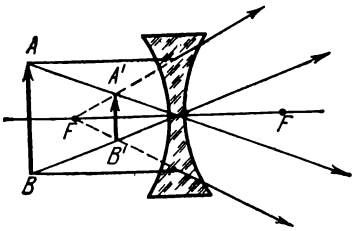


Рис. 218

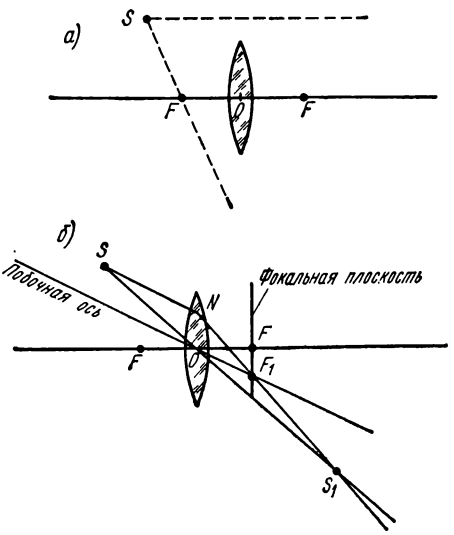


Рис. 219

Действительные изображения всегда бывают перевернутые, а мнимые — прямые.

Рассмотрим случай, когда нельзя воспользоваться лучом, идущим от источника параллельно главной оптической оси, а также лучом, проходящим через главный фокус линзы (рис. 219, *а*).

Из источника S при этом следует провести произвольный луч, падающий на линзу, например луч SN (рис. 219, *б*), а через оптический центр O — параллельную ему побочную оптическую ось. Пучок лучей, параллельных побочной оси, проходит через фокус F_1 линзы, лежащей на этой оси. Следовательно, луч SN после преломления в линзе пройдет через точку F_1. Место пересечения этого луча с продолжением луча SO, проходящего через оптический центр, и дает положение искомого изображения S_1.

§ 212. Недостатки изображений в линзах

При построении изображений был допущен ряд неточностей. Луч, параллельный главной оптической оси, по нашему предположению, преломляется один раз в линзе и идет далее через главный фокус. На самом деле он преломляется дважды: при входе в линзу и при выходе из нее (луч *1* на рис. 220). Луч, проходящий через оптический центр, был принят за прямую линию, а он проходит через линзу как через среду, ограниченную параллельными плоскостями, т. е. смещается параллельно прежнему направлению (луч *2* на рис. 220). Кроме того, и вывод самой формулы линзы является приближенным.

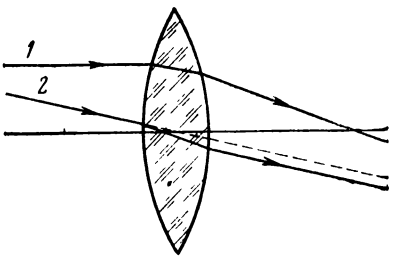


Рис. 220

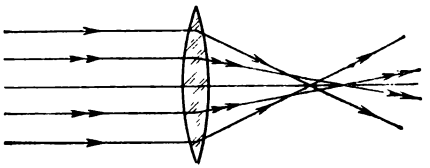


Рис. 221

Чем тоньше линза и чем ближе лучи к главной оптической оси (такие лучи называются параксиальными), тем эти неточности меньше влияют на правильность построения изображений. В оптической технике приходится пользоваться толстыми линзами значительных размеров, применение которых приводит к искажению изображений.

Перечислим наиболее важные, встречающиеся на практике недостатки изображений:

1. *Сферическая аберрация.* Это явление заключается в том, что лучи, удаленные от главной оптической оси, сильнее преломляются линзой, чем лучи, близкие к оси (параксиальные). Вследствие этого имеет место отклонение от гомоцентричности. На рис. 221 показан пучок параллельных главной оптической оси лучей, которые практически не собираются в одной точке, а дают расплывчатое пятно.

2. *Хроматическая аберрация.* Проходя через линзу, белые лучи разлагаются на спектральные цвета так же, как при прохождении через призму. Как следствие дисперсии, изображение белого источника света оказывается на экране окрашенным в спектральные цвета.

3. *Астигматизм.* Изображение прямого источника света, от которого падают на линзу сильно наклоненные к главной оптической оси лучи, получается не в одной плоскости в виде двух искривленных линий.

§ 213. Принцип действия оптических приборов

Чтобы видеть две светлые точки отдельно друг от друга, т. е. можно было различить между ними темный промежуток, необходимо, чтобы лучи, идущие через оптический центр C глаза (рис. 222) к двум соседним возбужденным элементам его сетчатки, образовывали угол α, внутри которого мог бы уместиться хотя бы один невозбужденный элемент. Исследования показали, что угол α должен быть не менее 1′, или около 1/3000 *рад*. Так как лучи проходят оптический центр глаза, не изменяя своего направления, то такой же угол α должен составляться прямыми, проведенными от крайних точек предмета AB через оптический центр C глаза. Этот угол носит название *угла зрения.* Очевидно, он тем меньше, чем меньше линейные размеры самого предмета и чем дальше он от глаза. При небольших размерах этого угла его обычно характеризуют отношением линейных размеров предмета AB к расстоянию до глаза.

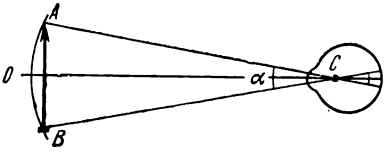


Рис. 222

Таким образом, темный предмет на светлом фоне может быть виден невооруженным глазом, если его линейные размеры не менее 1/3000 расстояния до глаза. Так, при рассмотрении предмета с расстояния 30 *см* можно еще увидеть на нем детали, размеры которых близки к 0,1 *мм*; с расстояния 3 *м* наименьший видимый темный предмет должен быть порядка 1 *мм* и т. д.

Для светлого предмета на темном фоне это положение не имеет места. Необходимо только, чтобы предмет посылал в наш глаз достаточный световой поток. Так, звезды на темном небе видны, несмотря на то что угловые размеры их зачастую значительно меньше указанной величины.

Количество подробностей, которые можно различить при рассмотрении какого-либо предмета, зависит от числа чувствительных элементов сетчатки, перекрываемых изображением этого предмета. При приближении предмета к глазу получается более крупное его изображение. Однако если чрезмерно уменьшить расстояние от предмета до глаза, то аккомодация [1] становится затруднительной и болезнен-

[1] Оптическая система глаза при своем нормальном состоянии дает на сетчатке изображение бесконечно удаленного предмета. При рассмотрении близкого предмета хрусталик увеличивает свою кривизну (аккомодирует) таким образом, чтобы изображение получилось на сетчатке.

ной, а при расстоянии менее 15 *см* даже невозможной. Происходит это потому, что изображение от столь близко расположенного предмета получается за сетчаткой, а оптическая система глаза, несмотря на максимальное усилие аккомодации, не может совместить его с сетчаткой. На сетчатке возникает сильно «размытое» изображение, на котором нельзя различить никаких подробностей.

Если между предметом и глазом поместить собирательную линзу так, чтобы предмет оказался в ее фокальной плоскости, то после прохождения через линзу лучи, исходящие из каждой точки предмета, образуют параллельные пучки, которые дают изображение как раз на сетчатке, так как глаз аккомодирован на бесконечность. Такая линза, прикладываемая к глазу, носит название *лупы*.

Увеличением оптического прибора называется отношение угла зрения, получаемого при помощи прибора, к углу зрения, под которым мы видели бы этот же предмет невооруженным глазом.

Напоминаем формулы увеличения оптических приборов, известные из элементарного курса.

Увеличение лупы

$$\gamma = D/f, \tag{247}$$

где D — расстояние наилучшего зрения (0,25 *м*); f — фокусное расстояние лупы;

увеличение микроскопа

$$\gamma = DL/f_{об}f_{ок}, \tag{248}$$

здесь L — длина тубуса микроскопа; $f_{об}$ и $f_{ок}$ — фокусные расстояния объектива и окуляра;

увеличение телескопа

$$\gamma = f_{об}/f_{ок}. \tag{249}$$

Вопросы и задачи для повторения

252. Луч, падающий под углом 30°, переходит из воды ($n_1 = 1{,}33$) в стекло ($n_2 = 1{,}5$). Найти угол преломления.

253. Луч света прошел в стекле за некоторое время путь длиной 10 *см*. Какой длины путь пройдет он за это время в воде?

254. Скорость света в некотором веществе $2 \cdot 10^{10}$ *см/сек*. Луч света, падая под углом 43°, идет из данного вещества в воздух. Показать на чертеже дальнейший путь луча.

255. Частота колебаний монохроматического света $5 \cdot 10^{14}$ *сек*$^{-1}$. Чему равна длина волны этого света в стекле ($n = 1{,}5$)?

256. Показатели преломления некоторого сорта стекла для красного и фиолетового лучей равны соответственно 1,51 и 1,53. Найти предельные углы указанных лучей в случае падения их на границу стекло ($n = 1{,}5$) — воздух при полном внутреннем отражении.

257. Построить график изменения расстояния l_2 от изображения до линзы в зависимости от расстояния l_1 предмета до линзы, откладывая l_1 по оси X, а l_2 — по оси Y. Фокусное расстояние линзы $f = 50$ *см*.

258. Сделать такое же построение для рассеивающей линзы ($f = 50$ *см*).

259. Определить показатель преломления материала линзы, если радиусы кривизны ее поверхностей равны 50 *см*, а оптическая сила равна +2 *дптр*.

260. Вывести формулу, показывающую связь величины изображения, даваемого собирательной линзой, с величиной предмета, в зависимости от расстояний l_1 и l_2, используя рис. 216.

261. На расстоянии 25 *см* от двояковыпуклой линзы, оптическая сила которой равна 5 *дптр*, поставлен перпендикулярно оптической оси предмет высотой 2 *см*. Найти положение и высоту изображения. Дать чертеж.

262. Плосковыпуклая линза с радиусом кривизны 30 *см* и показателем преломления 1,5 дает изображение предмета с увеличением, равным 2. Найти расстояния предмета и изображения до линзы. Дать чертеж.

263. Фокусное расстояние рассеивающей линзы 30 *см*. Расстояние предмета до линзы 20 *см*. Найти расстояние от линзы до изображения. Каково соотношение между величинами изображения и предмета? Дать чертеж.

264. Расстояние между лампочкой и экраном 1 *м*. На каком расстоянии от лампочки надо поместить линзу с главным фокусным расстоянием 16 *см*, чтобы на экране получилось резкое изображение лампочки? Дать чертеж хода лучей.

265. При наибольшем удалении объектива от пленки фотоаппарат дает резкие снимки предметов, расположенных на расстоянии 1,5 *м* от объектива. С какого наименьшего расстояния можно будет получать резкие снимки, если на объектив насадить линзу с оптической силой, равной $+1$ *дптр*?

266. Почему объектив телескопа берется длиннофокусным, а окуляр — короткофокусным?

ГЛАВА ТРИДЦАТАЯ

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ОПТИКИ

§ 214. Отражение и преломление электронных пучков

При помощи электрических и магнитных полей открывается возможность управлять движением электронных и ионных пучков, что широко используется на практике в катодных осциллографах, электронных микроскопах, телевизорах и пр. Подобно тому как можно заставить пучок световых лучей отражаться, преломляться, собираться или рассеиваться линзой, также возможно, используя электрические и магнитные поля, направлять соответствующим образом электронные и ионные пучки. Раздел физики, изучающий эту область явлений, носит название электронной оптики. Здесь мы кратко коснемся только некоторых основ этой области, рассмотрев в первую очередь явления отражения и преломления пучков электронов или ионов.

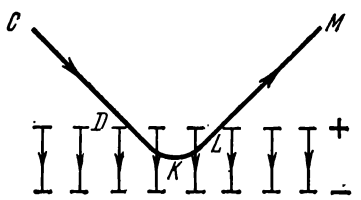


Рис. 223

Пусть имеются две расположенные металлические сетки, к которым приложена разность потенциалов. Электронный пучок движется в направлении CD (рис. 223) и, попав в электрическое поле сетчатого конденсатора, будет испытывать его тормозящее действие. Каждый электрон, попав в пространство между сетками, станет отталкиваться от нижней и притягиваться к верхней сетке. В результате он отклонится по параболе DKL, выходя из поля в направлении LM под таким же углом α, под которым он входил в сетчатый конденсатор. Описанное явление совершенно аналогично отражению световых лучей.

Если приложенная к сетчатому конденсатору разность потенциалов недостаточно велика, чтобы вызвать резкое изменение направ-

ления электронов, то электронный пучок описывает внутри сетчатого конденсатора участок параболы с небольшой кривизной и выходит из поля, лишь несколько изменив направление движения (рис. 224), что аналогично явлению преломления световых лучей.

На рис. 225 показан случай, когда залетающие в сетчатый конденсатор электроны приобретают ускорение; участок параболы получается с кривизной обратного знака по сравнению с кривизной, показанной на рис. 223 и 224. В этом случае также происходит явление преломления электронного пучка.

Можно доказать, что отношение синуса угла падения к синусу угла преломления, так же как и при преломлении световых лучей, есть величина постоянная. Если электроны, перед тем как достигнуть сетчатого конденсатора, прошли разность потенциалов U, то приобретенная ими скорость v_1, с которой они входят в электрическое поле, может быть найдена из формулы

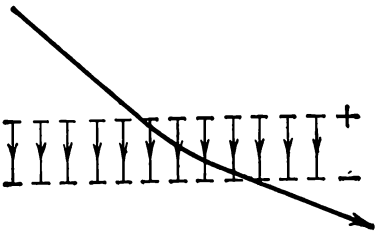


Рис. 224

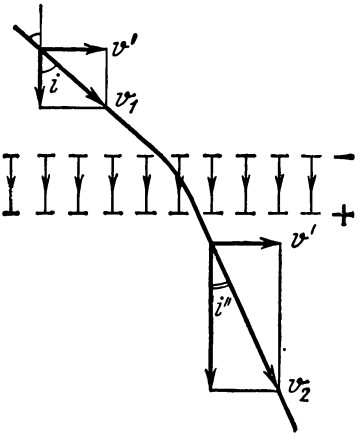


Рис. 225

$$\frac{mv_1^2}{2} = eU.$$

Если разность потенциалов ΔU между пластинами конденсатора вызвала торможение электронов, то они вылетают из поля со скоростью v_2, причем

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = e \cdot \Delta U.$$

Разделив второе равенство на первое, имеем

$$1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{\Delta U}{U},$$

или

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 - \frac{\Delta U}{U}}. \qquad (*)$$

Учитывая, что составляющая скорости движения электронов, направленная перпендикулярно силовым линиям, не изменилась и

для падающего потока (см. рис. 225) равна

$$v' = v_1 \sin i,$$

где i — угол падения, а для выходящего потока

$$v' = v_2 \sin i'',$$

где i'' — угол преломления, имеем

$$v_1 \sin i = v_2 \sin i'',$$

откуда

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin i}{\sin i''}.$$

Отношение же синуса угла падения к синусу угла преломления есть показатель преломления второй среды относительно первой, т. е.

$$n = \frac{\sin i}{\sin i''} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Заменяя отношение v_2/v_1 соответствующим выражением из формулы (*), получаем

$$n = \sqrt{1 - \Delta U/U}. \qquad (250)$$

Для данного сетчатого конденсатора (ΔU = const) и для электронов, имеющих одинаковую

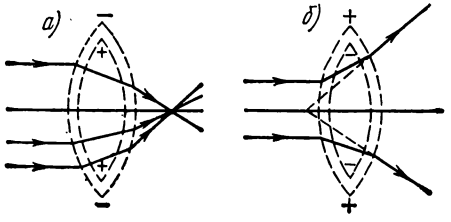


Рис. 226

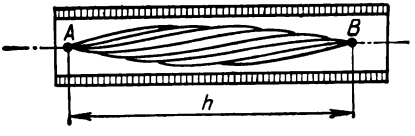


Рис. 227

скорость, т. е. предварительно прошедших одну и ту же разность потенциалов (U = const), показатель преломления есть величина постоянная:

$$n = \frac{\sin i}{\sin i''} = \text{const}.$$

Придавая сетчатому конденсатору форму линзы и создавая разность потенциалов, ускоряющую движение пучка электронов, получим электронную собирательную линзу (рис. 226, *а*). При разности потенциалов в сетчатом конденсаторе, вызывающей торможение электронного пучка, линза будет действовать как рассеивающая (рис. 226, *б*).

Ранее было отмечено, что в однородном магнитном поле все электроны или ионы, летящие в одном направлении, совершают движение

по винтовым линиям, причем время полного оборота частицы не зависит от скорости их продольного перемещения. Следовательно, шаг винта h будет одинаковым для всех частиц, движущихся с одинаковыми продольными скоростями в магнитном поле. Таким образом, все частицы, вылетевшие из точки A (рис. 227) и имеющие одинаковую скорость v_1 (см. § 165) в однородном магнитном поле, будут сфокусированы в точке B на расстоянии $AB = h$.

Для получения увеличенного изображения надо использовать поле коротких катушек. Такая «магнитная линза» действует на поток электронов, пролетающих внутри катушки, и собирает расходящийся электронный пучок в одну точку подобно тому, как стеклянная линза собирает световые лучи.

§ 215. Электронный осциллограф

Из приборов, в которых используется электронная оптика, рассмотрим наиболее простой, а именно *электронный осциллограф*.

Электронный осциллограф (рис. 228) служит для наблюдения и изучения формы кривой электронных колебаний. В левом конце вакуумной трубки находится катод K в виде спирали, нагреваемой от батареи накала $B_н$ и являющейся источником электронов. Две диафрагмы D_1 и D_2 с круглыми отверстиями посередине соединены с плюсом анодной батареи $B_а$, минус которой соединен с катодом. Созданное анодной батареей напряжение ускоряет электроны, выделившиеся вследствие термоэлектронной эмиссии из катода K. Катод окружен фокусирующим цилиндром Q, который имеет такой же отрицательный потенциал, как и сама проволочная спираль K. Вылетевшие из катода электроны отталкиваются стенками цилиндра, движутся в виде узкого пучка, который, пролетев через диафрагмы, попадает в правую часть трубки, оставляя светящийся след на флуоресцирующем экране $Э$.

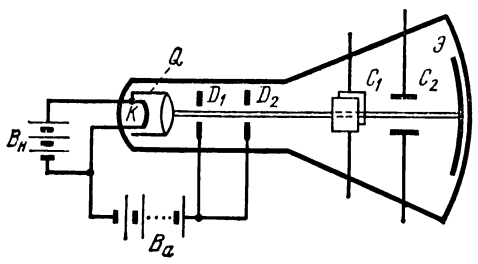


Рис. 228

На своем пути электроны пролетают через два плоских конденсатора C_1 и C_2, пластины которых расположены взаимно перпендикулярно. Конденсатор C_1 вызывает отклонение катодного пучка в горизонтальном направлении (вправо или влево), конденсатор C_2 — в вертикальном направлении (вверх и вниз). К конденсатору C_1 подается переменное напряжение, изменение которого происходит пропорционально времени, вследствие чего электронный пучок перемещается в горизонтальном направлении с некоторой постоянной скоростью, пробегая по флуоресцирующему экрану определенное число раз в секунду. Если бы к конденсатору C_2 не было приложено напряже-

ние, то на экране можно увидеть горизонтально расположенную светящуюся полоску. Такой процесс называется развертко по времени. К конденсатору C_2 подается переменное напряжение U_x, характер изменения которого подлежит изучению. В результате одновременного смещения электронного пучка в двух взаимно перпендикулярных направлениях на экране получается кривая, дающая график $U_x = f(t)$, т. е. позволяющая наблюдать характер электрических колебаний.

§ 216. Электронный микроскоп

В электронных микроскопах предмет рассматривается либо в проходящих, либо в отраженных лучах; в связи с этим электронные микроскопы делятся на просвечивающие и отражательные.

Принцип действия отражательных микроскопов основан на том, что электроны различно отражаются от тех поверхностей, на которые падают. Отраженные от исследуемой поверхности электроны направляются в электронные линзы, и мы видим на фотопластинке или на экране эту поверхность сильно увеличенной.

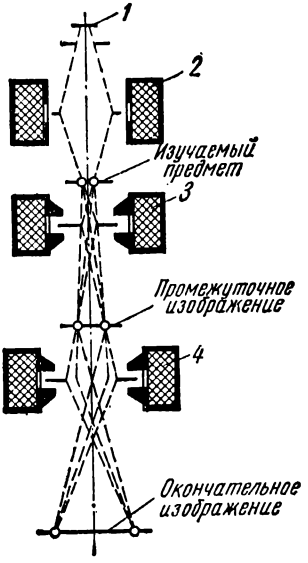


Рис. 229

В просвечивающих микроскопах рассматриваемый предмет помещается обычно на тонкую коллодиевую пленку. Падая на пленку и на исследуемый предмет, электронный пучок рассеивается, т. е. электроны изменяют направление своего движения, разлетаясь под разными углами. Только часть электронов не изменяет своего первоначального направления или мало его изменяет. Эти электроны и создают на экране изображение. Так как поток электронов рассеивается тем больше, чем толще слой вещества, то электроны, прошедшие через более толстый слой материала, дают на экране менее яркий след, чем электроны, прошедшие через пленку.

На рис. 229 дана схема действия просвечивающего электронного микроскопа. В приборе три магнитные «линзы». Первая линза *2*, называемая конденсорной, собирает электроны, вылетающие из электронной пушки *1*, в узкий пучок и направляет их на рассматриваемый предмет.

После того как электроны пройдут через изучаемый предмет и в зависимости от толщины встречного слоя испытают в различной степени рассеяние, они попадают на вторую магнитную «линзу» *3*, именуемую, как и в оптическом микроскопе, объективом. Объек-

тив дает изображение. При помощи третьей магнитной линзы *4*, именуемой проекционной, на светящемся экране или фотопластинке получается окончательное изображение.

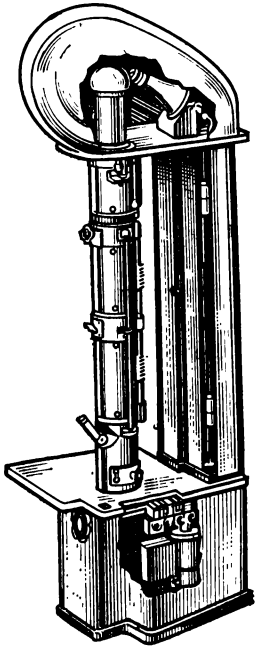


Рис. 230

В просвечивающем электронном микроскопе также изучается строение поверхностей, в частности металлов. Для этого на исследуемую поверхность наносится тонким слоем специальный лак. После высыхания образовавшуюся пленку отделяют; при этом на ней запечатлевается строение поверхности металла. Полученный отпечаток (реплика) изучается в электронном микроскопе.

Принципиальное отличие электронного микроскопа от оптического заключается в том, что в оптическом микроскопе изображение, даваемое объективом, рассматривается в окуляр, который в свою очередь дает мнимое, еще раз увеличенное изображение, а в электронном микроскопе последняя магнитная «линза», играющая роль окуляра, проецирует на экран действительное увеличенное изображение.

Внешний вид электронного микроскопа показан на рис. 230. Увеличение таких микроскопов достигает сотен тысяч раз.

ГЛАВА ТРИДЦАТЬ ПЕРВАЯ

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

§ 217. Сущность явления интерференции света

В § 196 было указано, что интерференцией называется явление, вызванное наложением двух систем волн. При этом волны в некоторых местах усиливают, а в некоторых ослабляют друг друга.

Если на поверхность воды одновременно бросить два камня, то можно увидеть интерференцию водяных волн; интерференция звуковых волн может быть получена от двух любых источников, дающих колебания одинаковой частоты. Значительно труднее наблюдать интерференцию света. Она не может быть обнаружена в том случае, если системы волн создаются различными источниками света, например двумя различными лампами накаливания. Причина этого заключается в том, что источником световых колебаний являются отдельные атомы тела и в определенный момент в данной точке сходятся колебания, созданные всей совокупностью атомов, излучающих свет. Через промежуток времени порядка 10^{-8} *сек* эти колебания затухают, и

в данную точку приходят колебания, вызванные другой совокупностью атомов, которые в этот момент излучают свет.

Как известно, в каждой точке пространства, до которой доходит световой луч, возникают перпендикулярно ему колебания вектора электрической напряженности E и вектора магнитной индукции B, причем если направление распространения волны соответствует оси X, то направления колебаний векторов E и B происходят по осям Y и Z. Будем рассматривать в основном колебания вектора E, которые воспринимаются нашим глазом. Но через данную точку к оси X можно провести бесчисленное множество перпендикуляров. Пусть в некоторый момент колебания $\vec{E}$ происходят в направлении AB (на рис. 231 показано сечение луча световой волны SO перпендикулярной ему плоскостью Q). Через промежуток времени порядка 10^{-8} *сек* в эту точку придут колебания от некоторой другой совокупности атомов, в данное мгновение излучающих свет. При этом изменится не только начальная фаза, но и направление колебаний $\vec{E}$. Они будут происходить, например, в направлении CD, в следующий момент — в направлении KL и т. д. Эти изменения фазы и направления колебаний $\vec{E}$ происходят хаотически, так как атомы в теле излучают не согласованно.

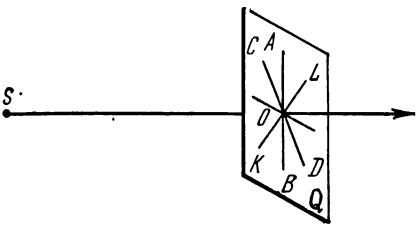


Рис. 231

Вполне понятно, что если в точку O падают две волны от двух различных источников, то в каждом из них происходит (даже при одинаковой частоте) независимо от другого беспорядочное изменение колебаний $\vec{E}$ как по фазе, так и по направлению.

Пусть в некоторый момент времени две волны с одинаковым направлением колебания и разностью фаз, равной $2\pi n$ ($n = 0, 1, 2, \ldots$), достигли точки O. Очевидно, колебания в этот момент максимально усилят друг друга. Однако через 10^{-8} *сек* эти колебания изменятся как по фазе, так и по направлению и результат их сложения получится иной, в следующий момент он снова изменится и т. д., а в некоторый момент колебания могли погасить друг друга. Наш глаз не успевает уследить за столь быстрыми изменениями освещенности и воспринимает некоторую среднюю освещенность, которая оказывается равной сумме освещенностей, создаваемых этими источниками в отдельности.

Для того чтобы картина интерференции была *устойчивой*, необходимо иметь такие два источника света, которые бы при одинаковой частоте колебаний создавали бы в любой момент времени в каждой точке пространства колебания, происходящие в одинаковых направлениях и с неизменной разностью фаз. Такие источники носят название *когерентных* («cohaerere» — по-латински «находиться в связи»).

§ 218. Способы получения когерентных источников. Интерференционная картина

Два различных источника света, как правило, не когерентны. Однако *получить когерентные источники можно сравнительно легко, если от одного источника при помощи какой-либо оптической установки образовать два его изображения.*

Классическим способом получения когерентных источников является использование *зеркал Френеля* (рис. 232). Два плоских зеркала из черного стекла[1] располагаются с малым наклоном друг к другу, т. е. под углом, близким к 180°. В каждом зеркале получаются мнимые изображения S_1 и S_2 источника света S, расположенные близко друг к другу и являющиеся когерентными. Отражаясь от каждого из зеркал, падающие на них световые волны от источника S идут далее таким образом, что продолжения лучей, вдоль которых распространяются волны, сходятся в точках S_1 и S_2. Ширма M защищает экран от непосредственного падения на него лучей от источника S.

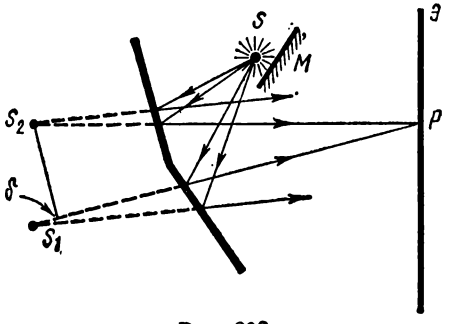


Рис. 232

Падая на экран $Э$, световые лучи от когерентных источников S_1 и S_2 создают устойчивую интерференционную картину в виде чередующихся светлых и темных полос (интерференционных максимумов и минимумов освещенности).

В данной точке P экрана будет наблюдаться максимум, если разность хода

$$\delta = S_1P - S_2P = 2n\frac{\lambda}{2} \quad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

т. е. составляет четное число полуволн, и получится минимум, если разность хода

$$\delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2},$$

т. е. равна нечетному числу полуволн.

Вычислим разность хода δ. Пусть расстояние между источниками S_1 и S_2 равно d, а расстояние от источников до экрана будет l, причем $d \ll l$ (рис. 233).

Для точки O на экране, равноудаленной от источников S_1 и S_2, разность хода лучей S_1O и S_2O равна нулю, т. е. в результате интер-

[1] Зеркала изготовлялись из черного стекла для того, чтобы каждое из них давало только по одному мнимому изображению. Обычное зеркало с амальгамированной задней поверхностью дает два мнимых изображения — одно (более яркое), созданное продолжением лучей, отраженных от задней поверхности, и другое (более слабое), созданное продолжением лучей, отраженных от передней поверхности.

ференции эта точка будет максимально освещена (максимум нулевого порядка).

Определим расстояния x до тех точек P, в которых будут наблюдаться следующие интерференционные максимумы. Из прямоугольных треугольников S_1PN и S_2PM имеем:

$$(S_1P)^2 = l^2 + (x + d/2)^2;$$
$$(S_2P)^2 = l^2 + (x - d/2)^2,$$

откуда

$$(S_1P)^2 - (S_2P)^2 = (S_1P - S_2P)(S_1P + S_2P) = 2xd.$$

Поскольку $d \ll l$, можно положить $S_1P + S_2P \approx 2l$. Так как $S_1P - S_2P = \delta$, то окончательно имеем

$$\delta = \frac{xd}{l}.$$

Таким образом, расстояние x до точек, в которых наблюдаются максимумы, найдется из условия

$$\frac{xd}{l} = 2n\frac{\lambda}{2},$$

откуда

$$x = \frac{n\lambda l}{d}; \qquad (251)$$

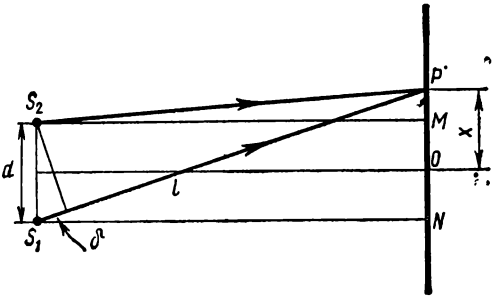


Рис. 233

а расстояние x до точек, где наблюдаются минимумы, — из условия

$$\frac{xd}{l} = (2n + 1)\frac{\lambda}{2},$$

откуда

$$x = (2n + 1)\frac{\lambda l}{2d}. \qquad (252)$$

Таким образом, на экране получится чередование максимумов и минимумов освещенности с постепенным переходом от света к тени.

Пользуясь формулой (251), по измеренным значениям x, d и l можно определить длину световой волны λ.

Для того чтобы интерференционные полосы были отчетливо видны, требуется, чтобы расстояние l от источников до экрана было в десятки тысяч раз больше, чем расстояние d между самими источниками (только в этом случае x имеет достаточно большое значение, чтобы различить интерференционные полосы невооруженным глазом). Часто картину интерференции рассматривают при помощи микроскопа.

Как же будут выглядеть на экране равно освещенные места?

Все точки пространства, для которых разность хода волн, т. е. разность расстояний от двух когерентных монохроматических источников света S_1 и S_2 до соответствующего места экрана, одинакова, будут равно освещены. Такое геометрическое место точек, для которых разность расстояний от двух

заданных точек есть величина постоянная, является поверхностью двуполостного гиперболоида. Плоскость экрана пересекает все эти двуполостные гиперболоиды и в сечении получается ряд гиперболических линий (рис. 234). Вследствие этого на *экране получается семейство темных и светлых гипербол с постепенными переходами от света к тени.* Если расстояние от экрана до источников света S_1 и S_2 велико, а источники расположены близко друг к другу ($d \ll l$), то искривление гиперболических полос в средней части экрана, заштрихованной на рис. 234, невелико и они будут близки к параллельным прямым.

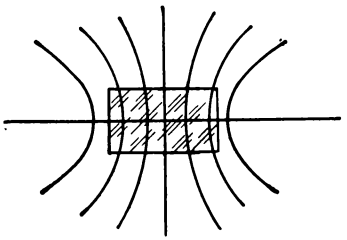


Рис. 234

От когерентных источников света, дающих немонохроматические волны, например от источников белого света, на экране получится ряд гиперболических радужных полос. В тех точках экрана, где разность хода волн окажется, например, равной нечетному числу длин полуволн для некоторых определенных волн (например, для красных с длиной волны 0,7 *мкм*), эти волны будут погашены и на экране получится окраска в дополнительный цвет, т. е. в зеленый. В тех местах, где будут погашены волны желтого цвета, окраска будет в дополнительный желтому, т. е. в синий цвет, и т. д.

§ 219. Цвета тонких пленок

Тонкие слои прозрачных веществ при освещении их белым светом бывают окрашены в радужные цвета, при этом окраска изменяется в зависимости от угла падения светового потока и толщины самого слоя. Так происходит «игра цветов» у пленок мыльных пузырей, у слоев мазута или масла, растекающихся на поверхности воды, в перламутровых раковинах и т. д.

На рис. 235 изображена тонкая прозрачная пластинка (в сильно увеличенном виде), ограниченная параллельными плоскостями. На эту пластинку падает под некоторым углом падения i плоская световая волна, т. е. пучок параллельных лучей. Луч *1*, упавший в точку A, частично отразится, частично преломится и пойдет в направлении AC. В точке C он частично преломится, частично отразится и попадет в точку B. Но в точку B приходит другой луч *2* той же плоской волны, поэтому в точке B произойдет интерференция луча *1* и луча *2*. Если пленка освещается монохроматическими лучами, то в зависимости от разности хода δ будет иметь место либо усиление света, либо ослабление и точка B окажется освещенной сильнее либо слабее соседних точек.

Если освещение производит источник белого света, то в результате интерференции волны какой-то определенной длины окажутся

погашенными и мы увидим эту часть пленки окрашенной в дополнительный цвет. Интерференционная картина будет наблюдаться как для отраженного от пленки света (луч *3*), так и для света, прошедшего через пленку (луч *4*).

Вычислим разность хода волн, с которой они достигают точки B. Точки A и A' принадлежат фронту падающей плоской волны, поэтому они имеют одинаковую фазу. Прежде чем достичь точки B, луч *1* проходит в веществе пленки путь $AC + CB$. За это время луч *2* проходит в воздухе путь $A'B$. Разность хода δ между ними равна

$$\delta = (AC + CB)\, n - A'B,$$

где n — показатель преломления вещества пленки относительно воздуха. Он вводится потому, что необходимо вычислять не геометрическую, а так называемую *оптическую разность хода лучей*. Оптическим путем называется длина пути, которую проходит свет в вакууме за то же время, которое он затрачивает в среде. Очевидно, для среды с коэффициентом преломления n оптический путь в n раз больше, чем в вакууме.

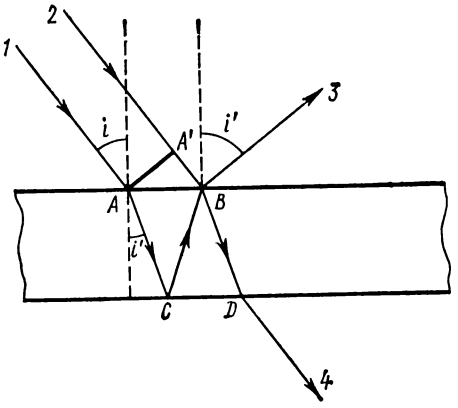


Рис. 235

С помощью тригонометрических формул можно выразить AC, CB и $A'B$ через толщину пленки d и угол падения i. Окончательно будем иметь

$$\delta = 2dn\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} = 2dn\cos i'' \quad (i'' - \text{угол преломления}). \quad (253)$$

В зависимости от величины оптической разности хода δ получится тот или иной результат интерференции.

При рассмотрении пленки в отраженном свете необходимо при расчете разности хода учитывать потерю полуволны при отражении луча *2* от поверхности пленки (отражение от более плотной среды). Поэтому в отраженном свете условие максимума для света с длиной волны λ запишется так:

$$2dn\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} + \frac{\lambda}{2} = 2n\frac{\lambda}{2} \quad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots), \quad (253\ \text{а})$$

а условие минимума — соответственно так:

$$2dn\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} + \frac{\lambda}{2} = (2n + 1)\frac{\lambda}{2} \quad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \quad (253\ \text{б})$$

Те же явления усиления или ослабления монохроматических волн или «игры цветов» при освещении пленки белым светом будут происходить, если рассматривать пленку в проходящем свете. При этом потери полуволны не происходят, как при наблюдении интерференции при отражении.

§ 220. Кольца Ньютона

Явление, аналогичное игре цветов в тонких пленках, получается, если взять плоскопараллельную пластинку AB (рис. 236) и положить на нее плосковыпуклую линзу CD с весьма малой кривизной. Слой воздуха между ними будет играть роль тонкой пленки, и вокруг точки касания O выпуклой поверхности линзы и пластинки можно увидеть ряд колец (кольца Ньютона). При освещении монохроматическим светом это будут темные и светлые кольца (рис. 237), а при освещении белым светом — радужные кольца.

Явление можно наблюдать при рассмотрении колец как в отраженном свете, если поместить источник в точку M (рис. 238) и смотреть в направлении OA, так и в преломленном, если поместить источник в точку N и смотреть в том же направлении OA. При этом

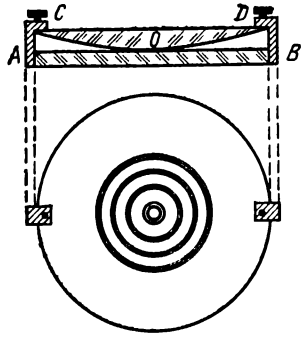


Рис. 236

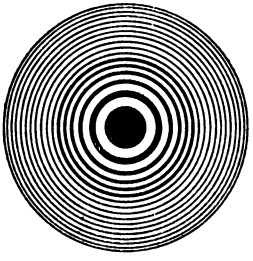


Рис. 237

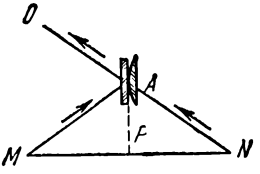


Рис. 238

те кольца, которые казались темными при отражении, кажутся светлыми в проходящем (преломленном) свете, и наоборот. При освещении белым светом кольца окрашиваются в отраженных лучах в дополнительный цвет тому, который был при рассмотрении их в проходящем свете. Эту *инверсию,* т. е. смену цветов, легко объяснить, если вспомнить о потере полуволны при отражении волн от среды более оптически плотной.

Воспользуемся формулой (253). При падении волн перпендикулярно поверхности стекла угол падения i и угол преломления i'' будут равны нулю и $\cos i''$ обратится в единицу, а разность хода лучей δ станет равной $2d$, т. е. удвоенной толщине воздушной прослойки. Все точки, имеющие одинаковую толщину воздушного слоя, будут находиться в одинаковых условиях. Для сферической линзы одинаковая толщина воздушного слоя будет соответствовать точкам, находящимся на равном расстоянии от места соприкосновения линзы с плоскопараллельной пластинкой. В результате вокруг этой точки расположатся темные и светлые или радужные кольца в виде концентрических окружностей.

Определим связь между радиусом кольца и толщиной соответствующего слоя воздуха. Обозначим радиус кривизны линзы через R, радиус соответствующего кольца — через r_n (рис. 239). Из прямоугольного ΔOCD имеем

$$R^2 = r_n^2 + (R - d)^2.$$

Пренебрегая членом d^2 ввиду малости толщины воздушного клина, получаем

$$d \approx \frac{r_n^2}{2R}.$$

В отраженном свете (с учетом потери полуволны при отражении) разность хода δ равна:

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = \frac{r_n^2}{R} + \frac{\lambda}{2}.$$

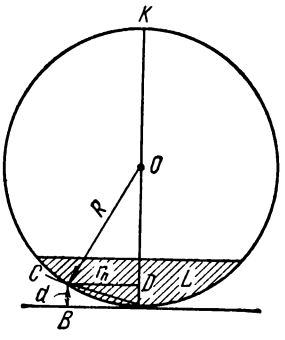


Рис. 239

Темные кольца получаются в тех местах, где

$$\delta = \frac{r_n^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \quad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

откуда можно получить

$$\lambda = \frac{r_n^2}{nR}, \qquad (254)$$

где n — порядковый номер соответствующего темного кольца.

Измеряя радиусы соответствующих темных колец r_n и зная радиус кривизны R линзы, можно найти длину волны монохроматического света, падающего на линзу.

Если источник света испускает монохроматические волны, то в проходящем свете темные кольца получаются в тех местах, где в отраженных лучах наблюдались светлые кольца, и наоборот. В связи с этим в точке касания линзы плоскопараллельной пластинки возникает светлое кольцо.

§ 221. Интерферометры

Приборы, в которых используются явления интерференции, носят название *интерферометров*.

В интерферометре одной из наиболее распространенных систем Майкельсона монохроматическая световая волна SO (рис. 240) встречает на своем пути слегка посеребренную полупрозрачную пластинку A, расположенную под углом 45°. При этом волна частично отражается от пластинки и падает на зеркало *1*, частично проходит через нее и падает на зеркало *2*; волны, отраженные от этих зеркал (оба зеркала расположены перпендикулярно падающим на них лучам), вновь возвращаются обратно. Волна, отраженная от зеркала *1*, частично проходит через пластинку A и идет в направлении ON к глазу наблюдателя; точно так же волна, отраженная зеркалом *2* и полупрозрачной пластинкой A, идет в этом же направлении и интерферирует с первой. На экране возникает интерференционная картина в виде темных и светлых полос.

Если одно из зеркал (например, *1*) оставить неподвижным, а второе *2* прикрепить к телу, деформация которого изучается, то при всяком перемещении зеркала *2* на расстояние, равное 1/2 длины све-

товой волны, разность хода интерферирующих волн изменится на λ, так как ее путь меняется на $\lambda/2$ как для падающей на зеркало, так и для отраженной от него волны, т. е. всего на $2 \cdot \lambda/2$. В результате этого картина интерференции на экране сдвинется на целую полосу.

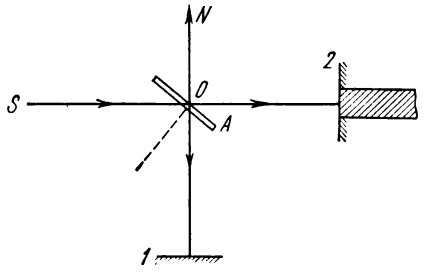


Рис. 240

При медленном передвижении зеркала *2* можно считать полосы, проходящие через натянутую нить, проецирующуюся на экран, и при этом чрезвычайно точно измерить величину деформации. Таким образом с точностью до долей длины световой волны была измерена длина метра. Она оказалась равной 1 553 164,13 длины волны красной линии кадмия.

Решением XI Генеральной конференции по мерам и весам принято следующее определение метра: *метр есть длина, равная 1 650763,73 длины волн в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ атома криптона-86.*

Советский ученый В. П. Линник сконструировал интерферометр для микроскопического исследования металлических и других полированных поверхностей.

В технике получили широкое применение так называемые газовые интерферометры для выяснения присутствия в воздухе того или иного газа. Они основаны на том принципе, что при появлении в воздухе какого-либо газа меняется его показатель преломления, вследствие чего в приборе происходит смещение интерференционных полос.

Водяной интерферометр позволяет аналогичным путем определить присутствие в воде солей и их количество.

§ 222. Отрицательный результат опытов Майкельсона

Описывая работы с интерферометром Майкельсона, мы не учитывали того обстоятельства, что они проводились на Земле, которая движется в мировом пространстве, причем средняя скорость ее перемещения по орбите вокруг Солнца составляет примерно $3 \cdot 10^4$ *м/сек*. Вследствие этого надо было ожидать, что световые сигналы (электромагнитные волны) будут достигать наблюдателя с различной скоростью в зависимости от направления движения Земли по отношению к направлению распространения света.

Рассмотрим некоторые случаи исходя из предположения, что Земля движется относительно неподвижного эфира, в котором происходит распространение света.

1. Если свет от источника распространяется навстречу движущемуся наблюдателю, то их относительная скорость должна (согласно основным положениям классической механики)

составлять $(c + v)$, где c — скорость света, а v — скорость наблюдателя, который вместе с Землей движется навстречу световому сигналу.

2. Если, наоборот, свет распространяется в том же направлении, в котором движется наблюдатель, т. е. догоняет его, то относительная скорость света должна составлять $(c - v)$.

3. Более сложный случай, когда движение Земли происходит перпендикулярно направлению распространения света, приведен на рис. 241. Пусть световая волна распространяется из S, где находятся наблюдатель и источник света, к зеркалу N. Если бы Земля была неподвижна, то луч света прошел бы расстояние от S до зеркала, т. е. $l = SN$, но за это время зеркало успеет переместиться в положение N_1 и луч света пройдет расстояние $SN_1 = l_1$. После отражения от зеркала свет пройдет обратно расстояние N_1S_2, так как наблюдатель окажется в точке S_2.

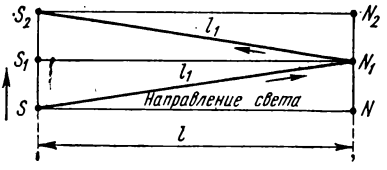


Рис. 241

Так как расстояния SN_1 (к зеркалу) и N_1S_2 (обратно) свет проходит со скоростью c, а перемещения Земли, происходящие со скоростью v, в это время составят SS_1 и S_1S_2, то относительная скорость света должна быть равна $\sqrt{c^2 - v^2}$.

Казалось бы, изменения относительной скорости света в разных направлениях должны были сказаться на результате опыта Майкельсона.

Пусть (см. рис. 240) направление луча от пластинки A к зеркалу *2* совпадает с направлением движения Земли, тогда направление луча от этой же пластинки к зеркалу *1* будет перпендикулярно направлению движения Земли.

Время t_1, за которое луч света пройдет расстояние l от пластинки A до зеркала *2*, равно

$$t_1 = l/(c - v),$$

а в обратном направлении

$$t_2 = l/(c + v).$$

Общее время на прохождение светового луча туда и обратно, т. е. расстояния $2l$, составит

$$t = t_1 + t_2 = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v} = \frac{2l}{c\,(1 - v^2/c^2)}.$$

Время, которое затратит световой луч, проходя такое же расстояние l от пластинки A до зеркала *1* в направлении, перпендикулярном направлению движения Земли, равно

$$t_1' = l/\sqrt{c^2 - v^2}$$

и в обратном направлении будет такое же время $t'_2 = t'_1$. Общее же время составит

$$t' = t'_1 + t'_2 = 2t'_1 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Следовало ожидать, что неравенство времени t и t' вызовет возникновение разности хода волн, что произведет смещение интерференционных полос, величина которого могла бы быть обнаружена прибором. Однако опыт Майкельсона дал отрицательный результат: никакого ожидаемого смещения интерференционных полос не наблюдалось. Этот опыт был произведен в 1881 г. и многократно повторялся самим Майкельсоном совместно с Морлеем, а в дальнейшем другими учеными и во всех случаях приводил к заключению, что смещения полос интерференции не происходит, вследствие этого можно было сделать вывод, что гипотеза неподвижного эфира не оправдалась, и никакими опытами на Земле нельзя обнаружить движения Земли в пространстве.

§ 223. Возникновение теории относительности

Попытка решить возникшее противоречие между ожидаемым смещением интерференционных полос в опыте Майкельсона и отсутствием этого явления при проведении эксперимента была впервые сделана Лоренцом в 1896 г. и независимо от него Фицджеральдом, окончательное же решение вопроса было дано Эйнштейном в 1905 г. в созданной им теории относительности.

В результате обобщения данных, взятых из многочисленных экспериментов, Эйнштейн пришел к следующим заключениям:

1. *Во всех системах, находящихся в равномерном прямолинейном движении относительно друг друга, все явления происходят так же, как они происходили бы, если системы сохраняли относительный покой.*

2. *Во всех системах, находящихся в равномерном прямолинейном движении относительно друг друга, скорость света по всем направлениям одна и та же, т. е. она не зависит от движения системы.*

Следствием из этих выводов являются положения об относительности измерений длины и времени в движущихся системах:

а) длина l тела, движущегося относительно некоторой координатной системы со скоростью v, равна

$$l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2}, \qquad (255)$$

где l_0 — та длина, которую имело бы тело, если бы оно было неподвижно относительно этой системы. Таким образом, *длина движущегося тела в* $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ *раз меньше длины неподвижного тела;*

б) *время, отсчитанное по часам, покоящимся по отношению к некоторой системе координат, не совпадает со временем, отсчитанным между теми же двумя моментами, в случае если оно измеряется часами,*

движущимися по отношению к той же координатной системе, причем оно течет тем медленнее, чем быстрее движется система, т. е.

$$t=\frac{t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}; \tag{256}$$

в) масса m тела, движущегося относительно координатной системы со скоростью v, равна

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \tag{257}$$

где m_0 — масса, которую имело бы тело, если бы оно было неподвижно относительно этой системы. Следовательно, *с увеличением скорости движения масса тела возрастает;*

г) *скорость с света в вакууме является предельно большой скоростью.*

Все поправки, выраженные формулами (255), (256) и (257), не имеют реального значения для тех скоростей, с которыми обычно приходится встречаться в технике, вследствие малости их значений (скорости движений поездов, теплоходов, движущихся частей машин и др.) по сравнению со скоростью света. В результате этого при решении большинства инженерных задач можно применять классическую механику Ньютона.

§ 224. Явление Допплера для световых волн

Всем известно, что свисток приближающегося паровоза воспринимается как более высокий звук, чем свисток того же паровоза, неподвижно стоящего относительно слушателя. Наоборот, при удалении источника звука он воспринимается как более низкий. Это явление носит название *эффекта Допплера.*

Эффект Допплера должен иметь место и для световых волн. Однако надо учитывать, что если источник света и наблюдатель совместно движутся в пространстве с одинаковой скоростью, то, как показал опыт Майкельсона, это движение не может быть обнаружено. Поэтому явление Допплера проявляется только тогда, когда источник света и наблюдатель движутся относительно друг друга.

Вследствие того что при всех опытах, которые неоднократно проводились для обнаружения этого явления, скорость передвижения тела была весьма мала по сравнению со скоростью света, эффект Допплера долгое время не удавалось обнаружить. Положительного результата добился впервые А. А. Белопольский в 1900 г.

Формула для частоты ν' воспринимаемых наблюдателем световых волн, если источник света испускает волны с частотой ν и имеет относительную скорость v, имеет вид

$$\nu'=\nu\sqrt{\frac{1\mp v/c}{1\pm v/c}}. \tag{258}$$

Знаки «+» в числителе и «—» в знаменателе соответствуют относительной скорости источника света и наблюдателя при их взаимном сближении, а при их удалении знаки обратные.

Так как скорость v всегда бывает весьма мала по сравнению со скоростью света, то при преобразовании формулы (258) можно ограничиться членами, содержащими отношение v/c только в первой степени, отбросив члены, в которых это отношение входит в более высоких степенях. Тогда

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 \pm v/c}{1 \mp v/c}} \approx \nu \sqrt{1 \pm \frac{2v}{c}} \approx \nu \left(1 \pm \frac{v}{c}\right). \qquad (258а)$$

Таким образом, частота воспринимаемых наблюдателем световых волн возрастает при приближении к нему источника света и уменьшается при удалении источника света от него.

§ 225. Примеры решения задач

1. Два когерентных монохроматических источника света раздвинуты на 1 *мм* друг от друга и испускают свет с длиной волны 0,5 *мкм*. На каком расстоянии надо поместить от них экран, чтобы соседние светлые полосы интерференции оказались на нем на расстоянии 2 *мм* друг от друга?

Р е ш е н и е. Задача решается по формуле (251):

$$x = \lambda l/d.$$

В условии задачи дано: $d = 1$ *мм*: $x = 2$ *мм*. Выразим λ тоже в миллиметрах: $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ *мм*. Производим вычисления:

$$l = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 10^{-4}} = 0{,}4 \cdot 10^4 \text{ мм} = 4 \text{ м}.$$

2. На мыльную пленку, показатель преломления вещества которой 1,33, падает плоская световая волна под углом 60°. Определить минимальную толщину пленки, если в проходящем свете волны с длиной 0,5 *мкм* в веществе пленки оказались максимально усилены.

Р е ш е н и е. Задача решается по формуле (253):

$$\delta = 2d \cos i''.$$

В проходящем свете в результате интерференции усиливаются волны, для которых разность хода составляет четное число полуволн, т. е.

$$\delta = 2k \cdot \lambda/2.$$

Для минимальной толщины пленки $k = 1$, поэтому $\delta = 2 \cdot \lambda/2 = \lambda$. Следовательно, $2d \cos i'' = \lambda$, откуда

$$d = \lambda/(2 \cos i'').$$

Из формулы $n = \sin i / \sin i''$ находим значения $\sin i''$, а затем находим $\cos i''$: $\cos i'' = \sqrt{1 - \sin^2 i''} = \sqrt{1 - (0{,}651)^2} \approx 0{,}76$. Толщина пленки будет равна

$$d = \frac{0{,}5 \text{ мкм}}{2 \cdot 0{,}76} \approx 0{,}33 \text{ мкм}.$$

3. При проведении опыта с помощью установки для получения колец Ньютона оказалось, что радиус второго светлого кольца в проходящем свете был равен 1,8 *мм*. Плосковыпуклая линза имела показатель преломления, равный 1,6, и оптическую силу 0,2 *дптр*. Определить длину световой волны.

Р е ш е н и е. Из формулы (243 а)

$$\Phi = (n - 1)\frac{1}{R},$$

где $n = 1{,}6$ — показатель преломления стекла, следует, что радиус кривизны линзы

$$R = \frac{n-1}{\Phi} = \frac{1{,}6-1}{0{,}2} = 3 \text{ м}.$$

Искомая длина волны находится согласно выражению (254):

$$\lambda = \frac{r^2}{nR},$$

где n — порядковый номер кольца.

В данном случае $n = 2$; $R = 3$ м $= 3000$ мм; $r = 1{,}8$ мм; $r^2 = 3{,}24$ мм^2. Произведем вычисления:

$$\lambda = \frac{3{,}24}{2 \cdot 3000} \text{ мм} = 0{,}54 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$$

Вопросы и задачи для повторения

267. Можно ли получить от двух разных монохроматических источников света устойчивую картину интерференции?

268. Для получения устойчивой картины интерференции можно воспользоваться источником света, помещенным вблизи плоской зеркальной поверхности MN. Объясните принцип действия этой установки при помощи рис. 242.

269. В опыте с зеркалами Френеля расстояние AB между двумя изображениями источника монохроматического света составляло 0,7 мм. Экран, на который падали отраженные лучи, находился на расстоянии 2,26 м от линии AB и был ей параллелен. Расстояние между серединами центральной светлой полосы и первой боковой было 1,9 мм. Определить длину волны падавшего света.

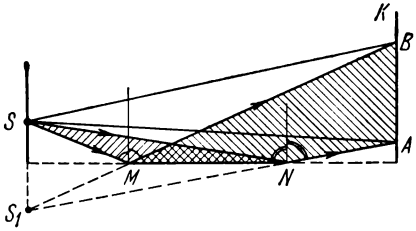


Рис. 242

270. На каком расстоянии от двух монохроматических когерентных источников света надо поместить экран, чтобы первые темные полосы получились на экране на расстоянии по 1 мм вправо и влево от его центра? Длина световой волны 0,7 мкм. Расстояние между когерентными источниками света равно 0,4 мм.

271. Два монохроматических когерентных источника света расположены на расстоянии 0,1 см друг от друга и удалены от экрана на 2,5 м. Определить расстояние между серединами светлых полос интерференции на экране, если длина волны света 0,5 мкм.

272. Разность хода двух когерентных лучей равна 2,5 мкм. Найти все длины волн видимого света (от $76 \cdot 10^{-8}$ до $4 \cdot 10^{-7}$ м), которые будут усилены при интерференции.

273. На мыльную пленку, показатель преломления которой равен 1,33, падает монохроматический свет ($\lambda = 0{,}6$ мкм) нормально к ее поверхности. Отраженный свет имеет максимальную яркость в результате интерференции. Какую наименьшую толщину может иметь пленка?

274. Пучок параллельных лучей с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм падает под углом 45° на мыльную пленку. В результате интерференции отраженные лучи были максимально ослаблены. Какова при этом минимальная толщина пленки, если показатель преломления мыльной воды 1,33?

275. Определить радиус пятого светлого кольца Ньютона в отраженном свете, если радиус кривизны линзы 1 м, а длина световой волны 0,6 мкм.

276. Каков радиус кривизны линзы, если для волны с длиной 0,62 мкм первое темное кольцо Ньютона получается в отраженном свете и радиус кольца 0,4 мм?

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

§ 226. Прямолинейное распространение света

Повседневный опыт и различные эксперименты по оптике приводят нас к заключению о прямолинейном распространении света.

Вспомним принцип Гюйгенса: каждая точка на поверхности волны является самостоятельным источником света. Вполне естественно возникает вопрос: не противоречит ли принцип Гюйгенса прямолинейности распространения света?

Френель дал объяснение этому кажущемуся противоречию.

Светящаяся точка S (рис. 243) является источником монохроматических волн длиной λ. Вокруг точки S возникают сферические волны.

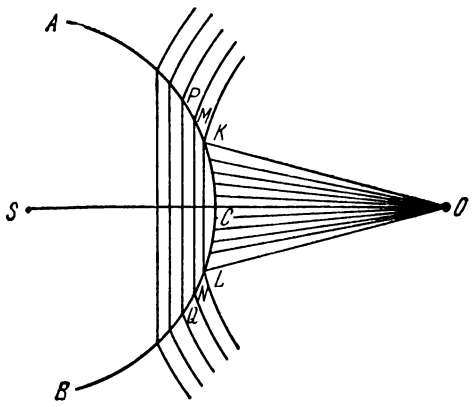


Рис. 243

Пусть в некоторый момент поверхность волны занимает положение ACB. Каждая точка на поверхности этой волны, согласно принципу Гюйгенса, может быть принята за самостоятельный источник колебаний. Следовательно, например, освещенность точки O должна быть рассмотрена как результирующее действие всех волн, падающих в точку O из всех точек поверхности волны ACB.

Обозначим через d расстояние от точки O до точки C (полюс поверхности волны ACB относительно точки O), в которой прямая SO пересекает поверхность волны ACB. Опишем из точки O, как из центра, ряд шаровых поверхностей радиусами $d+\frac{\lambda}{2}$, $d+2\cdot\frac{\lambda}{2}$, $d+3\cdot\frac{\lambda}{2}$ и т. д. В пересечении этих сферических поверхностей с поверхностью волны ACB получится ряд окружностей KL, MN, PQ и т. д., которые разделят всю поверхность волны ACB на отдельные части: шаровой сегмент KCL и шаровые пояса $MKLN$, $PMNQ$ и др., которые именуются *зонами Френеля*.

Радиусы описанных вокруг точки O смежных сфер отличаются друг от друга на $\lambda/2$, поэтому легко прийти к заключению, что каждой точке, лежащей в какой-то зоне, всегда может быть найдена аналогичная точка в соседней зоне с разностью хода в полволны. Очевидно, волны приходят в точку O от этих точек в противоположных фазах. Таким образом, действия двух любых смежных зон на точку O противоположны, а колебания, достигающие точки O от двух соседних зон, частично уничтожают друг друга.

Поверхности всех зон Френеля могут считаться приблизительно одинаковыми, что доказывается математическим путем, а значения амплитуд колебаний вектора E постепенно убывают по мере удаления зон от точки O, т. е.

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 \ldots .$$

Это легко доказать, исходя хотя бы из следующих соображений. Хотя амплитуды колебаний $\vec{E}$ для всех точек поверхности волны ACB одинаковы, но расстояния разных зон до точки O различны. Возьмем две диаметрально противоположные точки S_1 и S_2 на некоторой зоне (рис. 244, *а*). Амплитуды колебаний точки O под влиянием этих точек отмечены буквами A_n. Равнодействующая амплитуда A'_n может быть найдена по правилу параллелограмма.

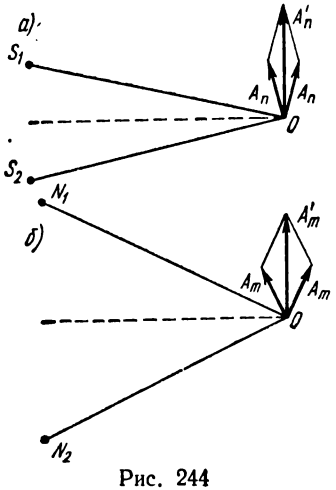


Рис. 244

Возьмем теперь другую, более отдаленную от точки O зону. Для нее соответствующий угол N_1ON_2 (рис. 244, *б*), образованный лучами от диаметрально противоположных точек этой зоны, больше угла S_1OS_2, вследствие чего равнодействующая амплитуда A'_m, аналогично найденная по правилу параллелограмма, будет меньше A'_n. С большой степенью точности можно полагать, что амплитуда колебаний $\vec{E}$ в точке O от какой-нибудь зоны является средней арифметической амплитуд колебаний от двух смежных с нею зон, т. е. амплитуда колебаний в точке O от второй зоны (A_2) есть средняя арифметическая амплитуд от первой (A_1) и третьей зон (A_3):

$$A_2 = \frac{A_1 + A_3}{2}.$$

Аналогично запишем:

$$A_4 = \frac{A_3 + A_5}{2}; \quad A_6 = \frac{A_5 + A_7}{2} \quad \text{и т. д.}$$

Суммарная амплитуда колебаний $\vec{E}$ в точке O от действия всех зон равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5 - A_6 + \ldots .$$

Так как действия смежных зон противоположны, амплитуды колебаний, вызванные ими, обозначены противоположными знаками.

Заменим амплитуды колебаний для четных зон приведенными выше их значениями:

$$A = A_1 - \frac{A_1 + A_3}{2} + A_3 - \frac{A_3 + A_5}{2} + A_5 - \ldots \approx \frac{A_1}{2}.$$

Это приведет в конечном итоге к выводу, что *действие всех зон, начиная со второй, на точку O взаимно уничтожается и действие всей волны сводится к действию лишь половины первой зоны.* Так как величина поверхности этой зоны такого же порядка, как и длина волны, то *весь пучок лучей, получаемых точкой O от первой зоны, можно считать чрезвычайно тонким.*

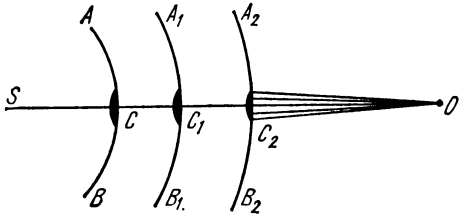


Рис. 245

Через некоторое время волна ACB от источника света S займет положение $A_1C_1B_1$, затем положение $A_2C_2B_2$ и т. д. (рис. 245). На освещенность точки O будут влиять только волны, идущие из половин соответствующих первых зон, все же остальные волны вследствие интерференции погасят друг друга. Освещенность точки O будет вызвана только той энергией, которая поступает к ней от чрезвычайно малых поверхностей, лежащих вблизи точек C, C_1, C_2 и т. д., которые находятся на одной прямой SO. Таким образом, *волновая теория не противоречит прямолинейности распространения света.*

§ 227. Дифракция сферической волны (дифракция Френеля)

Если какие-либо зоны Френеля на поверхности волны будут закрыты, то вывод, который был сделан о сведении действия всей шаровой волны к действию только половины первой зоны, неприменим и прямолинейное распространение света нарушится.

Нарушение прямолинейного распространения лучей света носит название дифракции.

Дифракция происходит, когда световые лучи встречают на своем пути какое-либо препятствие, но особенно отчетливо она обнаруживается в тех случаях, когда размеры огибаемых непрозрачных экранов или отверстий, через которые проходят лучи, настолько малы, что являются соизмеримыми с длиной световой волны.

Теория дифракции была разработана Френелем в 1815 г. Несколько позднее (1821 г.) Фраунгофер специально изучил очень важный случай дифракции плоских волн, т. е. когда она вызывается потоком параллельных лучей.

Рассмотрим некоторые способы наблюдения дифракции от точечного источника света.

1. *Пластинка зон.* Если изготовить такой экран, в котором будут закрыты все четные зоны Френеля (или, наоборот, нечетные зоны), то через него будут проходить только волны, которые не найдут себе соответствующих волн из соседних зон (они отсутствуют) с разностью хода в полволны, т. е. останутся лишь зоны, посылающие волны в одних фазах. Такой экран именуется п л а с т и н к о й з о н, и его действие подобно действию собирательной линзы.

Изготовление пластинки зон производится фотографическим способом. На листе бумаги в сильно увеличенном виде изображаются зоны Френеля, при этом все нечетные зоны закрашиваются в черный цвет, а четные оставляются белыми (или наоборот). С этого листа делается фотографический снимок с таким расчетом, чтобы на нем получились зоны, совпадающие с их истинными размерами для соответствующих монохроматических волн.

2. *Круглое отверстие.* В непрозрачном экране A (рис. 246) делают весьма малое круглое отверстие KK_1, а на экране B наблюдают дифракционную картину. Если от источника S монохроматических волн до точки O, лежащей на продолжении оси SC, уложится на площади отверстия KK_1 четное или нечетное число зон Френеля, то в этой точке

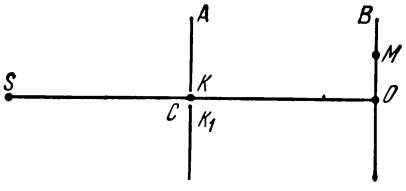


Рис. 246

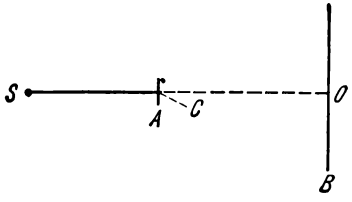


Рис. 247

соответственно получится темное или светлое пятно. Оно будет окружено чередующимися светлыми и темными кольцами, так как освещенность любой точки, лежащей вне оси SC (например, M), будет зависеть от соотношения площадей четных и нечетных зон, от которых исходят волны к этой точке.

3. *Круглый непрозрачный экран.* На рис. 247 изображен экран B, освещаемый точечным источником S монохроматических волн.

На их пути поставлен непрозрачный круглый экран A весьма малых размеров с центром в точке C. Освещенность, наблюдаемая в точке O, лежащей на продолжении оси SC, зависит от числа зон Френеля, прикрытых экраном A. Если он закрывает n зон, то, рассуждая так же, как в § 226, можно прийти к заключению, что в эту точку придут колебания от всех остальных (незакрытых) зон, начиная с $(n + 1)$-й. Суммарное их действие может быть сведено к действию половины $(n + 1)$-й зоны, так как все остальные зоны находят себе соответствующую с разностью хода лучей в $\lambda/2$ и гасят друг друга. Таким образом, точка O всегда будет освещена, причем ее освещенность будет зависеть от числа прикрытых зон.

Вокруг освещенной светлой точки располагаются концентрические темные и светлые кольца в зависимости от того, какая часть каких зон для той или иной точки экрана оказывается закрытой.

При белом источнике света вокруг белой точки O будут располагаться радужные кольца. Такие же радужные кольца возникнут и в случае прохождения света через небольшое круглое отверстие.

§ 228. Дифракция от одной щели

Как примеры *дифракции Фраунгофера*, рассмотрим явления дифракции от одной узкой прямоугольной щели и дифракционной решетки.

На рис. 248 условно (не в масштабе) изображена узкая щель AB, на которую падает в направлении, перпендикулярном линии AB, пучок параллельных монохроматических лучей, т. е. плоская волна.

Пусть оптическая ось зрительной трубы T направлена на середину щели AB. Если труба была предварительно наведена на бесконечность, то в фокальной плоскости ее объектива соберутся только те лучи, которые распространяются параллельно ее оптической оси.

Когда ось трубы совпадает с осью щели, то разность хода всех лучей, исходящих из точек щели в направлении оси, будет равна нулю и на экране можно увидеть максимально освещенное изображение щели.

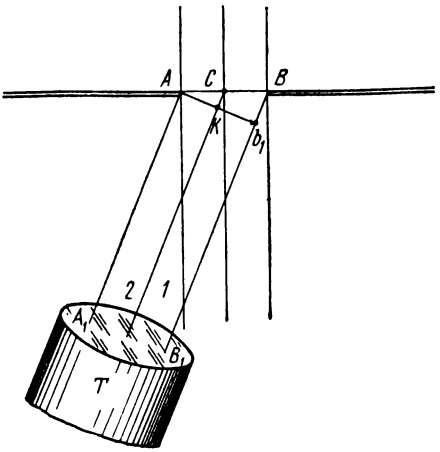


Рис. 248

При постепенном увеличении угла поворота трубы освещенность будет постепенно уменьшаться и только тогда, когда разность хода крайних лучей AA_1 и BB_1, равная Bb_1, составит

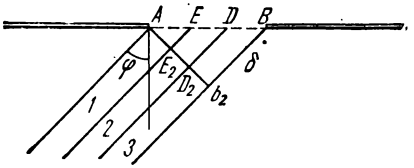


Рис. 249

величину, равную длине волны λ, возникает темная полоса. В этом случае весь пучок света, собираемый зрительной трубой T (см. рис. 248), можно разбить на две равные части, причем первая половина пучка, идущая от точек щели, расположенных между A и C, в результате интерференции полностью окажется погашенной лучами, идущими от точек щели между C и B.

Действительно, если $Bb_1 = \lambda = 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$, то $CK = \frac{1}{2} \cdot Bb_1 = \lambda/2$, и лучи, исходящие из точки A в направлении оси трубы и из точки C, будут гасить друг друга. Каждому лучу из 1-й половины пучка найдется аналогичный луч из 2-й половины с разностью хода в полволны, в результате чего все лучи окажутся погашенными.

При дальнейшем повороте трубы T разность хода крайних лучей, параллельных оси трубы, будет возрастать, освещенность изображения полосы будет увеличиваться и при разности хода крайних лучей, исходящих из точек A и B, идущих параллельно оси трубы, равной $3 \cdot \frac{\lambda}{2}$, возникает очередной максимум освещенности (рис. 249).

При разбивке всего пучка лучей, собранных трубой, на три равные части имеем: $Bb_2 = 3\frac{\lambda}{2}$; $DD_2 = 2\frac{\lambda}{2}$; $EE_2 = \frac{\lambda}{2}$. Следовательно, луч, идущий из точки A, погасит луч, идущий из точки E; каждому лучу из первой трети пучка (от точек A до E) найдется соответствующий луч, идущий от E до D, который его погасит, так как будет иметь разность хода с ним в $\lambda/2$. Треть пучка (между точками D и B) окажется непогашенной, ввиду того что лучи из этого пучка не будут иметь парных себе с разностью хода в $\lambda/2$, которые в результате интерференции их погасили бы.

При разности хода крайних лучей в $4 \cdot \lambda/2$ весь пучок лучей можно разбить на четыре равные части. Первая часть погасится аналогичными лучами второй части, имеющими с ними разность хода в $\lambda/2$, а третья часть пучка соответственно погасится лучами четвертой части.

При разности хода крайних лучей в $5 \cdot \lambda/2$ весь пучок лучей, собираемых зрительной трубой, можно разбить на пять равных частей; первая часть будет гаситься второй, третья — четвертой, а пятая часть пучка окажется непогашенной и даст очередной максимум освещенности.

Следующие максимумы освещенности будут при $\delta = 7\frac{\lambda}{2}$, $9\frac{\lambda}{2}$, ..., причем каждый максимум слабее предыдущего, так как он станет создаваться соответственно непогашенной 1/7, 1/9, ... частью всего пучка лучей, собираемого трубой и идущего вдоль ее оси.

Если обозначить угол поворота трубы через φ, то разность хода лучей составит (см. рис. 249)

$$\delta = l \cdot \sin \varphi,$$

где l — ширина щели AB.

Для темных полос δ должна равняться четному числу полуволн (или целому числу волн), так что при $\delta = n\lambda$, где n — целое число (начиная с единицы), в поле зрения трубы щель будет казаться темной.

Следовательно, $n\lambda = l \cdot \sin \varphi_n$, откуда

$$\lambda = \frac{l \cdot \sin \varphi_n}{n}. \qquad (259)$$

§ 229. Дифракционная решетка

Наиболее важным применением дифракции света является *дифракционная решетка*. Она представляет собой стеклянную пластинку, на которой остро отточенным алмазным острием нанесен ряд параллельных штрихов с промежутками между ними. Число их доходит до 2000 на 1 *мм*[1]. Через промежутки между штрихами свет проходит, сами же штрихи, т. е. те места, где стекло повреждено, являются непрозрачными для световых лучей.

[1] Так как подлинные решетки обходятся очень дорого, то большое распространение получили фотографические копии с них. Однако надо иметь в виду, что для их изготовления необходимы специальные фотопластинки с чрезвычайно мелкозернистой эмульсией.

При помощи собирательной линзы получают на экране изображение узкой щели, освещенной световыми волнами от монохроматического источника (рис. 250, *а*). Если на пути волн поместить дифракционную решетку так, чтобы ее штрихи были параллельны направлению щели, то на экране вместо одного изображения получится ряд таких изображений (рис. 250, *б*).

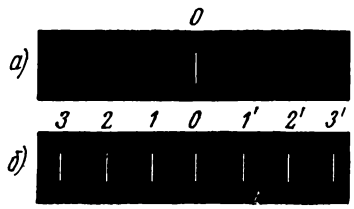


Рис. 250

При падении на решетку пучка параллельных лучей, перпендикулярных плоскости решетки, т. е. при падении плоской волны, в точку O на экране N (рис. 251) будет падать ряд пучков лучей, идущих от каждой щели. Все эти лучи интерферируют между собой. Ввиду того что расстояние до экрана обычно бывает чрезвычайно велико (несколько метров) по сравнению с размерами самой решетки (часто вся решетка имеет длину в 1 *см*), все лучи, падающие в данную точку экрана из разных точек щелей, можно считать между собой параллельными. (Рис. 251 дан без соблюдения масштаба, а на рис. 252 показаны параллельными линиями лучи, сходящиеся на экране в точке O и падающие в эту точку из разных щелей).

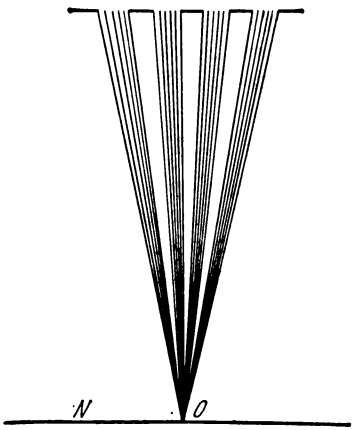


Рис. 251

Можно, как и в случае изучения дифракции от одной щели (см. § 228), воспользоваться зрительной трубой, предварительно наведенной на бесконечность. Такая труба будет собирать в фокальной плоскости объектива только те лучи, исходящие из точек щелей решетки, которые параллельны ее оптической оси.

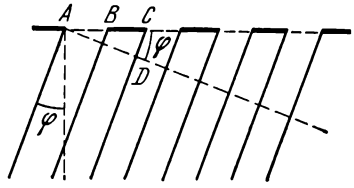


Рис. 252

Пусть разность хода лучей, проходящих через левые края первой и второй щелей, равна двум полуволнам ($2 \cdot \lambda/2$). Лучи, проходящие через левые края следующих щелей, будут иметь с лучами первой щели разность хода $4 \cdot \lambda/2$, $6 \cdot \lambda/2$, $8 \cdot \lambda/2$ и т. д. Все они усилят этот луч. Каждому лучу из первой щели найдутся соответствующие лучи из соседних щелей, которые будут его усиливать. Следовательно, все лучи, идущие из первой щели в зрительную трубу или на какую-то точку экрана, будут усилены соответствующими лучами из соседних щелей, и если внутри первой щели лучи не погасят друг друга, то на экране получится освещенная полоса.

Из чертежа видно, что

$$CD = AC \cdot \sin \angle CAD,$$

но $CD = \delta$ — это разность хода соответствующих лучей из двух соседних щелей, AC — сумма ширины щели и промежутка между щелями. Эта величина называется *периодом решетки* и обозначается $(a + b)$. Угол CAD равен углу φ, под которым падают лучи в данную точку экрана, или углу поворота зрительной трубы. Следовательно,

$$\delta = (a + b) \sin \varphi.$$

Чтобы получить на экране или в середине поля зрения трубы (где обычно натягивается вертикальный волосок) светлую полосу, надо, чтобы δ составляла

$$2\frac{\lambda}{2},\ 4\frac{\lambda}{2},\ 6\frac{\lambda}{2},\ \ldots,\ 2n\frac{\lambda}{2},$$

т. е.

$$(a + b) \sin \varphi_n = 2n\frac{\lambda}{2},$$

откуда

$$\lambda = \frac{(a+b) \sin \varphi_n}{n} \qquad (260)$$

При $n = 1$ и угле φ_1 получится первая светлая полоса (по правую и левую сторону от центральной средней полосы, обозначенной на рис. 250 буквой O). При $n = 2$ и угле φ_2 получится вторая светлая полоса по правую и левую стороны от центральной полосы и т. д.

Для всех остальных точек экрана или углов поворота зрительной трубы, для которых не соблюдено равенство (260), получится полная темнота.

Действительно, пусть разность хода между аналогичными лучами (например, проходящими через левые края первой и второй щелей или отстоящими от этих краев на одинаковом расстоянии) не в точности равна целому числу длин волн, а составляет, например, $2{,}1\frac{\lambda}{2}$. В таком случае разность хода между лучами первой и третьей щелей составит $2{,}1\frac{\lambda}{2} \cdot 2 = 4{,}2\frac{\lambda}{2}$, между первой и четвертой $2{,}1\frac{\lambda}{2} \cdot 3 = 6{,}3\frac{\lambda}{2}$, между первой и пятой $2{,}1\frac{\lambda}{2} \cdot 4 = 8{,}4\frac{\lambda}{2}$ и т. д. Разность хода лучей между аналогичными лучами первой и одиннадцатой щелей составит $2{,}1\frac{\lambda}{2} \cdot 10 = 21\frac{\lambda}{2}$ — *нечетное число полуволн*, т. е. все лучи первой щели будут погашены лучами одиннадцатой щели, лучи второй щели — лучами двенадцатой щели, лучи 37-й щели — лучами 47-й щели и т. д. При большом числе щелей можно считать, что в итоге получится полная темнота.

Период решетки, т. е. расстояние $(a + b)$, для каждой решетки есть величина постоянная, но если оба слагаемые не оказываются, как правило, равными друг другу (может быть $a > b$ или $b > a$), то внутри каждой щели лучи обычно полностью не гасят друг друга.

При освещении решетки белым светом центральная светлая полоса получается белая, так как для лучей всех длин волн $\delta = 0$ и все они

усиливают друг друга. Справа и слева от нее возникает ряд спектров, получивших название *дифракционных* в отличие от *призматического спектра*, который получается вследствие преломления лучей трехгранной призмой.

Из формулы (260) следует, что синус угла отклонения лучей различной цветности от первоначального направления при прохождении дифракционной решетки пропорционален длинам волн этих лучей:

$$\sin \varphi_n = \frac{n\lambda}{a+b}.$$

Для малых углов sin φ можно заменить значением самого угла и при $n = 1$ можно считать, что

$$\varphi \approx \frac{\lambda}{a+b}, \quad \text{или} \quad \varphi \sim \lambda,$$

т. е. углы отклонения различных лучей прямо пропорциональны длинам соответствующих волн. Вследствие этого дифракционные спектры часто называют нормальными в отличие от призматических, для которых угол φ отклонения лучей зависит не только от длины волны λ, но и от вещества самой призмы и ее геометрических особенностей. В призматических спектрах всегда красная часть оказывается суженной, а фиолетовая — растянутой.

Известно, что каждый химический элемент в парообразном или газообразном состоянии, имея достаточно высокую температуру, дает характерный для него линейчатый спектр. Поэтому при помощи дифракционной решетки, изучая линейчатый спектр того или иного вещества, можно судить о его химическом составе. Таким образом, дифракционная решетка широко используется при проведении спектрального анализа.

Отметим, что зависимость показателя преломления вещества от длины волны носит название *дисперсии света.*

§ 230. Примеры решения задач

1. На какой угол надо повернуть зрительную трубу, чтобы наблюдать третий дифракционный минимум от пластинки со щелью, если известно, что в ширине щели укладывается 50 длин волн монохроматического света, нормально падающего на пластинку?

Р е ш е н и е. Согласно формуле (259),

$$l \sin \varphi_n = n\lambda,$$

запишем

$$\sin \varphi_3 = 3\lambda/l.$$

Так как $l = 50\ \lambda$, то $\sin \varphi_3 = 3\lambda/50\ \lambda = 0{,}06$ и по таблицам находим

$$\varphi_3 \approx 3^\circ 27'.$$

2. На дифракционную решетку, имеющую 100 штрихов на 1 *мм*, нормально к ее поверхности падает монохроматическая волна. Первая спектральная полоса получается от средней светлой полосы на расстоянии 28 *см*. Экран отстоит от решетки на расстоянии 4 *м*. Определить длину волны падающих лучей.

Р е ш е н и е. Задача решается по формуле (260):

$$\lambda = \frac{(a+b)\sin\varphi_n}{n}.$$

По условию задачи, период решетки $(a + b) = 0{,}01$ *мм*, а $n = 1$; $\operatorname{tg}\varphi_n = 28/400 = 0{,}07$.

Полагая, что при малом угле ($\varphi_n \approx 4°$) $\sin\varphi_n \approx \operatorname{tg}\varphi_n$, имеем $\sin\varphi_n = 0{,}07$. Следовательно,

$$\lambda \approx \frac{0{,}01 \cdot 0{,}07}{1}\ мм = 0{,}0007\ мм.$$

Вопросы и задачи для повторения

277. Как изменяется картина дифракционного спектра при удалении экрана от решетки?

278. Какая из двух решеток, имеющих 100 и 200 штрихов на 1 *мм*, дает на экране более широкий спектр при прочих равных условиях?

279. Вычислить радиусы, ограничивающие десятую зону Френеля, для плоской волны ($\lambda = 0{,}49$ *мкм*), если точка наблюдения находится на расстоянии 10 *м* от фронта волны. При вычислении отбросить члены, содержащие λ^2.

280. На пластинку со щелью падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному максимуму, равен 1°. Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели?

281. На пластинку со щелью падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0{,}7$ *мкм*). Определить угол отклонения лучей, соответствующих первому дифракционному максимуму, если ширина щели 0,1 *мм*.

282. Определить длину волны красной линии кадмия, если решетка имеет 5684 штриха на 1 *см* и угловое отклонение луча в спектре первого порядка оказалось 21°23′.

283. Луч, длина волны которого $5{,}89 \cdot 10^{-7}$ *м*, падает нормально на решетку, имеющую 50 штрихов на 1 *мм*. Найти угол отклонения оптической оси зрительной трубы для спектров первого, второго и третьего порядков.

284. Дифракционная решетка дает спектр третьего порядка (для $\lambda = 5{,}89 \times 10^{-7}$ *м*) под углом 10°11′. Какова длина волны, для которой во втором порядке получается угол 6°16′?

285. Дифракционная решетка имеет 500 штрихов на 1 *мм*. На каких расстояниях от средней (белой) линии окажутся границы видимого спектра первого порядка на экране, находящемся на расстоянии 2 *м* от решетки, расположенной параллельно экрану, если освещение производится нормально к поверхности решетки белым светом?

286. Сколько штрихов на 1 *мм* длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути ($\lambda = 5{,}46 \cdot 10^{-7}$ *м*) в спектре первого порядка наблюдается под углом 19°8′?

ГЛАВА ТРИДЦАТЬ ТРЕТЬЯ

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

§ 231. Естественный и поляризованный свет. Поляроид

Как неоднократно отмечалось, световой луч есть направление распространения электромагнитных поперечных колебаний, соответствующих длинам волн в интервале $(4{,}0—7{,}6) \cdot 10^{-7}$ *м*. Векторы электрической напряженности (E) и магнитной индукции (B) совершают колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях и одновременно перпендикулярных лучу.

Электромагнитные волны, излучаемые светящимся телом, являются результирующими тех отдельных волн, которые испускаются его атомами (элементарными вибраторами). Вследствие того что атомы беспрерывно изменяют свою пространственную ориентацию, изменяется с большой частотой и направление колебаний E результирующей световой волны.

На рис. 253, *а* показано сечение луча S плоскостью, ему перпендикулярной. Вектор E много миллиардов раз в секунду меняет направление своих колебаний: то они происходят в направлении ab, то в направлении cd, ef, kl и т. д. Такие лучи испускают пламя, электрическая лампа и другие источники света. Они носят название *естественных*, или *неполяризованных*, *лучей*.

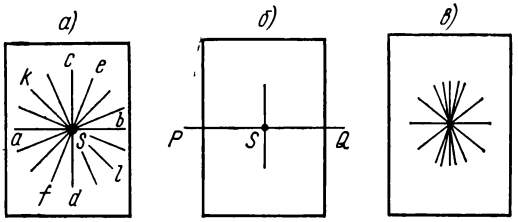


Рис. 253

Однако можно получить такие световые лучи, у которых вектор $\vec{E}$ колеблется в одном единственном направлении. Такие лучи именуются *поляризованными*. На рис. 253, *б* показано сечение вполне поляризованного луча S плоскостью, ему перпендикулярной.

Плоскость, проходящая через луч и расположенная перпендикулярно направлению колебаний $\vec{E}$, называется *плоскостью поляризации* (плоскость PQ — точнее ее сечение — на рис. 253, *б*).

Существуют и *частично поляризованные лучи* (рис. 253, *в*), у которых колебания $\vec{E}$ происходят во всевозможных направлениях, но одно из них преобладает над другими.

Для получения поляризованного света используются *поляроиды*. В целлулоидную пленку вводятся или наносятся на ее поверхность кристаллики сернокислого иодистого хинина, ориентированные в строго определенном направлении. Проходящие через такой поляроид естественные лучи становятся поляризованными.

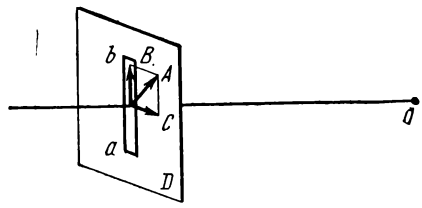


Рис. 254

Действие поляроида можно пояснить при помощи механической модели. В доске D прорезается щель ab (рис. 254), через которую пропускается веревка, один конец которой закрепляется в точке O, а другой конец приводится в колебания в различных направлениях. Вправо от доски D колебания будут происходить только в единственном направлении, т. е. в направлении щели ab.

Пусть до щели дошли колебания веревки с амплитудой A. Разложим это колебание на два взаимно перпендикулярных колебания — вдоль щели и перпендикулярно ей. Первое из них с амплитудой C станет задерживаться стенками щели.

Таким образом, колебания веревки до щели происходили во всевозможных направлениях, тогда как за щелью они стали совершаться только в одном строго определенном направлении.

§ 232. Закон Малюса

На пути естественного света (рис. 255) расположен поляроид *1*. Выйдя из него, свет становится вполне поляризованным. Далее он встречает поляроид *2* и, пройдя через него, падает на экран K в точке O_3. Первый поляроид именуется *поляризатором*, второй — *анализатором*.

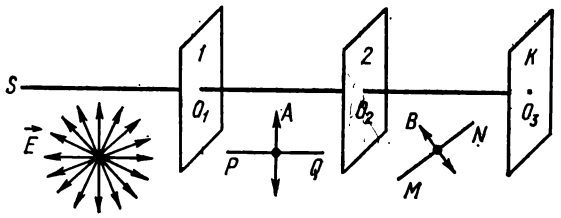


Рис. 255

Если PQ — плоскость поляризации поляроида *1*, то через него проходят колебания $\vec{E}$, только перпендикулярные этой плоскости. Обозначим среднюю амплитуду этих колебаний на участке O_1O_2 через A. Пусть MN — плоскость поляризации поляроида *2*, т. е. через него могут проходить только колебания $\vec{E}$, перпендикулярные MN с амплитудой B.

На рис. 256 показана плоскость поперечного сечения луча света в точке O_2, когда он проходит через анализатор.

Разложим амплитуду A на две составляющие: перпендикулярно плоскости MN (амплитуда B) и вдоль нее (амплитуда C). На участке между поляроидом *2* и экраном K, т. е. на пути O_2O_3, колебания распространяются с амплитудой B, колебания же с амплитудой C будут поглощаться поляроидом *2*.

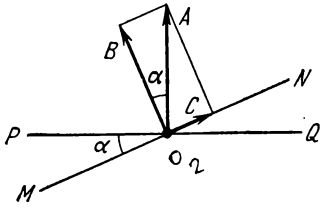


Рис. 256

Их энергия превращается во внутреннюю энергию прибора, вследствие чего он несколько нагревается.

Если бы на экран K падал луч, прошедший только поляризатор (анализатор отсутствует), то освещенность [1] E_1 экрана в месте падения луча характеризовалась амплитудой A, но экрана достигает луч, имеющий амплитуду колебаний $\vec{E}$, равную B, что вызывает освещенность E_2.

[1] Освещенность по ГОСТу обозначается буквой E, как и напряженность электрического поля (вектор E). Обращаем внимание, что освещенность в этом выводе будет обозначаться буквой E с индексами, т. е. E_1 и E_2.

Как известно, энергия колеблющегося тела (см. § 186) пропорциональна квадрату амплитуды. Так как освещенность экрана определяется той энергией, которую несет световая волна на единицу площади и за единицу времени, то можно написать, что

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{B^2}{A^2}. \qquad (*)$$

Из рис. 256 видно, что

$$B = A\cos\alpha,$$

где α — угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора, т. е. плоскостями PQ и MN.

Подставив в выражение (*) значение B, получим

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{A^2\cos^2\alpha}{A^2},$$

откуда

$$E_2 = E_1\cos^2\alpha. \qquad (261)$$

Освещенность, вызванная светом, прошедшим через поляризатор и анализатор, пропорциональна квадрату косинуса угла между плоскостями поляризации этих приборов.

Этот закон был дан французским физиком Малюсом, который в 1808 г. открыл явление поляризации света и ввел этот термин. Экспериментально закон был подтвержден Араго.

При $\alpha = 0°$, т. е. когда плоскости поляризации обоих поляризующих приборов совпадают, $\cos^2\alpha$ обращается в единицу и $E_2 = E_1$, т. е. освещенность экрана является наибольшей. В этом случае говорят, что *поляроиды расположены «на свет»*.

При $\alpha = 90°$, т. е. при взаимно перпендикулярном расположении плоскостей поляризации анализатора и поляризатора, $\cos^2\alpha = 0$ и освещенность экрана отсутствует, дважды поляризованный луч как бы «гаснет». В этом случае говорят, что *поляроиды расположены «на темноту»*.

§ 233. Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера

Направим на отраженную поверхность ZZ_1 (рис. 257) естественный луч SO. Он отразится под таким же углом i', под каким упал на пластинку (i). На пути отраженного луча OK поставим поляроид D, пройдя через который, луч будет освещать экран K. При повороте поляроида интенсивность освещения экрана станет изменяться. Это приводит к заключению, что отраженный луч был хотя бы частично поляризован.

Опыт показывает, что степень поляризации отраженного луча зависит от его угла падения i. Если этот угол менять от 0 до 90°, то степень поляризации отраженного луча сначала возрастает и при некотором угле падения i_0 достигает максимума — отраженный луч становится вполне поляризованным, а затем опять начинает убывать.

Угол падения i_0, при котором отраженный луч становится вполне поляризованным, носит название угла полной поляризации. Английский физик Брюстер на основании ряда экспериментов установил, что *тангенс угла полной поляризации равен показателю преломления отражающей среды* (n), т. е.

$$\operatorname{tg} i_0 = n. \tag{262}$$

Это выражение носит название *закона Брюстера* и может быть использовано для определения показателя преломления вещества.

Оказалось, что отраженный луч всегда поляризуется в плоскости падения, т. е. колебания $\vec{E}$ происходят в плоскости, перпендикулярной плоскости падения (на рис. 258 колебания $\vec{E}$ показаны точками, так как они происходят перпендикулярно плоскости чертежа).

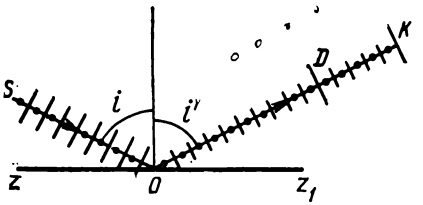


Рис. 257

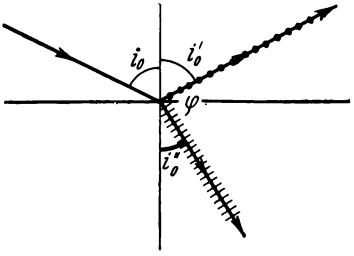


Рис. 258

При преломлении света оказывается, что преломленный луч также поляризуется, но в плоскости, перпендикулярной плоскости падения (рис. 258: колебания у преломленного луча показаны как происходящие в плоскости чертежа, так как плоскость поляризации проходит через преломленный луч перпендикулярно плоскости чертежа).

Преломленный луч всегда бывает только отчасти поляризован, причем наибольшая степень поляризации у него бывает при угле падения луча, равном i_0. Чтобы добиться его полной поляризации, необходимо заставить луч пройти через ряд преломляющих пластинок. Обычно для этой цели применяют 9—10 стеклянных пластинок («стопу» пластинок) и заставляют падать луч на них под углом полной поляризации (i_0). При каждом преломлении степень поляризации возрастает, и после прохождения через всю «стопу» луч оказывается почти вполне поляризован.

Легко показать, что при полной поляризации отраженного луча, т. е. при угле падения i_0, отраженный луч перпендикулярен преломленному. По закону Брюстера (см. рис. 258),

$$\operatorname{tg} i_0 = n,$$

иначе можно записать

$$\frac{\sin i_0}{\cos i_0} = \frac{\sin i_0}{\sin i''_0},$$

откуда следует, что

$$\cos i_0 = \sin i_0''; \quad \angle i_0 + \angle i_0'' = 90°.$$

Сумма углов

$$\angle i_0' + \angle \varphi + \angle i_0'' = 180°,$$

где φ — угол между отраженным и преломленным лучами.

Заменяя в последнем выражении угол отражения i_0' равным ему углом падения i_0, получаем

$$\angle i_0 + \angle \varphi + \angle i_0'' = 180°.$$

Но

$$\angle i_0 + \angle i_0'' = 90°,$$

следовательно,

$$\angle \varphi = 90°.$$

§ 234. Двойное лучепреломление

Существуют кристаллы, которые обладают свойством раздваивать каждый падающий на них луч. Если через такой кристалл смотреть на какой-либо предмет, то можно увидеть двойное изображение этого предмета (рис. 259). Это явление, впервые открытое в 1647 г. Бартолином, получило название *двойного лучепреломления*, а кристаллы, обладающие этим свойством, именуются *двупреломляющими*.

Рис. 259

В каждом таком кристалле всегда имеется одно или два направления, по которым не происходит раздваивания лучей, т. е. имеет место только обычное преломление. Эти направления носят название оптических осей. В зависимости от того, имеет ли данный кристалл одно или два подобных направления, их именуют одноосными или двуосными. К одноосным кристаллам относятся исландский шпат, кварц, турмалин. Они получили широкое применение в оптике.

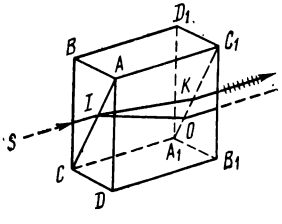


Рис. 260

Если луч падает на двупреломляющий кристалл, то он разлагается на два луча, колебания $\vec{E}$ в которых происходят по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Это явление связано с наличием анизотропии у большинства кристаллов: коэффициент расширения, упругость, теплопроводность, диэлектрическая проницаемость и другие свойства кристалла в различных направлениях неодинаковы. Вследствие того что скорость света зависит от диэлектрической проницаемости вещества, она оказывается не одной и той же для различных направлений лучей в кристалле. В свою очередь показатели преломления лучей для разных направлений отличаются друг от друга.

На рис. 260 показан кристалл исландского шпата, имеющий форму ромбоэдра. Пусть луч SI упал на кристалл в точке I, он разложится на два луча IO и IK, распространяющихся с различными скоростями и имеющих показатели преломления n_e и n_0. Луч IK носит название обыкновенного, так как он подчиняется законам преломления света. Как показывают исследования, обыкновенный луч оказывается поляризованным в плоскости главного сечения кристалла (плоскость, проходящая через оптическую ось кристалла). Луч IO называется необыкновенным лучом, так как он не подчиняется законам преломления света, и его показатель преломления меняется в зависимости от угла падения. На рис. 260 луч SI падает нормально грани кристалла, т. е. его угол падения $i = 0°$; обыкновенный луч IK не претерпевает преломления, а необыкновенный IO преломляется. При этом необыкновенный луч поляризуется в плоскости, перпендикулярной плоскости главного сечения кристалла.

Ввиду различия скоростей лучей обыкновенного и необыкновенного показатели преломления у них также различны. Если показатель преломления n_e необыкновенного луча больше показателя преломления n_0 обыкновенного луча, то такой кристалл носит название отрицательного. Если же, наоборот, $n_e < n_0$, то кристалл именуется положительным. Исландский шпат относится к группе отрицательных кристаллов, кварц — к группе положительных.

§ 235. Призма Николя

Так как двупреломляющие кристаллы раздваивают луч на два поляризованных луча в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, то в тех случаях, когда надо получить поляризованный луч, можно воспользоваться этим их свойством. Для того чтобы устранить один из поляризованных лучей, а использовать только второй, чаще всего пользуются *призмой Ни́коля*, или просто *ни́колем*.

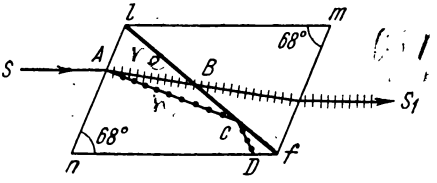


Рис. 261

Николь изготовляют следующим образом: кристалл исландского шпата (рис. 261) шлифуется таким образом, чтобы длинное ребро его было в 3,75 раза более короткого, а острые углы lnf и lmf были по 68°. Кристалл распиливается по диагонали lf на две половины, которые склеиваются канадским бальзамом (смола канадской сосны), показатель преломления которого 1,54, т. е. меньше показателя преломления обыкновенного луча ($n_0 = 1{,}56$), но больше, чем у необыкновенного луча ($n_e = 1{,}515$).

Пусть луч SA падает на грань ln в точке A в плоскости главного сечения, совпадающего на нашем рисунке с плоскостью чертежа. Луч преломляется и раздваивается на два луча: обыкновенный AC и необыкновенный AB. Обыкновенный луч падает на слой канадского

бальзама *lf* под углом, бóльшим предельного угла полного внутреннего отражения его, и, претерпевая полное внутреннее отражение от этого слоя, идет в направлении *CD*, поглощаясь зачерненной боковой гранью кристалла *nf*. Необыкновенный же луч *AB* проходит через слой канадского бальзама и выходит из кристалла.

Призмы Ни́коля применяют в качестве как поляризатора, так и анализатора.

Некоторые двупреломляющие кристаллы при достаточной толщине обладают свойством поглощать один из двух образовавшихся в них лучей. Таким свойством обладает, например, минерал *турмалин*. Из турмалина вырезают пластинки таким образом, чтобы их поверхность была параллельна главной кристаллографической оси кристалла. Луч естественного света, упав на кристалл, раздваивается, обыкновенный луч при этом поглощается самим кристаллом, только необыкновенный луч выходит через кристалл. Таким образом, турмалиновая пластинка может заменить собой николь. Ее недостатком является то, что выходящий из турмалина луч бывает окрашен, так как турмалиновые кристаллы всегда цветные.

§ 236. Вращение плоскости поляризации

Пусть луч монохроматического света, пройдя два поляроида N_1 и N_2, падает на экран L (рис. 262). Если поворачивать один николь относительно другого, то освещенность экрана L будет меняться. Установим николи «на темноту». Освещенность экрана L будет отсутствовать. Поставим между николями кварцевую пластинку K, вырезанную перпендикулярно к ее кристаллографической оси, после чего увидим, что экран вновь освещен. Чтобы получить темноту, нужно будет повернуть один из николей, например николь N_2, на некоторый угол α.

По выходе из первого николя луч уже был вполне поляризован, кварцевая пластинка повернула плоскость поляризации на угол α и угол между плоскостями поляризации луча стал равен $(90° - \alpha)$, а на экране мы получили некоторое освещение. Чтобы вновь добиться полной темноты, необходимо будет второй николь повернуть еще на угол α.

Кристаллы кварца одного сорта производят вращение плоскости поляризации влево от наблюдателя, который смотрит в направлении распространения луча (их называют л е в о в р а щ а ю щ и м и), кристаллы кварца иного сорта вращают плоскость поляризации вправо (п р а в о в р а щ а ю щ и е).

Вращение плоскости поляризации было открыто Зеебеком и Араго и изучено Био. Био пришел к заключению, что для лучей различной длины волны вращение плоскости поляризации различно. *Для луча определенной длины волны и для пластинок одного кристалла угол поворота плоскости поляризации пропорционален толщине пластинки.*

Вращение плоскости поляризации обусловлено либо структурой молекул вещества, вызывающего это явление, либо расположением

молекул в кристалле. Обыкновенное стекло не вращает плоскости поляризации, но при деформациях приобретает это свойство.

Используем два поляроида N_1 и N_2 (см. рис. 262) и поставим их «на темноту». Поместим между ними кварцевую пластинку K, вырезанную перпендикулярно к ее кристаллографической оси, и станем пропускать в направлении SL белый свет. На экране L увидим цветную окраску. При повороте одного из николей окраска будет меняться.

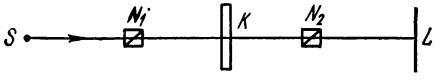


Рис. 262

Био установил, что *угол поворота плоскости поляризации* (α) *обратно пропорционален примерно квадрату длины волны.*

Больцман нашел более точную формулу, выражающую эту зависимость:

$$\alpha = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}, \qquad (263)$$

где λ — длина световой волны, пропускаемой через пластинку, вращающую плоскость поляризации; a и b — некоторые постоянные, характеризующие вещество пластинки.

Выясним причину появления цветной окраски на экране. Пусть PP_1— плоскость поляризации николя N_1, являющегося поляризатором. После прохождения лучей через кварцевую пластинку K плоскость поляризации будет смещена для разных лучей различно: для

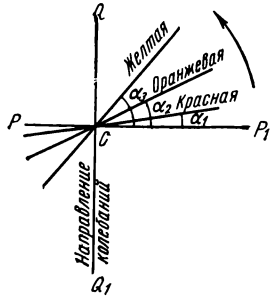


Рис. 263

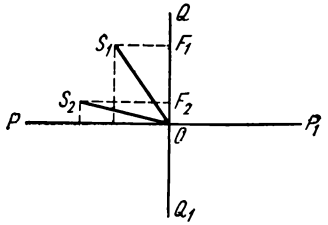


Рис. 264

красных лучей — на угол α_1, для оранжевых — на угол α_2, для желтых — на угол α_3 и т. д. (рис. 263). Через второй николь N_2, являющийся анализатором, пройдут колебания только в направлении QQ_1. Разложим колебания красного луча на два составляющих колебания: в направлении PP_1 и перпендикулярном направлении QQ_1 (рис. 264). Амплитуда колебаний OS_2 будет заменена двумя составляющими в направлениях PP_1 и QQ_1, через анализатор пройдет только составляющая OF_2.

На рис. 264 показано такое разложение для двух лучей различной длины волн. Составляющие OF_1 и OF_2 амплитуд колебаний OS_1 и OS_2, которые пройдут через анализатор, различны, это приведет к тому, что *при прохождении света через николи и кварцевую пластинку воз-*

никнет цветное окрашивание на экране. Если вращать один из николей, например анализатор N_2, то направление плоскости его поляризации PP_1 будет изменяться. Это вызовет для лучей различных длин волн неодинаковые изменения амплитуд колебаний $\vec{E}$, проходящих через анализатор; окраска экрана станет меняться.

До 1815 г. было известно, что только кварц обладает свойством вращать плоскость поляризации. Био обнаружил, что раствор сахара, камфора, хинин, скипидар, многие масла и ряд других веществ также производят вращение плоскости поляризации.

Био установил, что угол вращения плоскости поляризации растворов прямо пропорционален концентрации раствора.

Приборы, служащие для исследования растворов (преимущественно сахарных), вызывающих вращение плоскости поляризации, носят название *сахариметров.*

§ 237. Некоторые применения поляризованного света

Возможность сравнительно простого и дешевого способа изготовления поляроидов открывает широкие перспективы их использования в автомобильном деле. При большом автомобильном движении шоферы ночью сильно страдают от слепящего действия фар встречных машин. Чтобы этого избежать, следует фары автомобилей и ветровые стекла покрывать пластинками поляроида, чтобы проходящие через них лучи были поляризованы так, что направление колебаний $\vec{E}$ составляло угол 45° с горизонтом. Смотря на дорогу, шофер будет видеть свет, отраженный от дороги, освещаемой своими фарами. Свет же встречных фар, будучи поляризован под углом 90°, через ветровое стекло не пройдет. Рис. 265 помогает разобраться в этом.

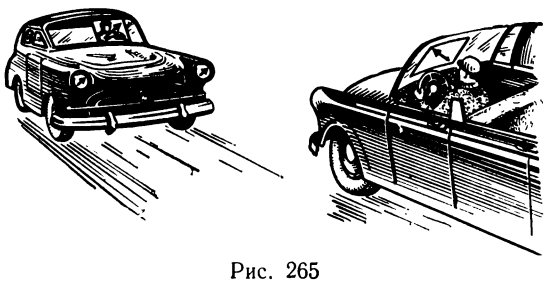


Рис. 265

При рассмотрении в музее картин, написанных масляными красками, иногда очень мешают блики, вызванные отраженными лучами. Если из поляроида изготовить очки, то при надлежащем их расположении блики исчезнут. Отраженный свет всегда бывает поляризован, необходимо только так повернуть очки, чтобы угол между плоскостью поляризации отраженных лучей, дающих блики, и плоскостью поляризации, создаваемой поляроидом очков, составил 90°.

При рассмотрении поверхности воды через очки из поляроида можно аналогичным образом устранить блики на поверхности воды и видеть предметы на некоторой глубине.

Применение сахариметров позволяет обнаружить наличие сахара в соках растений и растворах, что используется биологами и врачами. Определение концентрации сахарных растворов важно в сахарном производстве.

Чтобы судить о распределении напряжений в материалах, можно использовать свойство стекла вращать плоскость поляризации при деформациях и притом тем сильнее, чем больше сама деформация.

§ 238. Примеры решения задач

1. Показатель преломления глицерина относительно воздуха при температуре 20 °С для желтых лучей с длиной волны 0,589 *мкм* равен 1,473. Под каким углом к поверхности глицерина надо направить указанные лучи, чтобы отраженный луч был вполне поляризован? Какой угол с поверхностью глицерина образует при этом преломленный луч?

Р е ш е н и е. По формуле (262) находим тангенс угла полной поляризации:

$$\operatorname{tg} i_0 = 1{,}473;\ i \approx 55°\,48'.$$

Угол, составленный падающим лучом с поверхностью глицерина, равен

$$90° - 55°\,48' = 34°\,12'.$$

Вследствие того что при полной поляризации преломленный луч перпендикулярен отраженному, преломленный луч составляет с поверхностью глицерина угол $55°48'$.

2. При каком угле между плоскостями двух николей (анализатора и поляризатора) освещенность на экране, создаваемая прошедшим через них светом, уменьшается в 4 раза по сравнению с освещенностью, вызываемой светом, прошедшим только через поляризатор?

Р е ш е н и е. Из формулы (261)

$$E_2 = E_1 \cos^2 \alpha$$

находим угол α, зная, что $E_2 = 0{,}25\ E_1$:

$$0{,}25 = \cos^2 \alpha;\ \alpha = 60°.$$

3. Раствор сахара, имеющий концентрацию 3%, при некоторой толщине слоя вращает плоскость поляризации света с длиной волны 0,75 *мкм* на угол 7°30′. Какой концентрации надо взять раствор сахара, чтобы при той же его толщине вызвать вращение плоскости поляризации света с длиной волны 0,5 *мкм* на 30°?

Р е ш е н и е. Угол поворота плоскости поляризации для того же раствора сахара и при той же толщине его слоя приблизительно обратно пропорционален квадрату длины волны [см. (263)].

Так как

$$\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 = \left(\frac{0{,}75}{0{,}5}\right)^2 = 2{,}25,$$

то 3%-ный раствор сахара вызовет вращение плоскости поляризации света с длиной волны 0,5 *мкм* на угол

$$7°\,30' \cdot 2{,}25 \approx 16°\,50'.$$

Для того чтобы вызвать вращение плоскости поляризации на 30°, надо взять раствор с концентрацией x%.

Напишем пропорцию

$$\frac{x\%}{3\%} \approx \frac{30°}{16°\,50'},$$

откуда $x \approx 5{,}3\%$.

Задачи для повторения

287. Найти угол полной поляризации при отражении света от границы стекло — вода.

288. Свет, падая на поверхность жидкости, частью отражается, частью преломляется. Надо найти коэффициент преломления жидкости, если отраженный свет полностью поляризован, когда угол преломления равен 35°.

289. Угол полной поляризации при отражении света от поверхности алмаза равен 67°30′. Определить скорость света в алмазе.

290. Анализатор в два раза уменьшает освещенность, создаваемую светом, приходящим к нему от поляризатора. Определить угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора. Потерями света в анализаторе пренебречь.

291. На первый николь падает неполяризованный свет. Угол между плоскостями поляризации двух николей равен 45°. Во сколько раз уменьшится освещенность, создаваемая светом, прошедшим через николи, если этот угол увеличить до 60°?

292. Раствор, имеющий концентрацию 5%, вращает плоскость поляризации на 10°. При какой концентрации раствора угол вращения будет 12°30′?

ГЛАВА ТРИДЦАТЬ ЧЕТВЕРТАЯ

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

§ 239. Излучение и поглощение света. Абсолютно черное тело

Источником электромагнитных волн, воспринимаемых нашим органом зрения, являются процессы, происходящие внутри атомов. Поэтому прежде чем перейти к вопросу о строении атома, надо познакомиться с излучением и поглощением света. При этом мы пока не будем рассматривать механизм этих явлений, а ограничимся лишь термодинамикой соответствующих процессов, т. е. будем изучать их только с энергетической точки зрения.

Излучение всегда сопровождается выделением энергии, которое может происходить либо за счет внутренней энергии самого источника, либо за счет энергии, поглощаемой извне. Например, свечение газа в газосветной трубке вызвано получаемой им энергией электрического тока. Люминесцирующее тело поглощает падающую на него энергию (рентгеновское излучение, ультрафиолетовые лучи, видимый свет) и само светится при этом. Светится и нагреваемое тело за счет притока внутренней энергии от какого-либо источника.

Свечение, причиной которого является нагревание тела, будем называть тепловым излучением. Процесс лучепоглощения будем рассматривать для случая, когда вся поглощенная телом энергия вызывает только его нагревание.

Разные источники в зависимости от температуры и химического состава испускают лучи различных длин волн и различной интенсивности. Для количественной оценки процессов теплового излучения и поглощения вводятся следующие характеристики:

1) *полная или интегральная лучеиспускательная способность* тела [1] E — величина энергии, испускаемой с единицы площади поверхности тела за 1 *сек*; в СИ измеряется в *дж*/(*м*^{2}·*сек*), или в *вт*/*м*^{2}. Эта величина характеризует интенсивность теплового излучения при данной температуре во всем диапазоне испускаемых длин волн;

2) *спектральная лучеиспускательная способность* E_λ — величина энергии, излучаемой телом при данной температуре в единичном

[1] Эту величину иногда называют *энергетической светимостью*.

интервале длин волн; в СИ также измеряется в $дж/(м^2 \cdot сек)$.

Всякое тело часть падающей на него энергии поглощает, а часть отражает. *Коэффициентом поглощения α называется безразмерная величина, равная отношению лучистой энергии, поглощенной данным телом, ко всей падающей на него лучистой энергии.*

Тело, полностью поглощающее всю упавшую на него энергию, называется абсолютно черным; коэффициент поглощения для него равен единице. Для абсолютно зеркальной поверхности, отражающей всю падающую на нее энергию, $\alpha = 0$. На практике всегда $0 < \alpha < 1$.

Приводим средние коэффициенты поглощения для некоторых материалов (при 0 °С):

Бумага белая	0,25
Алюминий полированный	0,35
Хром	0,38
Никель	0,42
Лед	0,64
Вода	0,67
Сажа	0,98
Бархат черный	0,99

Если взять твердую оболочку, зачерненную с внутренней стороны и имеющую небольшое отверстие, то поверхность этого отверстия можно практически считать абсолютно черной. Действительно, луч, проникающий через отверстие внутрь оболочки, прежде чем выйти наружу, будет претерпевать многократные отражения от внутренней оболочки; при каждом отражении бóльшая часть энергии станет поглощаться зачерненной поверхностью и лишь малая доля отражаться. Выходить через отверстие наружу будет столь малая доля энергии, которую практически можно полагать равной нулю. На рис. 266 показан ход одного из лучей, проникшего через отверстие внутрь полости.

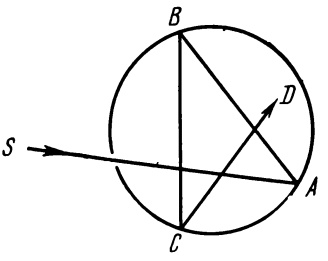


Рис. 266

Поверхность небольшого отверстия в полости значительного объема приближается к абсолютно черному телу. Вследствие этого зрачок глаза (отверстие в радужной оболочке) кажется нам черным; окна домов со стороны улицы, если внутри комнаты нет источников света, а освещение происходит только снаружи, также производят впечатление темных.

§ 240. Квантовый характер излучения. Формула Планка

Опыты показали, что при любой температуре абсолютно черного тела испускаемая им энергия теплового излучения распределена между различными длинами волн неравномерно. По мере уменьшения длины волны λ (увеличения частоты ν) величина E_λ сначала возрастает и для

некоторой длины волны ($\lambda_{макс}$) достигает наибольшего значения. Затем при дальнейшем уменьшении длины волны λ значение E_λ убывает и в конце концов достигает нуля.

Первая попытка теоретически обосновать связь величины E_λ с длиной волны и температурой была сделана в конце прошлого столетия московским физиком В. А. Михельсоном. Однако ему не удалось получить результат, соответствующий эксперименту. Такая же неудача постигла других ученых, которые пытались исходить из положений электромагнитной теории света. Из этой теории следовало, что зависимость $E_\lambda = f(\lambda, T)$ должна была бы монотонно подниматься вверх по мере уменьшения длины волны лучей, испускаемых телом. Действительно, по волновой теории, энергия излучения пропорциональна квадрату частоты излучения (ν^2) или обратно пропорциональна квадрату длины волны ($1/\lambda^2$), т. е. должна возрастать с уменьшением длины волны.

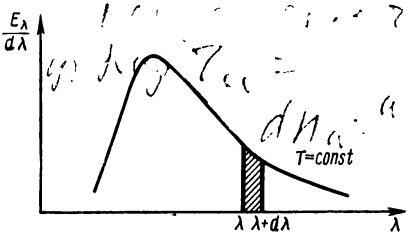


Рис. 267

Указанное расхождение теории с опытными данными и невозможность установить причину такого противоречия получило название «фиолетовой катастрофы» [1].

Выход из создавшегося положения был найден в 1900 г. М. Планком, который высказал предположение, что *свет испускается и поглощается отдельными порциями, или квантами.* Величина кванта выражается формулой [см. формулу (241)]

$$\varepsilon = h\nu = \frac{ch}{\lambda},$$

где постоянная Планка

$$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot сек.$$

Из этой формулы следует, что с уменьшением длины волн возрастает величина кванта.

Спектральная лучеиспускательная способность для излучения в данном интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$ определяется не только энергией соответствующих квантов излучения, но и их количеством.

Используя квантовые представления о свете, Планк вывел формулу для определения величины E_λ абсолютно черного тела в интервале от λ до $\lambda + d\lambda$ при данной абсолютной температуре T:

$$\frac{E_\lambda}{d\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda^5} \cdot \frac{hc^2}{e^{hc/\lambda \cdot kT} - 1}, \qquad (264)$$

где h — постоянная Планка; k — постоянная Больцмана; c — скорость света.

На рис. 267 изображена кривая, построенная на основании формулы Планка, для данной температуры T.

[1] Несоответствие теории с экспериментом имело место для коротких длин волн — фиолетовой части спектра, поэтому возникло название «фиолетовая катастрофа».

На основе представлений о квантах Эйнштейн в 1905 г. создал квантовую теорию фотоэффекта, а Бор в 1913 г. разработал теорию строения атома.

§ 241. Закон Стефана — Больцмана. Закон Вина

Если проводить изучение распределения энергии в спектре излучения абсолютно черного тела при различных температурах T, то получается семейство кривых, изображенное на рис. 268 ($T_1 < T_2 < T_3 < T_4 < T_5$). Из рисунка видно, что с увеличением температуры T, во-первых, возрастает полная (интегральная) лучеиспускательная способность абсолютно черного тела, определяемая площадью, заключенной между соответствующей кривой распределения энергии и осью абсцисс, и, во-вторых, уменьшается (смещается влево) длина волны, соответствующая максимуму излучения. Оба эти факта являются следствиями формулы Планка, однако исторически они были получены экспериментально раньше, чем Планк сформулировал свои представления о квантах света.

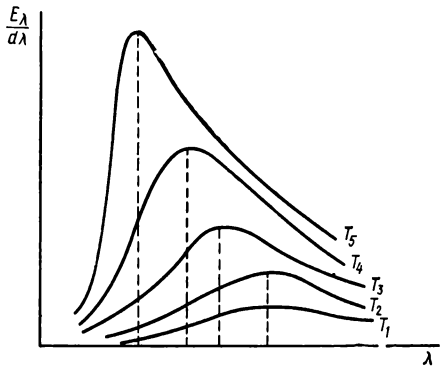


Рис. 268

Первый факт носит название закона Стефана — Бо́льцмана и формулируется так: *интегральная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры*:

$$E = \sigma T^4, \tag{265}$$

где σ — постоянная Стефана — Больцмана, равная

$$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ дж/(м^2 \cdot сек \cdot град^4).$$

Зависимость длины волны от температуры выражается законом Ви́на: *длина волны, соответствующая максимуму излучения абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре*:

$$\lambda_{\text{макс}\, E_\lambda} = \frac{b}{T}, \tag{266}$$

где b — постоянная Ви́на, равная

$$b = 0{,}2898 \cdot 10^{-2}\ м \cdot град.$$

На законе Вина основан метод определения температуры раскаленных тел по спектру их излучения — *оптическая пирометрия*. Соответствующие приборы носят название *оптических пирометров*. Именно этим методом была впервые определена температура поверхности Солнца. Исследование спектра Солнца показало, что максимум излучения (с учетом поправок на поглощение в земной атмосфере) приходится на длину волны около $4{,}7 \cdot 10^{-7}$ *м*. Подставляя полученное значение в формулу закона Вина (266), получаем, что абсолютная температура поверхности Солнца равна

$$T = \frac{b}{\lambda_{\text{макс}}} = \frac{0{,}2898 \cdot 10^{-2}}{4{,}7 \cdot 10^{-7}} \approx 6160^\circ \text{ K}.$$

§ 242. Излучение нечерных тел. Закон Кирхгофа

Предположим, что внутри какой-то оболочки поддерживается постоянная температура T и имеется несколько тел, которые могут обмениваться энергией между собой только путем лучеиспускания. Через некоторое время у всех этих тел должна установиться общая температура T. Но разные тела в одном и том же интервале обладают различной лучеиспускательной способностью и разными коэффициентами поглощения α_λ. Очевидно, *те тела, которые с единицы поверхности за единицу времени будут больше испускать энергии, должны соответственно и больше ее поглощать,* так как иначе одни тела станут нагреваться, а другие охлаждаться и тепловое равновесие не сможет осуществляться. Опыты также показывают, что тела, обладающие бóльшим коэффициентом поглощения, соответственно обладают и бóльшей лучеиспускательной способностью.

Кирхгофом был сформулирован закон, устанавливающий указанное выше положение: *отношение лучеиспускательной способности к коэффициенту поглощения не зависит от рода тела и является для всех тел одной и той же функцией от длины волны и температуры*:

$$\frac{E_{\lambda_1}}{\alpha_1} = \frac{E_{\lambda_2}}{\alpha_2} = \frac{E_{\lambda_3}}{\alpha_3} = \ldots = f(\lambda, T). \tag{267}$$

Так как для абсолютно черного тела $\alpha_0 = 1$, то можно сказать, что *отношение лучеиспускательной способности к коэффициенту поглощения для данной длины волны и данной температуры есть величина постоянная, равная лучеиспускательной способности абсолютно черного тела E_0 для той же длины волны и температуры,* т. е.

$$\frac{E_{\lambda, T}}{\alpha_{\lambda, T}} = (E_0)_{\lambda, T}. \tag{267а}$$

Из этой формулы следует, что

$$E_{\lambda, T} = \alpha_{\lambda, T} (E_0)_{\lambda, T}, \tag{267б}$$

т. е. лучеиспускательная способность нечерного тела равна лучеиспускательной способности абсолютно черного тела для той же длины волны и температуры, умноженной на коэффициент поглощения.

Для практических целей из закона Кирхгофа можно сделать следующие заключения:

1. Тела, обладающие темной и шероховатой поверхностью, имеют коэффициент поглощения, близкий к единице. По этой причине зимой предпочитают носить темную одежду, а летом — светлую. Но тела, имеющие коэффициент поглощения, близкий к единице, обладают и соответственно большей энергетической светимостью. Если взять два одинаковых сосуда, но один с темной, шероховатой поверхностью, а стенки другого будут светлыми и блестящими, и налить в них одинаковое количество кипящей воды, то быстрее станет остывать первый сосуд.

2. Всякое тело преимущественно поглощает те лучи, которые оно само испускает. Поэтому спектры поглощения газов имеют темные линии в тех местах, в которых были бы светлые линии, если бы газ сам являлся источником света. Так, например, наиболее яркие линии в спектре водорода приходятся на длины волн 0,656; 0,486 и 0,434 *мкм*.

§ 243. Световые величины и их единицы

Пусть изотропный источник света посылает световой поток $\Delta\Phi$ в некоторый телесный угол $\Delta\Omega$, в пределах которого распространяется это излучение, тогда величина, равная

$$I = \Delta\Phi/\Delta\Omega, \tag{268}$$

называется *силой света*.

Сила света является одной из основных величин СИ(ГОСТ 9867—61). Единицей силы света является *свеча*. В настоящее время она получила название *кандела* (сокращенно: кд).

Очевидно, световой поток $\Delta\Phi$ от источника света с силой света I в телесном угле $\Delta\Omega$ определяется формулой

$$\Delta\Phi = I\Delta\Omega. \tag{268а}$$

За единицу светового потока принят *люмен* (*лм*).

Люмен — это световой поток, который дает точечный изотропный источник силой света в 1 *св в телесном угле, равном* 1 *стерадиан.*

Из формулы (268а) следует, что полный световой поток, который испускает источник силой света I, равен

$$\Phi = 4\pi I.$$

Для характеристики источника света вводится также величина, называемая *яркостью* (B). Она характеризует то излучение, которое производит светящаяся поверхность в определенном направлении.

Яркость измеряется отношением силы света источника в определенном направлении к проекции светящейся поверхности на площадь, перпендикулярную этому направлению, т. е.

$$B = \frac{I}{S \cos \varphi}, \tag{269}$$

где I — сила света поверхности источника S в направлении φ.

Единицей яркости служит *нит* (*нт*). Это яркость источника силой в 1 *св*, если его площадь проекции, перпендикулярная лучу, равна 1 $м^2$, т. е.

$$1\ нт = 1\ св/1\ м^2.$$

Освещенность (E) *измеряется световым потоком, падающим на единицу площади.* Если световой поток Φ падает на поверхность S, то освещенность этой поверхности

$$E = \Phi/S. \tag{270}$$

Единица освещенности носит название *люкс. Люкс — это освещенность поверхности в* 1 $м^2$ *световым потоком в* 1 *лм:*

$$1\ лк = 1\ лм/1\ м^2.$$

Напомним известную из элементарного курса формулу для вычисления освещенности поверхности. Если источник имеет силу света I и находится на расстоянии r от освещаемой поверхности, а лучи падают на поверхность под углом i, то освещенность ее равна

$$E = I \cos i/r^2. \tag{271}$$

Приведем приблизительные значения освещенностей (в люксах) для различных случаев:

Под прямыми солнечными лучами в полдень (для средней широты местности)	100 000
На открытом месте в пасмурный день	1 000
В светлой комнате вблизи окна	100
От полной Луны	0,2
От ночного неба в безлунную ночь	0,0003

§ 244. Примеры решения задач

1. Определить теплоту, теряемую 100 $см^2$ поверхности расплавленной платины при 1770° С за 1 *мин*, если коэффициент поглощения принять равным 0,8.

Р е ш е н и е. Энергия, излучаемая раскаленной поверхностью платины, вычисляется по формуле

$$W = \alpha E S t, \tag{*}$$

где α — коэффициент поглощения; E — интегральная лучеиспускательная способность; S — поверхность излучения; t — время.

Воспользовавшись формулой закона Стефана — Больцмана (265), находим

$$E = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ $вт/(м^2 \cdot град^4)$, и подставляем это значение в формулу (*):

$$W = \alpha \sigma T^4 S t.$$

По условию задачи, $\alpha = 0{,}8$; $T = 1770^\circ + 273^\circ = 2043^\circ$ К; $S = 100$ *см*^{2} $= 10^{-2}$ *м*^{2}; $t = 1$ *мин* $= 60$ *сек*.

Производим вычисления:

$$W = 0{,}8 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot (2043)^4 \cdot 10^{-2} \cdot 60 \text{ дж} \approx 4{,}7 \cdot 10^5 \text{ дж}.$$

2. Длина волны, соответствующая максимуму излучения в спектре абсолютно черного тела, равна 1,2 *мкм*. Найти мощность излучения с 1 *см*^{2} поверхности источника.

Р е ш е н и е. По закону Вина (266) находим температуру источника:

$$T = \frac{2886}{\lambda_{\text{макс}}} = \frac{2886}{1{,}2} \frac{\text{мкм} \cdot \text{град}}{\text{мкм}} \approx 2405^\circ \text{ К}.$$

Далее по формуле (*) определяем искомую мощность P, равную отношению W/t, т. е.

$$P = \alpha \sigma T^4 S.$$

В полученное выражение подставляем значения $\alpha = 1$; $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ *вт*/(*м*$^2 \cdot$ *град*^{4}); $T = 2405^\circ$ К; $S = 10^{-4}$ *м*^{2} и находим

$$P = 5{,}67 \cdot 10^{-8} (2405)^4 \cdot 10^{-4} \text{ вт} \approx 197 \text{ вт}.$$

3. На клейме электрической лампы значится «96 *вт*; 1300 *лм*». Какова потребляемая мощность лампой на 1 *св* при нормальном режиме работы лампы?

Р е ш е н и е. По условию задачи, световой поток $\Phi = 1300$ *лм*; телесный угол, в котором он распространяется $\Omega = 4\pi$ *стерад*. Согласно формуле (268) находим силу света:

$$I = \frac{\Phi}{4\pi} = \frac{1300}{12{,}56} \text{ св} \approx 104 \text{ св}.$$

Мощность, потребляемая лампой на 1 *св*, составляет

$$P \approx \frac{96 \text{ вт}}{104 \text{ св}} \approx 0{,}92 \text{ вт/св}.$$

4. Для освещения стола на высоте 2 *м* от его поверхности висят две лампы. Сила света каждой лампы 300 *св*. Расстояние между ними 1,5 *м*. Найти освещенность стола под каждой лампой и посередине расстояния между ними.

Р е ш е н и е. Освещенность E' под одной из ламп складывается из освещенностей, создаваемых первой (E_1) и второй (E_2) лампами. Согласно формуле (271), освещенность от первой лампы ($i_1 = 0$; $r_1 = 2$ *м*) равна

$$E_1 = \frac{I \cos i_1}{r_1^2} = \frac{300}{2^2} \text{ лк} = 75 \text{ лк};$$

освещенность от второй лампы $\left(\cos i_2 = \dfrac{2 \text{ м}}{\sqrt{(2 \text{ м})^2 + (1{,}5 \text{ м})^2}} = \dfrac{2}{2{,}5} = 0{,}8\right)$ составит

$$E_2 = \frac{I \cos i_2}{r_2^2} = \frac{300 \cdot 0{,}8}{2{,}5^2} \text{ лк} = 38 \text{ лк}.$$

Следовательно,

$$E' = E_1 + E_2 \approx (75 + 38) \text{ лк} = 113 \text{ лк}.$$

Освещенность E'' в точке, расположенной на поверхности стола посередине между лампами, находится как удвоенная освещенность от каждой из них в отдельности, так как каждая лампа создает одинаковую освещенность. Для этого случая расстояние от лампы до указанной точки равно

$$r = \sqrt{2^2 + \left(\frac{1{,}5}{2}\right)^2} \text{ м} \approx 2{,}23 \text{ м},$$

а

$$\cos i = \frac{2}{2{,}23} \approx 0{,}897 \text{ (округленно } 0{,}9).$$

Теперь вычисляем освещенность:

$$E'' \approx 2 \cdot \frac{300 \cdot 0{,}9}{4{,}56} \text{ лк} \approx 2 \cdot 59 \text{ лк} = 118 \text{ лк}.$$

Вопросы и задачи для повторения

293. Под каким зонтиком, черным или белым, в солнечный день лучше уберечься от зноя?

294. В два одинаковых сосуда — один с черной, другой с белой поверхностью — налита горячая вода. Какой из сосудов будет остывать быстрее?

295. Черное тело имеет поверхность 10 *см*^{2} и нагрето до 2000 ° К. Сколько теплоты излучает это тело в 1 *мин*?

296. Какова температура печи, если из ее окошка площадью в 4 *см*^{2} излучается 5,48 *кал* в 1 *сек*?

297. Температура абсолютно черного тела 2000° К. Во сколько раз увеличится общая мощность излучения, если температура повысится на 400°?

298. Температура абсолютно черного тела равна 100 ° С. Какова будет его температура, если в результате нагревания тела мощность его излучения увеличится в 4 раза?

299. При какой температуре абсолютно черное тело обладает такой же испускательной способностью, как вольфрам при температуре 1500 ° К? Испускательная способность вольфрама составит 0,15 испускательной способности абсолютно черного тела.

300. Во сколько раз увеличится мощность излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии в спектре переместится с длины волны 0,6 *мкм* на 0,5 *мкм*?

301. Прожектор дает пучок света в виде узкого конуса с телесным углом, равным 0,02 *стер*. Какова освещенность на расстоянии 100 *м* от прожектора, если его световой поток равен 5000 *лм*?

302. Освещенность от лампы, потребляющей мощность 500 *вт*, при нормальном падении света на расстояние 5 *м* равна 28 *лк*. Определить световую отдачу лампы (в *лм*/*вт*).

303. Лампа, потребляющая мощность 96 *вт*, испускает световой поток 1300 *лм*. Определить удельную мощность лампочки (в *вт*/*св*).

304. На столбе высотой 5 *м* висит лампочка в 200 *св*. На каком расстоянии от основания столба освещенность на земле равна 1 *лк*?

305. Над серединой круглого стола висит лампа. Во сколько раз освещенность в центре стола больше, чем на краю, если высота лампы над столом равна радиусу стола?

306. Над серединой круглой площадки диаметром 24 *м* на высоте 5 *м* висит лампа, полный световой поток которой равен 7500 *лм*. Определить освещенность в центре и на краю площадки.

ГЛАВА ТРИДЦАТЬ ПЯТАЯ

КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

§ 245. Внешний фотоэффект. Фотоэлементы

Для ряда явлений, связанных с действиями света, были получены объяснения только после возникновения квантовой теории. Рассмотрим некоторые вопросы из этой области, причем в первую очередь остановимся на явлении фотоэффекта.

Фотоэлектрическим эффектом (или, кратко, *фотоэффектом) называется явление, при котором под действием излучения из твердых или жидких веществ вырываются электроны, при этом само вещество заряжается положительно.*

Это явление было подробно исследовано А. Г. Столетовым в 1888 г. Приводим схему одного из опытов, проведенных Столетовым. Лучи

света от электрической дуги A (рис. 269) падают на конденсатор C, состоящий из двух металлических дисков, причем один из них (левый на рисунке) является сетчатым, а второй (правый) — сплошным. Пройдя через отверстия сетчатого диска, лучи от электрической дуги падали на левую сторону сплошного диска, который через гальванометр присоединялся к отрицательному полюсу батареи $Б$, сетчатый же диск был подключен к ее положительному полюсу. Под действием света из правого диска вырывались электроны, они притягивались к сетчатому (левому) диску, цепь замыкалась и стрелка гальванометра G показывала наличие тока. При прекращении освещения тока в цепи не наблюдалось.

Изученное Столетовым явление получило название *внешнего фотоэффекта*, а основные результаты, полученные им и другими исследователями, были сформулированы в виде следующих законов:

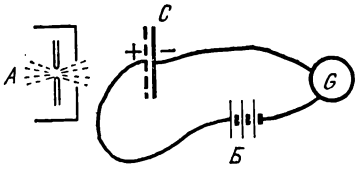


Рис. 269

1) фотоэлектрический ток насыщения $I_{\text{нас}}$ прямо пропорционален световому потоку Ф, т. е.

$$I_{\text{нас}} = k\Phi, \qquad (272)$$

где k — коэффициент пропорциональности;

2) скорость фотоэлектронов возрастает с увеличением частоты ν падающего света и не зависит от его интенсивности;

3) фотоэффект независимо от интенсивности падающего света начинается только при определенной (для данного металла) минимальной частоте света $\nu_{\text{мин}}$. Эта минимальная частота $\nu_{\text{мин}}$, при которой начинается внешний фотоэффект в данном металле, называется *порогом*, или *красной границей, фотоэффекта.*

Второй и третий законы фотоэффекта нельзя объяснить на основе волновой теории света. Действительно, по волновой теории, энергия, которую приносит световая волна в единицу времени (интенсивность), пропорциональна квадрату амплитуды. Поэтому при достаточно большой амплитуде световой волны этой энергии должно быть достаточно, чтобы вырвать электрон из металла, даже если частота излучения мала, и красной границы фотоэффекта не должно существовать. С другой стороны, с увеличением амплитуды должна возрастать и скорость вылетающих фотоэлектронов.

Объяснение основным закономерностям внешнего фотоэффекта дал А. Эйнштейн в 1905 г. на основе квантовых представлений о свете.

В квантовой теории света световой поток рассматривается как поток световых частиц (фотонов). Каждый фотон взаимодействует только с одним электроном. Энергия фотона ε определяется по формуле Планка:

$$\varepsilon = h\nu,$$

где h — постоянная Планка.

Эта энергия расходуется, во-первых, на совершение работы выхода электрона из металла $A_{\text{вых}}$ и, во-вторых, на сообщение вылетевшему электрону кинетической энергии $mv^2/2$ (где m — масса электрона,

v — его скорость). На основании закона сохранения энергии можно написать

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mv^2}{2}. \qquad (273)$$

Полученное выражение носит название *формулы Эйнштейна.*

Из формулы (273) видно, что скорость фотоэлектронов возрастает с увеличением частоты и не зависит от интенсивности света (второй закон фотоэффекта). Из этой же формулы (273) можно найти ту наименьшую частоту падающего света $\nu_{\text{мин}}$, при которой фотоэффект еще возможен. Очевидно, что если энергия падающих фотонов будет меньше работы выхода электрона из данного металла $A_{\text{вых}}$, то фотоэффект прекратится (третий закон фотоэффекта). Итак, на границе фотоэффекта

$$h\nu_{\text{мин}} = A_{\text{вых}}.$$

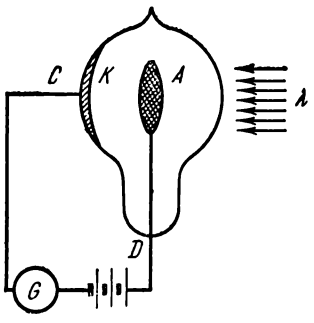


Рис. 270

Отсюда минимальная частота падающего света, при которой может наблюдаться фотоэффект,

$$\nu_{\text{мин}} = \frac{A_{\text{вых}}}{h}. \qquad (274)$$

Это означает, что красная граница фотоэффекта зависит от величины работы выхода электронов, т. е. от материала, из которого сделан фотокатод.

На рис. 270 изображен фотоэлемент с внешним фотоэффектом, представляющий собой стеклянный баллон, в котором создан высокий вакуум. Анодом A является сетка, соединенная с положительным полюсом батареи, катодом K служит слой активного вещества, нанесенный с внутренней стороны баллона. Иногда слой активного вещества наносится не непосредственно на стекло баллона фотоэлемента, а на тонкую пленку тугоплавкого металла. Гальванометр G регистрирует появление тока. Под действием света из активного вещества K вырываются электроны, они притягиваются к аноду A, цепь замыкается и стрелка гальванометра отклоняется.

Работа выхода для различных веществ обычно выражается в электронвольтах (*эв*). Напомним, что 1 *эв* — это энергия, которую приобретает электрон, проходя разность потенциалов в 1 *в*, и что

$$1\ эв \approx 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ дж.$$

Как надо понимать, что работа выхода для вольфрама равна 4,5 *эв*? Это значит, что кванты света, падающего на вольфрам, должны обладать энергией не меньше чем $4{,}5\ эв \approx 4{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ дж \approx 7{,}2 \cdot 10^{-19}\ дж$. По формуле (274), учитывая, что $\nu = c/\lambda$, вычислим порог фотоэффекта для этого металла:

$$\lambda_{\text{макс}} = \frac{ch}{A} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{7{,}2 \cdot 10^{-19}}\ м \approx 2{,}8 \cdot 10^{-7}\ м.$$

Приводим значения работы выхода (в *эв*) для различных металлов:

Барий	1,59÷2,29	Натрий	1,80÷2,21
Золото	4,33÷4,75	Платина . . .	4,91÷5,35
Кадмий	2,60÷4,05	Ртуть	4,05÷4,75
Калий	0,46÷2,02	Рубидий . . .	1,2 ÷1,45
Кальций . . .	1,7 ÷3,34	Серебро	3,09÷4,71
Литий	2,34÷2,38	Стронций . . .	1,75÷2,15
Магний	1,77÷3,74	Цезий	0,7 ÷1,36
Медь	3,85÷4,82	Цинк	3,02÷4,10

В настоящее время внешний фотоэффект получил широкое применение в различных областях техники.

Некоторые фотоэлементы специально изготовлены так, что они могут работать только под действием ультрафиолетовых лучей. В приведенном выше примере подсчитан порог фотоэффекта для вольфрама. Он оказался равным 0,28 *мкм*. Лучи этой длины волны лежат в ультрафиолетовой части спектра.

Так как обыкновенное стекло не пропускает ультрафиолетовых лучей, то в фотоэлементах, которые работают под действием этих лучей, в стеклянном баллоне устраивается особое «кварцевое окошко». Через него ультрафиолетовые лучи могут свободно проникать внутрь баллона.

Формула Эйнштейна (273) была проверена экспериментально. Наиболее совершенными являются опыты советских физиков П. И. Лукирского и С. С. Прилежаева, которые не только показали правильность формулы, но и уточнили численное значение постоянной Планка.

Если энергия падающих на электрод K (см. рис. 270) квантов больше работы выхода, то электроны вылетают из него с некоторыми скоростями. Прикладывая между электродами A и K разность потенциалов, задерживающую движение электронов, можно добиться такого значения U, при котором фототок полностью прекратится. Это будет тогда, когда встречная разность потенциалов скомпенсирует кинетическую энергию электронов, т. е.

$$eU = mv^2/2,$$

где e — заряд электрона; v — наибольшая скорость движения электронов. Измеряя величину U, можно вычислить v:

$$v = \sqrt{2eU/m}.$$

Облучая электрод K сначала светом с частотой ν_1, а затем с частотой ν_2 и вычисляя наибольшие скорости движения фотоэлектронов v_1 и v_2 для обоих случаев, можно написать два уравнения:

$$h\nu_1 = A + mv_1^2/2; \quad h\nu_2 = A + mv_2^2/2.$$

Решая совместно эти уравнения, можно найти как постоянную Планка h, так и работу выхода A, так как величины e и m являются известными.

§ 246. Внутренний фотоэффект

Наряду с внешним фотоэффектом имеет место так называемый *внутренний фотоэффект, сущность которого заключается в том, что под действием света, падающего на полупроводники и диэлектрики, из их атомов освобождаются и становятся свободными электроны (электроны проводимости)*. Удельное сопротивление этих веществ уменьшается, а проводимость их возрастает.

Это явление было обнаружено впервые в 70-х годах прошлого века на элементе селене, у которого, как показали дальнейшие исследования, особенно заметно меняется сопротивление под действием света.

На принципе внутреннего фотоэффекта основано применение фотосопротивлений, которые можно использовать для измерения освещенности, а с 1902 г. их стали употреблять для передачи по телеграфу изображений (текста писем, рисунков, фотографий и пр.).

На практике широкое применение получили *фотоэлементы с запирающим слоем*. Такой слой возникает на границе меди и закиси меди или железа и селена. Он может возникнуть и на границе двух полупроводников, если один из них относится к донорному типу (с электронной проводимостью), а другой — к акцепторному (с дырочной проводимостью).

Фотоэлемент с запирающим слоем преобразует световую энергию непосредственно в электрическую. Если через весьма тонкий слой металла проходит свет и падает на находящийся за ним полупроводник, в этом последнем возникает внутренний фотоэффект. Освобожденные под действием света электроны перемещаются только в определенном направлении, например от закиси меди к меди, и создают в цепи ток. Таким образом, пограничный слой между закисью меди и чистой медью обладает запирающим свойством, т. е. он как бы закрывает для электронов возможность перемещаться в обратном направлении — от Cu к Cu_2O. Вот почему такие фотоэлементы именуются фотоэлементами с запирающим слоем. Однако меднозакисные и селеновые фотоэлементы обладают весьма малым коэффициентом полезного действия (к. п. д. не превышает 1%).

В настоящее время внутренний фотоэффект осуществляют с применением пары полупроводников с дырочной и электронной проводимостями. При поглощении фотонов возникающие свободные электроны и дырки перемещаются в противоположных направлениях и в цепи появляется ток. В качестве полупроводников используется чаще всего кремний или германий, содержащий примеси акцепторного или донорного типа. К. п. д. таких фотоэлементов доходит до 10% и выше.

Кремниевые фотоэлементы, превращающие энергию света в электрическую, применяются для питания батарей, используемых на спутниках и космических кораблях, и для других целей.

§ 247. Некоторые применения фотоэлементов

В нашей стране все больше и больше используются автоматика и телемеханика. Области, где труд человека заменяется работой автоматов, быстро расширяются. Немалую роль при этом сыграло использование фотоэлементов.

На рис. 271 показана схема фотореле, которое применяется во многих установках. При падении света на фотоэлемент *1* в его цепи возникает ток, который после усиления в усилителе *2* проходит по обмотке электромагнита (катушка реле *3*). Сердечник электромагнита притягивает к себе якорь *4*, который ранее был оттянут пружиной *5*. При этом замыкается электрическая цепь (замыкаются контакты *6*) и срабатывает исполнительный механизм. При прекращении освещения цепь фотоэлемента размыкается, пружина оттягивает якорь и размыкает цепь.

Фотореле нетрудно устроить таким образом, чтобы при освещении фотоэлемента оно не замыкало, а, наоборот, размыкало электрическую цепь. Фотореле подобного устройства используется для автоматического подсчета различных изделий, перемещающихся по конвейеру. С одной стороны ленты конвейера помещается источник света, с другой стороны — освещаемый им фотоэлемент. В момент прохождения изделия между источником и фотоэлементом свет перестает падать на фотоэлемент, освещение последнего прекращается, цепь его размыкается, срабатывает реле, приводя в действие счетное устройство.

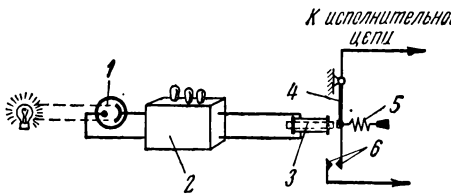


Рис. 271

Подобное фотореле может быть использовано для автоматического открывания двери при подходе к ней человека или ворот гаража въезжающему в него автомобилю.

Фотореле используются для подачи сигналов точного времени, при автоматическом включении и выключении городской осветительной сети и во многих других случаях.

В химическом производстве в некоторых случаях приходится измерять прозрачность различных жидкостей. Это можно осуществить при помощи установки, изображенной на рис. 272. В зависимости от прозрачности жидкости изменяется световой поток, падающий на фотоэлемент Ф, что вызывает изменение силы тока в цепи, и при этом соответствующим образом меняется показание гальванометра *G*. Аналогично этому определяется с высокой точностью прозрачность газов.

Широко используются фотоэлементы в телевидении и звуковом кино, а также для целей фотоэлектрической фотометрии, в основе которой лежит закон о пропорциональности освещенности фотоэлемента силе фототока.

Весьма существенную роль в современной технике сыграли *фотоумножители*. Действие их основано на свойстве некоторых

веществ при бомбардировке их катодным потоком выбрасывать электроны в значительно бóльшем количестве, чем их падает на эти вещества.

Впервые этот прибор был сконструирован советским инженером Л. А. Кубецким в 1934 г. Поэтому его часто именуют *трубкой Кубецкого* (рис. 273). Свет с помощью линзы L направляется на катод K_0.

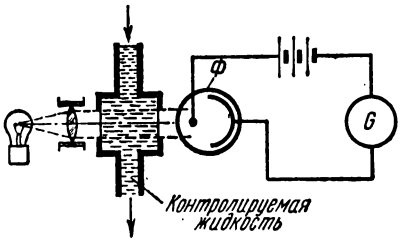


Рис. 272

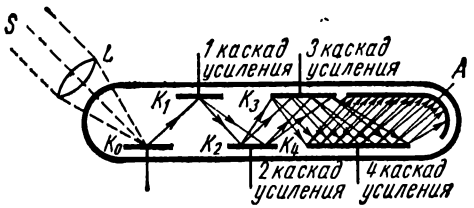


Рис. 273

Вследствие фотоэлектронной эмиссии от него исходит катодный пучок, который под действием магнитного поля направляется на катод K_1, от которого исходит значительно большее число электронов, чем число электронов, падающих на него. От катода K_1 пучок электронов направляется на катод K_2, а затем на катод K_3, далее на катод K_4 и, наконец, на анод A, в результате чего с анода снимается фототок, усиленный во много раз.

Обычно употребляют кислородно-цезиевые катоды, так как этот материал обладает свойством в большой степени увеличивать электронную эмиссию. На рис. 273 показан фотоумножитель с 4 каскадами; в настоящее время число каскадов доводится до 14.

§ 248. Рентгеновские лучи

В 1895 г. немецким физиком Рентгеном было обнаружено, что тела, на которые падает поток быстрых электронов, становятся источником новых лучей, которые ученый назвал *икс-лучами*, а в дальнейшем в его честь они получили название рентгеновских.

По своей природе рентгеновские лучи представляют собой электромагнитные волны короткой длины. Обычно единицей для измерения весьма малых длин служит ангстрем (Å):

$$1\text{Å} = 10^{-10}\ м.$$

Рентгеновские лучи имеют широкий диапазон длин волн от нескольких сот ангстрем до сотых долей ангстрема.

Они обладают весьма важным свойством проникать через вещества, непрозрачные для света. Однако различные вещества поглощают их в разной степени. Установлено, что поглощение рентгеновских лучей разными элементами приблизительно пропорционально четвер-

той степени их атомной массы. Поэтому элементы со сравнительно большой атомной массой задерживают их во много раз сильнее, чем элементы, расположенные в начале таблицы Менделеева. Рентгеновские лучи сильно ионизируют газы, производят химические реакции, в том числе действуют на фотопленку, а также вызывают люминесценцию некоторых веществ.

Для получения рентгеновских лучей используется вакуумная трубка с двумя электродами — катодом и анодом. На рис. 274 изображена ее схема. Катодом K служит вольфрамовая нить, раскаляемая током от специального трансформатора, анодом является пластинка A, изготовляемая из тугоплавкого металла. Между анодом и катодом прикладывается напряжение в несколько тысяч вольт. Электроны, вылетевшие под действием термоэлектронной эмиссии из катода, попадают в ускоряющее электрическое поле анод-катод. В трубке имеется фокусирующее устройство, которое направляет поток электронов в одну точку анода.

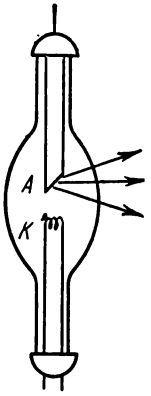


Рис. 274

Движущиеся электроны окружены магнитным полем. Встречая на своем пути анод (его иногда называют антикатодом), они резко затормаживаются. Исчезающее магнитное поле порождает возникновение электрического поля, которое в свою очередь вновь порождает магнитное поле, и т. д. Словом, *изменение поля заторможенных электронов сопровождается возникновением квантов электромагнитного рентгеновского излучения.*

Энергия, которую имеет ударяющий в анод электрон, равна eU, где e — заряд электрона, U — пройденная им разность потенциалов, т. е. то напряжение, которое подается на трубку. *Часть энергии заторможенного электрона расходуется на нагрев анода, другая часть порождает квант рентгеновского излучения,* т. е.

$$eU = A + h\nu, \tag{275}$$

где A — энергия, пошедшая на нагревание анода; $h\nu$ — энергия кванта рентгеновских лучей с частотой ν.

Так как доля энергии, идущей на нагрев анода при ударе электронов, оказывается различной, то и энергия возникающих квантов рентгеновских лучей неодинакова, т. е. рентгеновские лучи оказываются с различными длинами волн. Вследствие этого обычно говорят, что возникает *сплошной рентгеновский спектр.*

Формула (275) позволяет определить ту самую короткую длину волны, которая является границей сплошного рентгеновского спектра. Действительно, самая большая энергия кванта рентгеновских лучей будет в том случае, когда вся энергия заторможенного электрона полностью превратится в квант, которому будет соответствовать наиболее короткая длина волны, т. е.

$$h\nu_{\text{макс}} = \frac{ch}{\lambda_{\text{мин}}} = eU.$$

Отсюда следует, что

$$\lambda_{\text{мин}} \cdot U = \frac{ch}{e}. \qquad (276)$$

Полученная формула выражает *закон границы сплошного рентгеновского спектра: произведение наиболее короткой длины волны сплошного рентгеновского спектра на приложенное к трубке напряжение есть величина постоянная, равная ch/e.*

Свойство рентгеновских лучей в различной степени поглощаться разными элементами, их химическое действие на фотопленку, а также способность вызывать свечение люминесцирующих экранов послужили причиной их широкого использования в медицине для просвечивания различных органов больных с целью диагностики, для обнаружения осколков снарядов в теле раненого человека, для лечения злокачественных опухолей. Физиологическое действие рентгеновских лучей впервые исследовал русский академик А. М. Бехтерев.

Используют рентгеновские лучи и в дефектоскопии для обнаружения раковин и посторонних включений в металлических отливках.

В медицине применяются трубки с напряжением порядка 60 *кв*; в дефектоскопии доводят напряжение до 2000 *кв*. При этом напряжении можно просвечивать стальные отливки толщиной до 0,5 *м*.

§ 249. Эффект Комптона

Важным подтверждением квантовой природы излучения является эффект Комптона, открытый им в 1923 г.

Комптон исследовал рассеяние рентгеновских лучей при прохождении их через элементы с малой атомной массой (Li, Be, C и т. п.), а также через вещества, состоящие из легких элементов, например через парафин. Он установил, что при *столкновении квантов (фотонов) со свободными или почти свободными электронами обнаруживаются фотоны, обладающие меньшей энергией (т. е. меньшей частотой* ν*) по сравнению с их энергией до столкновения.*

Объяснения этого явления Комптон дал на основе квантовых представлений о природе излучения.

Если движущийся шар столкнется с неподвижным шаром и приведет его в движение, т. е. сообщит ему часть своей кинетической энергии, это вызовет уменьшение его собственной энергии и скажется в том, что скорость его движения станет меньше первоначальной. Но фотон обладает скоростью света, и эта скорость не может измениться. Следовательно, если при столкновении с электроном фотон теряет часть энергии, равную

$$\varepsilon = h\nu = \frac{ch}{\lambda},$$

то при этом должна уменьшиться частота ν его колебаний, иначе говоря, увеличиться длина волны λ.

Обозначим энергию кванта, частоту и длину волны, характеризующие его до столкновения, соответственно ε, ν и λ, а после столкновения — ε_1, ν_1 и λ_1. Так как $\varepsilon_1 < \varepsilon$, то

$$\nu_1 < \nu \quad \text{или} \quad \lambda_1 > \lambda.$$

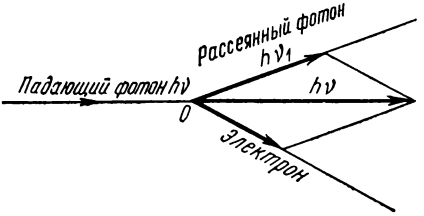


Рис. 275

Комптон обнаружил в потоке рентгеновских лучей после рассеяния их при прохождении через парафин и некоторые другие вещества присутствие отдельных лучей с бóльшими длинами волн, чем те, которые были до рассеяния.

На рис. 275 показана траектория падающего фотона ($\varepsilon = h\nu$) до столкновения с электроном и рассеянного фотона ($\varepsilon_1 = h\nu_1$) после столкновения.

§ 250. Люминесцентное излучение

В § 239—242 было рассмотрено тепловое излучение, которое вызывается нагреванием тела. При таком излучении вещество получает столько же энергии, сколько и излучает. Это равновесное излучение. *Люминесценцией именуют неравновесное излучение, вызванное не нагреванием, а каким-либо другим внешним воздействием.* Так, свечение, вызванное химической реакцией (свечение фосфора), называют х е м и л ю м и н е с ц е н ц и е й. Свечение светлячков, моллюсков и т. п. — это б и о л ю м и н е с ц е н ц и я. Излучение вещества, вызванное воздействием на него света, именуют ф о т о л ю м и н е с ц е н ц и е й. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только этого вида люминесценции.

Наиболее строгое определение понятия люминесцентного свечения сформулировано С. И. Вавиловым. *Люминесценция — излучение, представляющее собой избыток над тепловым излучением тела при данной температуре и имеющее длительность, значительно превышающую период световых волн.* Первая часть этого определения предложена Э. Видеманом и отделяет люминесценцию от равновесного теплового излучения. Действительно, любое тело, имеющее температуру выше абсолютного нуля, излучает электромагнитные волны. Это излучение является температурным, несмотря на то что температура тела может быть значительно ниже температуры окружающей среды. Вторая часть определения люминесценции — признак длительности — предложена Вавиловым для того, чтобы отделить люминесценцию от других явлений вторичного свечения — отражения и рассеяния света, тормозного излучения заряженных частиц и пр. Поскольку период световых волн имеет значение порядка 10^{-15} *сек*, то длительностью, достаточной для того, чтобы отнести какой-либо вид свечения к люминесценции, считается величина, значительно большая: 10^{-10} *сек* и выше (неограниченно).

Некоторые из веществ, способные светиться под воздействием света, открыты были еще в 1600 г. В XVII в. их стали называть *фосфо́рами*. В настоящее время фосфо́рами называют те вещества, которые после прекращения облучения их светом продолжают светиться более или менее длительное время. *Явление длительного послесвечения называют фосфоресценцией*. Фосфоресценция свойственна главным образом твердым телам. Фотолюминесценция, прекращающаяся практически сразу после прекращения освещения, называется *флуоресценцией*. Флуоресценция характерна главным образом для жидкостей и газов. Естественно, что резкой границы между этими двумя явлениями нет.

Стокс установил, что *излучаемый при люминесценции свет имеет бо́льшую длину волны, чем свет, возбуждающий люминесценцию*. Правило Стокса непосредственно вытекает из квантовых представлений о свете. Так как энергия падающего на тело фотона $h\nu_0$ частично растрачивается на различные внутримолекулярные процессы, то энергия испускаемого фотона оказывается несколько меньше, чем $h\nu_0$:

$$h\nu = h\nu_0 - A, \qquad (277)$$

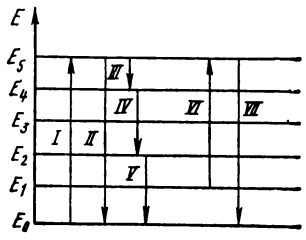


Рис. 276

где ν_0 — частота падающего света; ν — частота излучаемого света; A — энергия, растрачиваемая в веществе. Так как обычно $A > 0$, то $\nu < \nu_0$ и $\lambda > \lambda_0$.

Однако если атомы (молекулы) люминесцирующего вещества находятся в возбужденном состоянии (что имеет место, например, в случае нагревания тела), то к энергии возбуждающих фотонов может добавляться энергия за счет внутренних источников. В этом случае $A < 0$, и в спектре испускания наблюдается так называемая антистоксова область, для которой $\nu > \nu_0$ и $\lambda < \lambda_0$.

Механизмы флуоресценции несколько отличаются друг от друга. При флуоресценции излучение возникает вследствие того, что электрон данного атома (молекулы), возбужденный падающим светом, возвращается обратно на невозбужденный энергетический уровень [1] (рис. 276). Допустим, что вследствие поглощения возбуждающего фотона электрон перешел с невозбужденного энергетического уровня E_0 на уровень E_5 (переход I). Обратный переход возможен либо сразу на уровень E_0 (переход II), либо в несколько этапов (переходы III—IV—V). Оба варианта переходов на рисунке показаны стрелками. Там же (справа) показан и механизм антистоксовского излучения. В последнем случае электрон до поглощения фотона находится на возбужденном энергетическом уровне, скажем, E_2. Вследствие поглощения фотона электрон переходит на более высокий уровень E_5 (переход VI), а затем возвращается в невозбужденное состояние и при этом излучается фотон бо́льшей частоты, чем возбуждающий (переход VII). Все эти процессы происходят внутри атома и протекают сравнительно быстро: время затухания порядка времени жизни атома в возбужденном состоянии.

[1] Об энергетических уровнях см. § 256.

Механизм фосфоресценции следует рассматривать с точки зрения представлений об энергетических зонах в кристаллах. Обычно фосфоры получают путем спекания основного вещества (ZnS, CaS, SrS и др.) с активатором (Mn, Cu, Bi и др.) и плавнем (NaCl, CaF_2 и др.). Активатор дает добавочные энергетические уровни. Вблизи заполненной зоны возникают уровни активатора *а*; кроме того, вблизи зоны проводимости возникают так называемые локальные уровни λ, вызванные дефектами в кристаллической решетке, возникшими в связи с внедрением в нее активатора.

Вследствие облучения фосфора электрон e^- (рис. 277, *а*) из заполненной зоны (или с уровня активатора *а*) переходит в зону проводимости (переход I), а на его место в заполненной зоне остается дырка e^+. Далее электрон постепенно теряет свою энергию и оказывается на нижнем уровне зоны проводимости. Дырка тоже «перемещается» — замещается электронами заполненной зоны и в конце концов оказывается на верхнем уровне заполненной зоны либо на уровне активатора *а*. Электрон, оказавшийся на нижнем уровне зоны проводимости, может перейти либо на уровень *а*, испуская квант света (переход II), либо на локальный уровень λ (рис. 277, *б*) без излучения (переход III). Переход с локального уровня непосредственно в заполненную зону невозможен. Чтобы вернуться в заполненную зону, электрон должен сначала перейти назад в зону проводимости (переход IV), для чего ему необходимо получить добавочно небольшую порцию энергии, а оттуда уже перейти либо в заполненную зону, либо на уровень *а* с излучением энергии $h\nu$ (переход *V*). Длительность фосфоресценции определяется временем пребывания электрона на локальном уровне и может быть весьма большой.

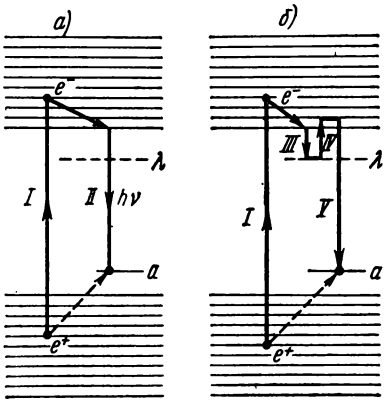


Рис. 277

Так как люминесцентное излучение отражает внутреннюю структуру вещества, оно может быть использовано для изучения этой структуры. Люминесцентный анализ применяется для определения качества различных веществ (в частности, для определения качества пищевых продуктов), контроля за химическими превращениями, определения концентрации веществ в смесях, оценки сортов семян и пр. Люминесцентная дефектоскопия позволяет обнаружить дефекты обработанных поверхностей — мельчайшие щели, раковины и пр. Люминофоры с различной длительностью послесвечения используются для покрытия экранов кинескопов, осциллографических трубок, сцинтилляционных счетчиков и т. п.

Фосфоры с подобранным соответствующим образом спектром излучения используются в лампах дневного света, в театральной технике, для изготовления украшений и как светящиеся указатели различных приборов.

§ 251. Индуцированное излучение

Переход квантовой системы (атома, иона, молекулы) из одного энергетического состояния в другое сопровождается, как мы знаем, излучением или поглощением порции $h\nu$ электромагнитной энергии.

До сих пор говорилось лишь о таком механизме излучения, при котором атом переходит на более низкий энергетический уровень без всякого внешнего толчка, самопроизвольно или, как говорят, *спонтанно* (тепловое излучение, люминесценция и т. п.). Однако этот механизм излучения не является единственно возможным. Как впервые было установлено А. Эйнштейном в 1917 г., квантовая система может излучить квант энергии и перейти в состояние с меньшей энергией под влиянием внешнего электромагнитного поля. Этот эффект получил название *индуцированного излучения*. Индуцированное электромагнитное излучение обладает замечательным качеством: оно тождественно с первичным падающим на вещество излучением, т. е. совпадает с ним по частоте, направлению распространения и поляризации и когерентно во всем объеме вещества. Как же оно возникает?

Допустим, что через вещество проходит электромагнитная волна. Рассмотрим сначала случай, когда система атомов вещества находится в термодинамическом равновесии. При этом атомы располагаются на низших энергетических уровнях, т. е. находятся в основном состоянии и на ближайших к нему возбужденных уровнях. Пользуясь общепринятой терминологией, можно сказать, что населенность низких энергетических уровней системы больше, чем населенность верхних. Под влиянием падающей электромагнитной волны может возникнуть либо поглощение атомом кванта энергии с переходом на более высокий энергетический уровень, либо индуцированное излучение с переходом на один из более низких уровней. Но поскольку при термодинамическом равновесии населенность низких уровней больше, чем высоких, то под влиянием падающего излучения бóльшее число атомов переходит в единицу времени с нижних уровней на верхние, чем наоборот [1]. Этим объясняется тот факт, что в обычных условиях вещества поглощают падающее на них излучение.

Теперь рассмотрим случай, когда большинство атомов вещества, на которое падает электромагнитная волна, находится в возбужденных состояниях, т. е. населенность верхних энергетических уровней значительно превышает населенность нижних уровней (неравновесное состояние). В этом случае под влиянием падающего излучения бóльшее число атомов переходит в единицу времени с верхних уровней на нижние и возникает индуцированное излучение.

Таким образом, имея возбужденную квантовую систему с необходимыми частотами переходов, можно получить усиление слабого электромагнитного излучения.

---

[1] Вероятности переходов каждой частицы под влиянием излучения с уровня на уровень в обоих направлениях равны.

Существует несколько методов возбуждения квантовых систем (так называемых методов накачки): использование оптического облучения, метод сортировки молекул (разделение молекул, находящихся в различных энергетических состояниях, и удаление из молекулярного пучка невозбужденных молекул) и др.

§ 252. Квантовые генераторы и их применения

Возможность создания квантовой системы, способной отдавать энергию электромагнитной волне, впервые была обоснована в 1939 г. советским физиком В. А. Фабрикантом. В 1954 г. советские физики Н. Г. Басов и А. М. Прохоров и независимо от них американский физик Ч. Таунс разработали первые действующие квантовые приборы, основанные на использовании индуцированного излучения.

Приборы, использующие индуцированное излучение, могут работать как в режиме усиления, так и в режиме генерации. В соответствии с этим они называются квантовыми усилителями или квантовыми генераторами. Их называют также сокращенно *лазерами* [1] при усилении (или генерировании) видимого света и *мазерами* — при усилении (или генерировании) инфракрасного света и радиоволн.

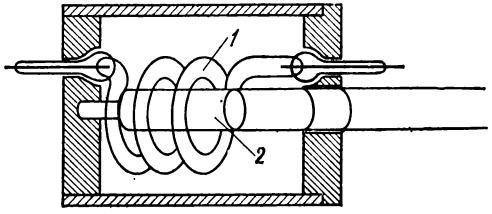


Рис. 278

В качестве рабочего элемента современных квантовых усилителей и генераторов применяются различные вещества чаще всего в твердом или газообразном состоянии. Рассмотрим один из видов квантового генератора на синтетическом рубине. Устройство его показано на рис. 278. Рабочим элементом лазера является цилиндр *2* из розового рубина, который по химическому составу представляет собой Al_2O_3 с примесью 0,05%Cr_2O_3. Размеры цилиндров выбираются приблизительно от 0,1 до 2 *см* в диаметре и от 2 до 23 *см* по длине. Плоские торцовые концы цилиндра тщательно отполированы и параллельны с высокой степенью точности. На них наносится серебряное покрытие так, что один конец рубина становится полностью отражающим (зеркальным), а другой — излучающий — посеребрен не так плотно и является частично отражающим (коэффициент пропускания колеблется обычно от 10 до 25%). Рубиновый цилиндр окружен витками спиральной импульсной лампы *1*, дающей главным образом зеленое и голубое излучения. За счет энергии этого излучения и происходит возбуждение. В явлении генерации света участвуют только ионы хрома, а алюминий и кислород остаются инертными.

[1] Light amplification by Stimulated emission of radiation. Слово «лазер» составлено из первых букв.

Упрощенная схема энергетических уровней рубина представлена на рис. 279. При облучении светом с длиной волны 5600 Å (зеленый) ионы Cr, находившиеся ранее в основном состоянии на энергетическом уровне *1*, переходят на энергетические уровни, лежащие в полосе *3*. В течение короткого (но вполне определенного) времени некоторые из этих ионов перейдут обратно на уровень *1* (с излучением), другие — на уровень *2* (без излучения). Вероятность перехода на уровень *2* больше, чем вероятность перехода на уровень *1*. Ионы Cr, оказавшиеся на уровне *2*, в течение некоторого времени сохраняют свою энергию, а затем переходят на уровень *1*. Вероятность этого перехода меньше вероятности перехода с уровня *1* на уровень *3* (иными словами, время жизни иона на уровне *2* больше, чем на уровне *1*). Таким образом, оптическая накачка приводит к тому, что населенность уровня *2* оказывается больше, чем населенность уровня *1*. Если теперь на рубин направить излучение с частотой, соответствующей энергии перехода с уровня *2* на уровень *1*, т. е.

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h},$$

то это излучение стимулирует ионы, находящиеся на уровне *2*, отдать избыток своей энергии $E_2 - E_1$ и перейти на уровень *1*. Переход сопровождается излучением фотонов той же частоты $\nu = (E_2 - E_1)/h$; таким образом, первоначальный сигнал многократно усиливается.

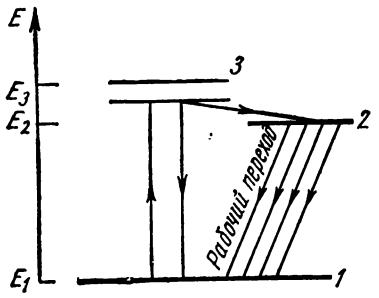


Рис. 279

Фотоны, которые движутся непараллельно продольной оси кристалла, покидают кристалл, проходя через прозрачные боковые стенки. По этой причине выходной пучок света имеет высокую направленность. Потоки фотонов, претерпевая многократные отражения от передней и задней зеркальных граней рубинового цилиндра, достигнув достаточной мощности, выходят наружу через ту торцовую грань, которая обладает некоторой прозрачностью.

Луч лазера существенно отличается от обычного луча света, что определяет его широкие применения. Слабая расходимость луча, обусловленная когерентностью, создает возможность его использования в локации (расходимость луча лазера настолько мала, что на поверхности Луны он дает светлое пятно диаметром около 80 *м*). Количество информации, передаваемой с помощью электромагнитной волны, чрезвычайно возрастает с увеличением частоты. Так как луч лазера лежит в световом диапазоне, т. е. диапазоне частот, значительно превышающих частоты радиоволн, то с помощью одного луча становится возможным передавать десятки телевизионных программ и тысячи телефонных разговоров.

Острая направленность луча позволяет концентрировать энергию на чрезвычайно малые площади. Энергия импульса лазера порядка 1 *дж*, а время импульса порядка 1 *мксек*. Следовательно, мощность импульса

порядка 1000 *вт*. Если такой луч сконцентрировать на площадь 100 *мкм*^{2}, то удельная мощность во время импульса составит 10^9 *вт/см*^{2}. При такой мощности любые тугоплавкие материалы превращаются в пар. Отсюда возникают перспективы использования лазеров для обработки тугоплавких и сверхпрочных материалов. Мощный и очень узкий пучок когерентного света уже нашел себе применение в технике для микросварки и проплавления отверстий, в медицине — в качестве хирургического ножа при глазных операциях и пр.

Постоянство энергетического интервала между возбужденным и невозбужденным уровнями рабочего материала обеспечивает высокую стабильность частоты излучения. Басов и Прохоров использовали это обстоятельство для создания эталона времени — молекулярных часов, причем такой эталон не обязательно должен быть в одном экземпляре. Таких эталонов может быть много: поскольку они изготовлены из одного и того же материала, их идентичность гарантируется самой природой.

§ 253. Примеры решения задач

1. С какой наибольшей скоростью будут двигаться фотоэлектроны при их освобождении из цезия, если он освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ *мкм*? Работу выхода для цезия полагать равной $A = 1$ *эв*.

Р е ш е н и е. Сначала следует проверить, произойдет ли эффект или нет. Вычислим энергию кванта ch/λ и сопоставим ее с работой выхода A.

Запишем данные, используя СИ: $c = 3 \cdot 10^8$ *м/сек*; $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ *дж·сек*; $A = 1$ *эв* $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *дж*; $\lambda = 0{,}5$ *мкм* $= 5 \cdot 10^{-7}$ *м*; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг*.

Вычислим энергию кванта:

$$\varepsilon = \frac{ch}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{5 \cdot 10^{-7}}\ дж \approx 4 \cdot 10^{-19}\ дж.$$

Она оказывается больше работы выхода, а следовательно, фотоэффект произойдет. Из формулы Эйнштейна (273) следует, что

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{ch}{\lambda} - A,$$

откуда

$$v = \sqrt{2\left(\frac{ch}{\lambda} - A\right)/m}.$$

Производим вычисление:

$$\frac{ch}{\lambda} - A \approx (4 \cdot 10^{-19} - 1{,}6 \cdot 10^{-19})\ дж \approx 2{,}4 \cdot 10^{-19}\ дж;$$

$$v \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}}\ \frac{м}{сек} \approx 7{,}3 \cdot 10^5\ м/сек.$$

2. К рентгеновской трубке, применяемой для диагностики, приложено напряжение 50 000 *в*. Найти границу сплошного рентгеновского спектра.

Р е ш е н и е. Из формулы (276) находим, что

$$\lambda_{мин} = \frac{ch}{eU}.$$

Подставим значения: $c = 3 \cdot 10^8$ *м/сек*; $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ *дж·сек*; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*; $U = 5 \cdot 10^4$ *в* и произведем вычисления:

$$\lambda_{мин} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^4}\ м \approx 2{,}5 \cdot 10^{-11}\ м = 0{,}25\ Å.$$

3. Квант рентгеновских лучей, равный $\varepsilon = 2 \cdot 10^{-15}$ *дж*, при столкновении с электроном потерял 20% энергии. Определить частоту и длину волны этих лучей после столкновения.

Р е ш е н и е. Энергия кванта после столкновения равна

$$\varepsilon_1 = 0{,}8\varepsilon = 1{,}6 \cdot 10^{-15} \text{ дж}.$$

Из формулы Планка (241) определяем частоту ν_1:

$$\nu_1 = \frac{\varepsilon_1}{h} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-15}}{6{,}62 \cdot 10^{-34}} \text{ сек}^{-1} \approx 2{,}4 \cdot 10^{18} \text{ сек}^{-1};$$

при этом длина волны будет

$$\lambda_1 = \frac{c}{\nu_1} \approx \frac{3 \cdot 10^8}{2{,}4 \cdot 10^{18}} \text{ м} \approx 1{,}25 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 1{,}25 \text{ Å}.$$

Задачи для повторения

307. Красная граница для чистого серебра определяется длиной волны 2610 Å. Найти работу выхода электронов (в *эв*).

308. Работа выхода электронов из металла 4,5 *эв*. Будет ли иметь место фотоэффект, если на металл направить ультрафиолетовые лучи с длиной волны $3 \cdot 10^{-7}$ *м*?

309. Какова максимальная скорость фотоэлектронов, вылетающих из цинка при освещении его лучами с длиной волны 2000 Å, если работа выхода равна 4 *эв*?

310. Какой длины волну следует направить на поверхность никеля, чтобы скорость электрона, вылетевшего из металла, равнялась $3 \cdot 10^8$ *см/сек*? Для никеля работа выхода электрона равна 5 *эв*.

311. Натрий освещается монохроматическим светом с длиной волны 2000 Å. Работа выхода для натрия равна 2,5 *эв*. Какую наименьшую разность потенциалов нужно приложить, чтобы прекратить эмиссию электронов?

312. Определить наименьшую длину волны рентгеновских лучей, получаемых посредством трубки, работающей под напряжением 12 *кв*.

313. Вычислить скорость электронов, падающих на антикатод рентгеновской трубки, если минимальная длина волны испускаемых ею лучей равна 10 Å.

314. Наименьшая длина волны рентгеновских лучей, получаемых от трубки, работающей под напряжением 40 *кв*, равна 0,31 Å. Вычислить по этим данным постоянную Планка, считая заряд и массу электрона известными из таблиц.

315. Фотон жестких рентгеновских лучей ($\lambda = 0{,}27$ Å) при соударении со свободным электроном передал ему 9% своей энергии. Определить длину волны рассеянного рентгеновского излучения.

316. Фотон рентгеновских лучей, характеризуемый частотой $1{,}5 \cdot 10^{18}$ *сек*$^{-1}$, при комптоновском столкновении с электроном потерял 10% своей энергии. Каковы его энергия и длина волны до и после столкновения с электроном?

ЧАСТЬ ШЕСТАЯ

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

ГЛАВА ТРИДЦАТЬ ШЕСТАЯ

СТРОЕНИЕ АТОМА

§ 254. Краткий исторический очерк

Представления об атомах как о мельчайших частицах, из которых состоят все вещества и которые далее неделимы, возникли еще в античные времена (Демокрит, Лукреций). В дальнейшем развитие науки, прежде всего химии, дало этим представлениям научное обоснование. В работах Лавуазье, Ломоносова, Дальтона и других ученых, заложивших фундамент современной химии, реальность существования атомов была доказана. Однако химики продолжали считать, что атомы различных элементов — абсолютно простые и далее неделимые частицы, поэтому вопрос о внутреннем строении атомов даже не ставился. Правда, Проут в 1815 г. высказал гипотезу, что все атомы химических элементов построены из атомов водорода. Свое предположение он обосновывал тем, что атомные массы (веса) многих элементов выражались целыми числами, кратными атомной массе водорода, которая тогда принималась за единицу. Однако это выполнялось не для всех элементов, поэтому гипотеза Проута вскоре была отвергнута.

Физика подошла к постановке вопроса о физической природе и внутреннем строении атомов на рубеже XX в. Огромное революционное значение при этом сыграло открытие Д. И. Менделеевым периодического закона химических элементов, из которого вытекало существование глубоких внутренних связей между атомами различных элементов.

Наряду с этим изучение явления электролиза, опыты Столетова по фотоэффекту, исследование катодных лучей, представляющих поток электронов, привели к выводу, что атом представляет собой электродинамическую систему и что в состав атома входят заряженные частицы. Основываясь на новых данных, Дж. Томсон предложил свою модель строения атома. По этой модели атом представляет собой сферу с радиусом порядка 10^{-10} *м*, внутри которой равномерно распределен положительный электрический заряд. Внутри этой сферы движутся отрицательно заряженные частицы — электроны. Полный заряд атома равен нулю, т. е. количества положительного и отрицательного электричества в атоме равны. Избыток или недостаток электронов в атоме приводит к возникновению отрицательных или положительных ионов. Число электронов атома по этой модели оставалось неопределенным. Неясно было, какую роль играет во внутреннем строении атома положительное электричество. Последующие исследования и прежде всего открытие радиоактивности показали, что гипотеза Томсона была неверной.

§ 255. Модель строения атома по Резерфорду

Начиная с 1906 г. английский ученый Э. Резерфорд производил опыты с целью выяснить внутреннее строение атома и получить подтверждение или опровержение гипотезы Томсона. Для этой цели он применил альфа-лучи, испускаемые радиоактивными элементами при

их распаде. Главная цель опытов состояла в том, чтобы выяснить, распределен ли положительный заряд по всему объему атома (как это предполагал Томсон) или сосредоточен в некоторой области атома (его ядра).

Установка, в которой проводились опыты, схематически изображена на рис. 280.

В вакуумной камере находится радиоактивное вещество (R), испускающее α-частицы, т. е. дважды ионизированные атомы гелия (ядра гелия). Узкий пучок их, пройдя диафрагму C, встречает на своем пути листок металлической фольги B. Пройдя через фольгу, α-частицы попадают на флуоресцирующий экран D, покрытый сернистым цинком, поверхность которого рассматривается в микроскоп. Ударяя в экран, α-частица вызывает появление вспышки в виде искорки (сцинтилляцию), наблюдаемой глазом в микроскоп.

Электроны, встреченные на пути α-частицы, ввиду малости их массы не могут существенно изменить траекторию ее движения. Наблюдавшиеся рассеяния α-частиц при прохождении их через

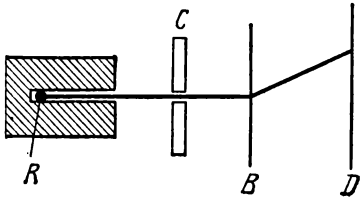


Рис. 280

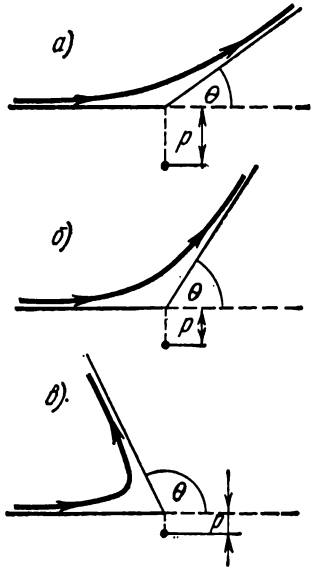


Рис. 281

фольгу могло быть вызвано отталкиванием их от положительно заряженных частиц, масса которых сосредоточена в малом объеме.

На рис. 281, *а*, *б*, *в* показаны отклонения α-частиц от своей первоначальной траектории для различных расстояний ρ от положительно заряженной частицы, которая вызвала изменение траектории. Расчетным путем было показано, что α-частица, испытывая электрическое отталкивание от одноименного положительного заряда q, движется по гиперболе, причем угол θ, на который она отклоняется при этом (угол между асимптотами гиперболы), может быть определен в зависимости от массы α-частицы, ее заряда и скорости движения, а также от заряда положительной частицы и от расстояния продолжения прямой, по которой летела α-частица, от отталкивающей ее положительной частицы. Результаты многочисленных опытов привели к заключению, что отклонение α-частиц при прохождении через фольгу происходит не так, как это имело бы место, если бы положительный заряд атома был распределен по всему объему, что предполагалось по гипо-

тезе Дж. Томсона. Оно происходит так, как если бы положительный заряд атомов был сосредоточен в очень малом объеме.

Эти и другие исследования позволили Резерфорду в 1911 г. сделать следующие заключения: 1) атом имеет ядро, радиус которого порядка 10^{-14} *м*, вокруг ядра движутся электроны; 2) положительный заряд ядра равен Ze, где Z — порядковый номер элемента в таблице Менделеева; e — абсолютное значение заряда электрона; 3) электроны обращаются вокруг ядра по орбитам, радиусы которых не превышают радиуса атома (порядка 10^{-10} *м*). У нейтрального атома суммарный отрицательный заряд всех электронов должен быть компенсирован положительным зарядом ядра, т. е. число электронов у нейтрального атома равно Z — его порядковому номеру. При потере атомом одного или нескольких электронов атом становится положительным ионом; при присоединении к нему лишних электронов (сверх их количества, равного Z) атом превращается в отрицательный ион.

По сравнению с прежними взглядами на строение атома модель Резерфорда была шагом вперед, так как впервые атом был представлен как система движущихся зарядов. Однако эта модель не укладывалась в рамки классической физики.

Предположение о движении электронов вокруг ядра было сделано Резерфордом в связи с тем, что только при этом условии электроны могли находиться на определенных расстояниях от ядра; покоящиеся электроны должны были бы быть им притянуты. Для электрона, движущегося вокруг ядра по определенной орбите радиуса r, сила его притяжения F к ядру, определяемая по закону Кулона, равна центростремительной силе, т. е.

$$\frac{Ze \cdot e}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}; \quad mv^2 r = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}, \tag{278}$$

где v — линейная скорость электрона на орбите радиуса r; e — заряд электрона; Ze — заряд ядра.

В чем заключались недостатки модели Резерфорда?

1. Из формулы (278) можно подсчитать, что при радиусе орбиты $r \approx 10^{-10}$ *м* скорость движения электрона оказывается равной $\sim 10^6$ *м/сек*. Зная v и r, можно найти центростремительное ускорение:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{10^{12}}{10^{-10}} \frac{м}{сек^2} = 10^{22}\ м/сек^2.$$

Такое чрезвычайно большое ускорение электронов должно сопровождаться сильным электромагнитным излучением. В результате энергия электронов будет весьма быстро убывать и электроны должны упасть на ядро. Таким образом, атом Резерфорда оказывается неустойчивым, время его жизни составляет всего лишь ничтожные доли секунды.

2. В уравнении (278) неизвестными являются две величины — радиус орбиты r и скорость v электрона на орбите. Следовательно, существует бесчисленное множество значений радиуса и соответствующих ему значений скорости (а значит, и энергии), удовлетворяющих этому уравнению. Иными словами, величины r, v и E могут меняться

непрерывно. При переходе электрона с одной орбиты на другую, более близкую к ядру, может испускаться любая произвольная порция энергии, т. е. спектры атомов должны быть сплошными. В действительности было известно, что каждому газу присущ вполне определенный линейчатый спектр излучения. Более того, было обнаружено, что спектральные линии могут быть распределены по группам — так называемым сериям. В пределах одной серии расположение линий имеет вполне определенный характер и может быть описано простой математической формулой. В частности, швейцарскому физику Бальмеру удалось установить эмпирическую формулу для частот линий видимой части спектра испускания водорода:

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \tag{279}$$

где $n = 3, 4, 5, \ldots$, R — некоторое определенное число, называемое *постоянной Ридберга* и равное

$$R = 3{,}29 \cdot 10^{15}\ сек^{-1}.$$

Первая линия имеет красный цвет; в формуле Бальмера ей соответствует $n = 3$, вторая линия — зеленовато-голубая ($n = 4$), третья — синяя ($n = 5$), четвертая — фиолетовая ($n = 6$). По формуле $\lambda = c/\nu$ можно подсчитать, пользуясь формулой Бальмера, длины волн соответствующих линий. Значения этих длин волн в сопоставлении с экспериментальными приведены в таблице:

Линии	n	$\lambda_{выч}$, Å	$\lambda_{эксп}$, Å
Красная	3	6562,80	6562,79
Зеленая	4	4861,38	4861,33
Синяя	5	4340,51	4340,47
Фиолетовая	6	4101,78	4101,74

Сопоставление указывает на отличное совпадение опытных данных с результатом вычислений по формуле Бальмера.

В спектре водорода было обнаружено в дальнейшем еще несколько серий, в частности серия, открытая Лайманом, в ультрафиолетовой части спектра, и серия, открытая Пашеном, в инфракрасной части.

Серия Лаймана описывается формулой

$$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right), \tag{280}$$

где $n = 2, 3, 4 \ldots$

Для серии Пашена

$$\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right), \tag{281}$$

где $n = 4, 5, 6 \ldots$.

Эти сериальные формулы были получены эмпирически, как и формула Бальмера, и долгое время они не имели теоретического обоснования.

§ 256. Постулаты Бора

Линейчатый характер спектров излучения и поглощения атомов приводит к выводу о том, что атом может излучать и поглощать энергию не в любых количествах, а только вполне определенными порциями — квантами. Датский физик Бор предположил, что *атом может находиться не в любых, а лишь в определенных энергетических состояниях.* Переходя из одного состояния в другое, атом получает или излучает квант энергии, равный разности его энергий в начальном и конечном состояниях. Исходя из представлений о дискретности энергетических состояний атома, Бор в 1913 г. усовершенствовал атомную модель Резерфорда, создав квантовую теорию строения атома. В основу его теории легли три постулата.

1. *Электроны в атоме могут двигаться не по любым орбитам, а только по орбитам вполне определенного радиуса.* На этих орбитах, получивших название *стационарных,* или *разрешенных,* момент количества движения электрона кратен величине $h/2\pi$, т. е.

$$mvr = n\frac{h}{2\pi}, \tag{282}$$

где m — масса электрона; v — его линейная скорость; r — радиус орбиты; n — целое число ($n = 1, 2, 3, 4, \ldots$), называемое *квантовым числом*; h — постоянная Планка.

Формула (282) выражает так называемое условие квантования радиусов электронных орбит.

Находясь на стационарной орбите, электрон имеет строго определенную энергию, которая не изменяется, пока он находится на данной орбите.

2. *Движение электрона по стационарной орбите не сопровождается излучением или поглощением энергии.*

3. *При переходе с одной стационарной орбиты с энергией электрона E_{n_1} на другую с энергией электрона E_{n_2} излучается или поглощается квант энергии $h\nu$.*

Частота испускаемого или поглощаемого электромагнитного излучения определяется из условия

$$h\nu = E_{n_1} - E_{n_2}. \tag{283}$$

Таким образом, частота электромагнитных волн, излучаемых атомом, определяется не частотой обращения электронов в атоме, а разностью энергий стационарных состояний атома.

Решая совместно уравнение (278), данное Резерфордом:

$$mv^2r = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0},$$

и уравнение (282), выражающее первый постулат Бора:

$$mvr = n\frac{h}{2\pi},$$

находим скорость движения электрона на n-й орбите:

$$v_n = \frac{Ze^2}{2\varepsilon_0 nh} \tag{284}$$

и радиус этой орбиты:

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi Ze^2 m}. \tag{285}$$

Из формулы следует, что радиусы электронных орбит увеличиваются по мере удаления от ядра как квадраты чисел натурального ряда, а скорости движения электронов на них убывают обратно пропорционально номеру орбиты.

Для атома водорода $Z = 1$. Подставляя вместо величин их соответствующие значения в единицах СИ, находим из формулы (285) радиус его первой орбиты:

$$r_1 = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot (6{,}62 \cdot 10^{-34})^2}{3{,}14 \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} \text{ м} \approx 5{,}29 \cdot 10^{-11} \text{ м} \approx 0{,}53 \text{Å}.$$

Радиус второй орбиты $r_2 = 2{,}12$ Å, третьей $r_3 = 4{,}77$ Å, четвертой $r_4 = 8{,}48$ Å и т. д.

Скорость движения электронов на первой разрешенной орбите атома водорода, вычисленная по формуле (284), составляет около $2 \cdot 10^6$ *м/сек*.

Полная энергия электрона в атоме слагается из кинетической энергии T при его движении по орбите и потенциальной энергии U притяжения электрона к ядру. Кинетическая энергия электрона с учетом выражения (284) равна

$$T = \frac{mv_n^2}{2} = \frac{mZ^2e^4}{8\varepsilon_0^2 n^2 h^2},$$

или [см. выражение (285)]

$$T = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r}.$$

Определим теперь потенциальную энергию электрона, находящегося в поле ядра атома. Потенциал точки поля на расстоянии r от точечного заряда q равен [см. (128)] $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$. В данном случае $q = Ze$, следовательно,

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze}{r}.$$

Потенциальная энергия U электрона, находящегося на расстоянии r от положительного точечного заряда Ze, равна

$$U = -\varphi e = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r}.$$

Полная энергия электрона в атоме

$$E = T + U = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r}. \quad (286)$$

Таким образом, полная энергия электрона оказывается отрицательной и равной по абсолютному значению его кинетической энергии. Подставляя в формулу (286) значение радиуса орбиты из формулы (285), получаем

$$E_n = -\frac{1}{8\varepsilon_0^2} \cdot \frac{Z^2e^4m}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (287)$$

Для водородного атома $Z = 1$, следовательно,

$$E_n = -\frac{1}{8\varepsilon_0^2} \cdot \frac{e^4m}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (287\text{ а})$$

По этой формуле подсчитаем энергию электрона в атоме водорода для ближайшей к ядру орбиты ($n = 1$):

$$E_1 = -\frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^4 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{8\,(8{,}85 \cdot 10^{-12})^2 \cdot (6{,}62 \cdot 10^{-34})^2}\ дж \approx -2{,}2 \cdot 10^{-18}\ дж \approx -13{,}75\ эв.$$

При более точном подсчете это значение оказывается равным $E_1 = -13{,}55$ *эв*.

Значение полной энергии электрона, находящегося на разрешенной орбите, называется *энергетическим уровнем атома.*

Минимальной энергией атом обладает при движении электрона по ближайшей к ядру орбите, т. е. при $n = 1$ ($E_1 = -13{,}55$ *эв*); максимальной энергией — при удалении электрона из атома, если $n = \infty$ ($E_\infty = 0$).

При переходе электрона с одной разрешенной орбиты на другую, более близкую к ядру, излучается энергия ε, равная разности энергетических уровней атома до и после перехода, т. е.

$$\varepsilon = E_n - E_k,$$

где k — номер орбиты, на которую переходит электрон, а n — номер орбиты, с которой он удаляется.

Так как $\varepsilon = h\nu$, откуда $\nu = \varepsilon/h$, то частота колебаний, соответствующая этому излучению, равна

$$\nu = \frac{E_n - E_k}{h}. \quad (288)$$

Например, при переходе электрона в водородном атоме со второй ($n = 2$) на первую стационарную орбиту ($k = 1$) излучается квант энергии $\varepsilon = E_2 - E_1 = -3{,}38\ эв - (-13{,}55\ эв) = 10{,}17\ эв$, что соответствует частоте $\nu = \varepsilon/h \approx 2{,}46 \cdot 10^{15}\ гц$. Длина излучаемой при этом волны равна

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \approx \frac{3 \cdot 10^8}{2{,}46 \cdot 10^{15}}\ м \approx 1{,}22 \cdot 10^{-7}\ м.$$

Для обратного перехода электрона в водородном атоме с первой орбиты на вторую атом должен поглотить такой же квант энергии, т. е. равный 10,17 *эв*.

Итак, атом может излучать и поглощать энергию только вполне определенными порциями, которые соответствуют некоторым определенным длинам волн. Этим и объясняется природа линейчатых спектров.

Нормальное состояние атома водорода соответствует движению электрона по ближайшей к ядру орбите. Энергетический уровень при этом равен —13,55 *эв*; все остальные уровни ($n = 2, 3, 4, \ldots$) именуются *возбужденными*.

§ 257. Вывод формул спектральных серий

Блестящим успехом теории Бора явилось получение на ее основании эмпирических формул спектральных серий.

Подставив в формулу (288), выражающую частоту излучения атома водорода при переходе электрона с n-й орбиты на k-ю, более близкую к ядру, значения энергий E_n и E_k по формуле (287а), находим

$$\nu = \frac{E_n - E_k}{h} = \frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left[-\frac{1}{n^2} - \left(-\frac{1}{k^2}\right)\right] = \frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right). \quad (289)$$

Подставляя вместо e, m, ε_0 и h их значения, получим

$$\frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^3} \approx \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^4 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{8\,(8{,}85 \cdot 10^{-12})^2 \cdot (6{,}62 \cdot 10^{-34})^3}\ сек^{-1} \approx 3{,}29 \cdot 10^{15}\ сек^{-1},$$

а при более точном подсчете получается $3{,}28985 \cdot 10^{15}$ $сек^{-1}$, т. е. число, совпадающее с эмпирическим значением постоянной Ридберга (см. § 255). Вследствие этого формулу (289) можно переписать в таком виде:

$$\nu = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right). \quad (289\ а)$$

Сопоставление формулы (289) с эмпирическими формулами (279), (280) и (281) показывает, что эти последние являются частными случаями формулы (289 а). В самом деле, при $k = 1$, $n = 2, 3, 4, \ldots$ получается формула Лаймана; при $k = 2$, $n = 3, 4, 5, \ldots$ — формула Бальмера; при $k = 3$, $n = 4, 5, 6, \ldots$ — формула Пашена.

В теории Бора эмпирические формулы Лаймана, Бальмера и Пашена получили физическое истолкование.

При $k = 1$ (формула Лаймана) происходит переход электронов в атоме водорода на первую стационарную орбиту со второй, третьей и т. д. Эта серия линий расположена в ультрафиолетовой части спектра.

При $k = 2$ (формула Бальмера) имеют место переходы электронов на вторую орбиту с третьей, четвертой и т. д. Эта серия расположена в видимой части спектра.

Серия Пашена получается при $k = 3$, т. е. при переходе электронов с более отдаленных от ядра орбит на третью орбиту. Эта серия лежит в инфракрасной части спектра.

§ 258. Опыты Франка и Герца

Правильность основного положения Бора о дискретности возможных значений энергии атомов была доказана в 1914 г. опытами Д. Франка и Г. Герца.

Схема опытов Франка и Герца изображена на рис. 282. Трубка T наполнена парами ртути. Для нагревания катода K служит батарея $B_н$. Между катодом K и анодом A приложено напряжение U_1, создаваемое анодной батареей $B_а$ и вызывающее движение электронов, вырывающихся вследствие термоэлектронной эмиссии, по направлению к аноду A. Сила возникающего тока измеряется при помощи амперметра A. В трубке имеется сетка S. Между сеткой и анодом приложено встречное напряжение U_2 порядка 0,5 *в*.

На рис. 283 показана получаемая на опыте зависимость силы тока в цепи от напряжения U_1, которая может быть легко объяснена с точки зрения развитых Бором представлений о дискретном характере энергетических состояний атомов. Для того чтобы перебросить электрон в атоме ртути с низшего энергетического уровня E_1 на ближайший

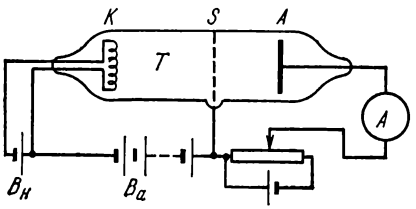


Рис. 282

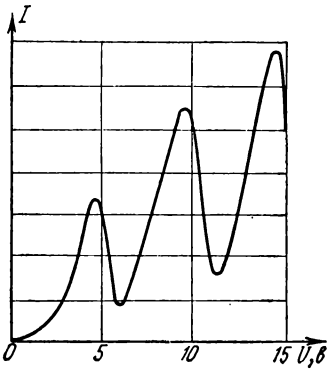


Рис. 283

уровень E_2, соответствующий возбужденному состоянию атома, требуется сообщить энергию около 4,9 *эв*. Пока разность потенциалов, создаваемая батареей $B_а$, меньше 4,9 *в*, электроны катодного потока, встречая на своем пути атомы ртути, будут претерпевать упругие столкновения с ними, почти не теряя при этом энергии. Когда U_1 достигнет 4,9 *в*, электроны приобретут энергию, достаточную для возбуждения атомов ртути. При столкновении с ними электроны будут терять энергию и не смогут преодолеть встречную разность потенциалов U_2 и достигнуть анода. Сила тока резко уменьшится. Только при $U_1 > 5{,}4$ *в* сила тока начнет вновь возрастать. При $U_1 = 9{,}8$ *в* опять произойдет резкое снижение силы тока. Электроны, обладая энергией 9,8 *эв*, смогут, дважды сталкиваясь с атомами ртути, перевести их в возбужденное состояние. Те электроны, которые при своем движении в сторону анода успевают претерпеть два неупругих столкновения с атомами ртути, не смогут преодолеть встречную разность потенциалов U_2 и достигнуть анода. Сила тока в цепи снова уменьшится. Она начнет возрастать только при $U_1 > 10{,}3$ *в*. Когда U_1 увеличится до 14,7 *в*, некоторые электроны смогут привести в возбужденное

состояние три атома ртути. Потеряв свою энергию, они не преодолевают встречную разность потенциалов U_2. Сила тока вновь уменьшится и т. д.

При возврате электронов в возбужденных атомах ртути на низший энергетический уровень произойдет излучение одной из линий спектра ртути. Подсчитаем ее длину волны. Из формулы $\varepsilon = ch/\lambda$ найдем $\lambda = ch/\varepsilon$. Подставляем в полученную формулу значения: $c = 3 \cdot 10^8$ *м/сек*, $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ *дж·сек* и $\varepsilon = 4{,}9$ *эв* $\approx 7{,}84 \cdot 10^{-19}$ *дж* для данного случая. Получаем

$$\lambda \approx \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{7{,}84 \cdot 10^{-19}}\ м \approx 2{,}54 \cdot 10^{-7}\ м \approx 2540\ Å.$$

Такая линия действительно наблюдается на опыте.

§ 259. Ограниченность теории Бора

В истории физики теория Бора сыграла существенную роль. Она позволила понять природу атомных спектров и объяснить в общих чертах законы, которым они подчиняются. Она также показала необходимость ломки обычных классических представлений и явилась важным этапом в создании современной квантовой механики. Однако теория Бора внутренне противоречива. Она сохранила классические понятия (например, понятие о траектории электрона) и законы и в то же время использовала квантовые представления, чуждые классической физике. Теория Бора позволила определить частоту излучения, возникающего при переходе электронов в атоме водорода из одного стационарного состояния в другое, но не смогла охарактеризовать интенсивность излучения и его поляризацию. Несмотря на многочисленные попытки, не удалось на основании боровских представлений создать теорию атома гелия — одного из простейших атомов периодической системы Менделеева, состоящего из ядра и двух электронов, не говоря уже о создании теории более сложных атомов. Нильс Бор первый отметил и подчеркнул слабые стороны своей теории. Он указал на искусственность предложенной им модели атома, на противоречие введенных им понятий стационарных состояний и переходов из одного состояния в другое представлениям классической физики и на необходимость поисков новых путей. Теперь, после открытия волновых свойств вещества, ясно, что теория Бора, опиравшаяся на классическую физику, могла быть лишь переходным этапом в создании последовательной теории атомных явлений, основанной на квантовой механике.

Вопросы и задачи для повторения

317. Какие опыты Резерфорда послужили ему основанием для опровержения модели строения атома, данной Томсоном?

318. В чем заключаются недостатки модели строения атома Резерфорда? Какие изменения этой модели были введены Бором?

319. Используя теорию Бора, вычислить радиус второй орбиты в атоме водорода и скорость движения электрона на ней.

320. На какой орбите электрон атома водорода имеет скорость, приблизительно равную 734 *км/сек*?

321. Вычислить энергию, выделявшуюся при перескоке электрона в атоме водорода с четвертой орбиты на первую.

322. Какую работу нужно совершить, чтобы удалить электрон со второй орбиты атома водорода за пределы влияния его ядра?

323. Вычислить длину волны, соответствующую третьей линии в серии Бальмера. Начертить схему энергетических уровней атома водорода и объяснить происхождение данной спектральной линии.

324. Вычислить длины волн, соответствующие границам серии Бальмера в спектре водорода.

325. Определить энергию фотона, соответствующую наименьшей длине волны в ультрафиолетовой серии спектра водорода.

326. Найти отношение длин волн вторых по порядку спектральных линий серий Бальмера и Пашена.

327. Выполнить то же для третьих по порядку спектральных линий серий Лаймана и Бальмера.

328. Найти кинетическую, потенциальную и полную энергии электрона на первой орбите в атоме водорода.

329. В чем заключаются недостатки теории Бора?

ГЛАВА ТРИДЦАТЬ СЕДЬМАЯ

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

§ 260. Волновые свойства электронов

Противоречивость теории Бора свидетельствовала о том, что электроны в атомах подчиняются законам, отличным от законов классической механики и электродинамики. Дальнейшее развитие атомной физики связано с именем французского ученого Луи де Бройля. В 1924 г. он высказал смелую мысль, что корпускулярно-волновой дуализм присущ не только излучению, но и частицам, например электронам.

Если рассматривать фотон как корпускулу, ему следует приписать определенный импульс $p_ф$, если — как волновой процесс, то следует указать определенную длину волны $\lambda_ф$. Найдем соотношение между этими величинами.

Импульс (количество движения) фотона $p_ф = m_ф c = m_ф c^2/c$. Согласно уравнению Эйнштейна, $m_ф c^2$ является его энергией, равной $h\nu$, h — постоянная Планка. Следовательно,

$$p_ф = \frac{h\nu}{c},$$

а так как $\lambda = \frac{c}{\nu}$, то $\frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}$ и $p_ф = \frac{h}{\lambda}$, откуда

$$\lambda = \frac{h}{p_ф}. \qquad (290)$$

Согласно гипотезе де Бройля, выражение (290) справедливо не только для фотонов, но и для электронов. В дальнейшем выяснилось, что оно справедливо для любых частиц. Таким образом, электрону массой m_e, движущемуся со скоростью v, соответствует волновой

процесс с длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{m_e v}. \qquad (290а)$$

Но волновые свойства света были известны очень давно. Почему же физики не обнаружили ранее также и волновых свойств электрона?

Вычислим длину волны, соответствующую электрону, движущемуся в электрическом поле, которое обладает достаточно большой (по сравнению с встречающимися на практике) разностью потенциалов, равной 10^4 *в*.

Под действием такого поля электрон приобретает кинетическую энергию

$$\frac{m_e v^2}{2} = eU,$$

откуда скорость электрона

$$v = \sqrt{2eU/m_e}.$$

Движению этого электрона соответствует волновой процесс с длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{m_e \sqrt{2eU/m_e}} = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}}. \qquad (290б)$$

При разности потенциалов порядка 10^4 *в* электрон приобретает сравнительно небольшую скорость, поэтому релятивистское изменение массы можно не учитывать ввиду его малости.

Подставим в формулу (290 б) численные значения величин и произведем вычисление:

$$\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot сек}{\sqrt{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ к \cdot 10^4\ в \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг}} \approx 1{,}2 \cdot 10^{-11}\ м.$$

При достаточно больших линейных размерах измерительных приборов, когда $l \gg \lambda$, волновые свойства электронов практически не проявляются. Однако эти свойства легко обнаруживаются при прохождении электронов через дифракционную решетку, период которой того же порядка, что и длина волны λ.

§ 261. Дифракция электронов

В 1927 г. американские физики Дэвиссон и Джермер действительно обнаружили дифракцию электронов, использовав в качестве дифракционной решетки пространственную решетку кристалла. Схема их опыта изображена на рис. 284. Поток электронов из электронной пушки K ускорялся электрическим полем с разностью потенциалов U, проходил через диафрагмы D_1 и D_2 и в виде узкого параллельного пучка падал на монокристалл Ni, структура которого была к тому времени уже исследована с помощью дифракции рентгеновских лучей (рентгеноструктурный анализ). Рассеянные от кристалла никеля электроны попадали в ионизационную камеру I, соединенную с чувствительным гальванометром G. Перемещая камеру, можно было улавливать элек-

троны, рассеянные под различными углами. По силе возникающего тока можно было подсчитать число электронов, отраженных от кристалла под данным углом. Оказалось, что сила тока изменяется не монотонно, а дает ряд максимумов. Так, при разности потенциалов $U = 54$ *в* максимум имел место при угле отражения $\alpha = 50°$.

Аналогичная картина наблюдается при дифракции рентгеновских лучей. Известно, что максимум интенсивности рентгеновских лучей в результате их дифракции на кристаллах возникает при соблюдении условия

$$2d \sin \alpha = n\lambda, \qquad (291)$$

где λ — длина волны рентгеновских лучей; d — постоянная решетки кристалла; n — целое число.

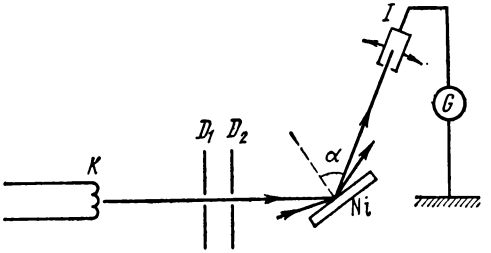


Рис. 284

Если воспользоваться формулой (291) для вычисления длины волны электронного пучка, то для угла отражения $\alpha = 50°$ получается $\lambda = 1{,}67$ Å.

Согласно формуле (290) имеем

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}} \approx \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot сек}{\sqrt{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ к \cdot 54\ в \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг}} \approx$$
$$\approx 1{,}67 \cdot 10^{-10}\ м = 1{,}67\ Å.$$

Совпадение результатов свидетельствует о справедливости гипотезы де Бройля.

Волновые свойства электронных пучков были подтверждены большим числом опытов по дифракции и интерференции. В частности, советский ученый П. С. Тартаковский наблюдал дифракцию электронов при прохождении ими тонкой алюминиевой фольги. Полученная картина дифракции оказалась совершенно такой же, как картина дифракции рентгеновских лучей. На рис. 285 показана дифракция рентгеновских лучей на золотой проволоке, а на рис. 286 — дифракция электронов на окиси цинка.

В настоящее время дифракция электронов широко используется для исследования строения вещества. Так, например, используя дифракцию электронов, можно исследовать изменения структуры тончайшего поверхностного слоя металлов при полировке, что представляет большой интерес, поскольку именно структура поверхностного слоя определяет устойчивость детали на износ.

Формула де Бройля (290 а) применима к любым частицам, простым и сложным. Но поскольку длина волны де Бройля обратно пропорциональна массе частицы, ее волновые свойства обнаруживаются далеко не всегда. Для примера подсчитаем, какой длине волны будет соответствовать движение пылинки с массой $m = 10^{-12}$ *кг* и скоростью движения $v = 1$ *см/сек*:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \approx \frac{6{,}62 \cdot 10^{-31}\ дж \cdot сек}{10^{-12}\ кг \cdot 10^{-2}\ м/сек} \approx 6{,}6 \cdot 10^{-20}\ м \approx 6{,}6 \cdot 10^{-10} Å.$$

Обнаружить столь малую длину волны практически нельзя. Следовательно, наблюдать волновые свойства макроскопических тел невозможно, и они проявляют для нас только одну сторону своей природы —

Рис. 285

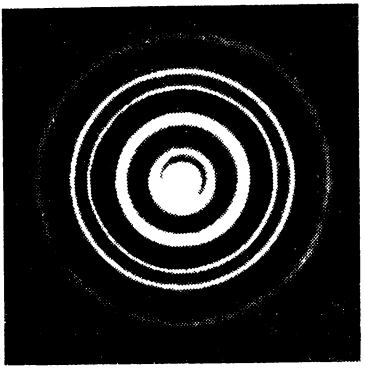


Рис. 286

корпускулярную. Таким образом, новая теория не отвергла старых корпускулярных представлений о макротелах, но указала границы применимости такого одностороннего рассмотрения.

§ 262. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Опыты по дифракции электронов привели к заключению, что электрон наряду с корпускулярными обладает и волновыми свойствами. Следовательно, его «поведение» должно отличаться от «поведения» классической частицы, корпускулы, материальной точки.

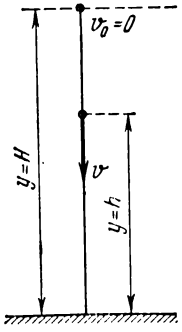


Рис. 287

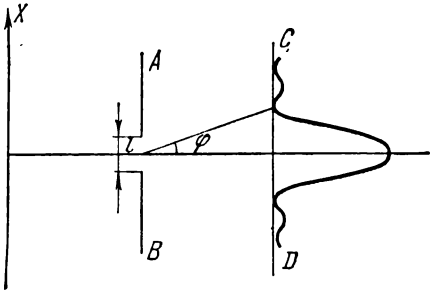


Рис. 288

Рассмотрим, например, свободное падение классической частицы массой m с некоторой высоты H (координата y; рис. 287). В начальный момент времени скорость частицы $v_0 = 0$. Зная силу, действующую на частицу, можно, пользуясь вторым законом Ньютона, определить

ее координату h и скорость v (а значит, и импульс p) через некоторый промежуток времени Δt:

$$h = H - \frac{g(\Delta t)^2}{2}; \quad p = mv = mg\Delta t.$$

Таким образом, с помощью законов классической физики можно однозначно предсказывать поведение макрочастицы.

Принципиально иначе ведет себя микрочастица, например электрон. Рассмотрим снова явление дифракции электронов. Экран AB со щелью шириной l расположен перпендикулярно электронному пучку (рис. 288). На экране CD наблюдается дифракционная картина. Основная часть интенсивности электронной волны приходится на центральный максимум, поэтому роль последующих максимумов невелика и ими можно пренебречь. Первый минимум соответствует углу φ, удовлетворяющему условию

$$l \sin \varphi = \lambda. \qquad (*)$$

При прохождении пучка электронов через щель их положение в направлении оси X определяется с точностью до ширины щели, т. е. допуск в определении положения электрона в этом направлении $\Delta x = l$.

В этот же момент вследствие дифракции изменяется направление скорости электронов и, следовательно, направление их импульса. До прохождения щели проекция импульса на ось X была равна нулю, после прохождения она имеет значение, заключенное в пределах

$$0 \leqslant p_x \leqslant p \sin \varphi. \qquad (292)$$

Подставляя значение $\sin \varphi$ из выражения (*), получаем

$$0 \leqslant p_x \leqslant p \frac{\lambda}{l}.$$

Следовательно, допуск в определении импульса частицы в момент прохождения ее через щель составляет

$$\Delta p_x \approx p \frac{\lambda}{l}.$$

Длина волны связана с импульсом электрона соотношением де Бройля (290) $\lambda = h/p$, откуда $p = h/\lambda$. Следовательно,

$$\Delta p_x \cong \frac{h}{l}.$$

Но так как ширина щели l равна допуску Δx в определении координаты, то

$$\Delta p_x \cong \frac{h}{\Delta x},$$

откуда

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \cong h. \qquad (293)$$

Обобщая этот вывод на координатные оси Y и Z, получим:

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \cong h; \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \cong h. \qquad (293а)$$

Соотношения (293) и (293а) являются математическим выражением *соотношения неопределенностей Гейзенберга*. Смысл его состоит в том, что *охарактеризовать состояние микрочастиц с помощью физических величин, присущих материальной точке (или обычной макрочастицы), можно лишь с некоторым приближением. Чем точнее будет определена координата (т. е. чем меньше* Δx*), тем менее точное значение будет иметь импульс (т. е. тем больше* Δp*)* [1].

Соотношение неопределенностей Гейзенберга указывает не на существование границ познания человеком микромира, как это утверждали некоторые идеалистически настроенные ученые, а на особенности природы микрочастиц, обусловленные их корпускулярно-волновым дуализмом, и определяет границы применимости к ним классических понятий.

Посмотрим, например, в каких пределах применимо к электрону понятие траектории. Положение электрона в атоме может быть указано только с точностью, определяемой размерами атома. Так как радиус атома имеет порядок 10^{-10} *м*, то и допуск в определении координаты $\Delta x \cong 10^{-10}$ *м*. Следовательно, допуск в определении импульса электрона

$$\Delta p \cong \frac{h}{\Delta x} \approx \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot сек}{10^{-10}\ м} \approx 6{,}6 \cdot 10^{-24}\ (кг \cdot м)/сек,$$

а в определении скорости

$$\Delta v \cong \frac{h}{\Delta x \cdot m} \approx \frac{6{,}6 \cdot 10^{-24}\ (кг \cdot м)/сек}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг} \approx 7 \cdot 10^{3}\ м/сек.$$

Согласно классическим представлениям, электрон в атоме имеет скорость порядка 10^6—10^7 *м/сек*. Из приведенного расчета следует, что погрешность в определении скорости того же порядка, что и сама скорость. Следовательно, для электрона в атоме невозможно сохранить представление о траектории — орбите, проходимой электроном с определенной скоростью. Классические представления оказались неприменимыми.

Иначе обстоит дело, когда приходится наблюдать движение электрона при фотоэффекте и термоэлектронной эмиссии, в камере Вильсона и т. д. Толщина следа электрона в камере Вильсона имеет величину порядка 10^{-4} *м*, следовательно, $\Delta x \cong 10^{-4}$ *м*, откуда

$$\Delta v \cong \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot сек}{10^{-4}\ м \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг} \approx 7\ м/сек.$$

Если скорость электрона в камере Вильсона хотя бы 1000 *м/сек*, то погрешность порядка 7 *м/сек* составляет меньше 1% и в этом случае можно говорить об определенной траектории. Еще раз подчеркиваем, что описанные выше факты не являются результатом неточности наших приборов, а обусловливаются самой природой микрочастиц.

---

[1] Соотношения (293) и (293а) можно установить не только при помощи описанного выше опыта по дифракции, но и из других опытов с элементарными частицами.

§ 263. Волновая функция. Уравнение Шредингера

Как следует из § 262, к электрону в атоме не может быть применено понятие траектории. Именно это обстоятельство делает невозможным применение к электрону в атоме законов классической механики и электродинамики. Все затруднения модели Бора связаны с тем, что электрон рассматривался как материальная точка, движущаяся по вполне определенной орбите, а понятие орбиты оказывается к электрону неприменимым, в этом «повинны» волновые свойства, принципиально отличающие его от материальной точки. Очевидно, именно в волновых свойствах следует искать причину совершенно непонятного с точки зрения классической механики явления — наличия определенных «разрешенных» энергетических состояний.

В предыдущем параграфе было установлено, что состояние материальной точки в данный момент времени полностью описывается заданием ее координаты и импульса (скорости). Полное описание состояния физической системы в классической механике также осуществляется заданием в данный момент времени всех ее координат и импульсов. Зная эти начальные данные и применяя второй закон Ньютона, можно однозначно вычислить все координаты и импульсы для любого будущего момента времени, т. е. *предсказать* поведение системы в будущем. В квантовой механике, рассматривающей поведение микрочастиц, такое описание принципиально невозможно, поскольку, как мы видели, координаты и соответствующие им скорости не существуют одновременно. Таким образом, описание состояния системы микрочастиц осуществляется меньшим числом величин, чем в классической механике, т. е. оно является менее подробным. Зная состояние электрона в данный момент времени наиболее полным возможным в квантовой механике способом, мы не можем делать совершенно строгих и однозначных предсказаний относительно его будущего поведения. Последующее поведение электрона может быть различным. Задача квантовой механики состоит лишь в определении *вероятности* того или иного поведения. В некоторых случаях вероятность некоторого определенного поведения может оказаться равной единице, т. е. перейти в достоверность, так что предсказание будет однозначным.

Каким же образом описывается состояние квантовомеханических объектов, которым присущи наряду с корпускулярными и волновые свойства?

Рассмотрим процесс распространения волны вдоль оси X. Какова бы ни была природа этого процесса — распространение звука в какой-либо среде, распространение света или движение электрона, т. е. волны де Бройля, он характеризуется некоторой волновой функцией, т. е. колеблющимся значением физической величины. Для звуковых волн — это давление и плотность, для электромагнитных — вектор напряженности электрического поля и вектор индукции магнитного поля.

Обозначим эту волновую функцию греческой буквой ψ.

В случае одномерной монохроматической волны волновая функция равна

$$\psi = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right) = A \sin 2\pi\left(\frac{vt - x}{\lambda}\right). \qquad (294)$$

Из формулы (294) видно, что ψ есть функция координаты и времени, т. е. она имеет различные значения в одной и той же точке пространства в различные моменты времени и в один и тот же момент времени в разных точках пространства.

Из рис. 289, на котором изображен отрезок такой волны, видно, что координата x не имеет определенного значения: волна распространяется неограниченно вправо и влево вдоль оси X. Следовательно, допуск в определении координаты $\Delta x = \infty$. Но так как это волна монохроматическая, то ее длина λ имеет вполне определенное значение и, следовательно, вполне определенное значение имеет и импульс: $p = h/\lambda$. Это означает, что допуск в определении импульса $\Delta p = 0$.

Электрон в атоме — волновой объект. Но для него волновая функция должна быть равна нулю за пределами атома, т. е. координата не может принимать любые значения, как в предыдущем случае, а принимает только те, которые заключены в некотором интервале от x до $x + \Delta x$ (внутри атома).

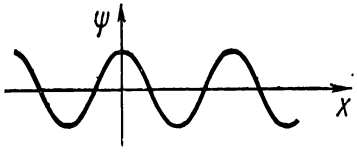


Рис. 289

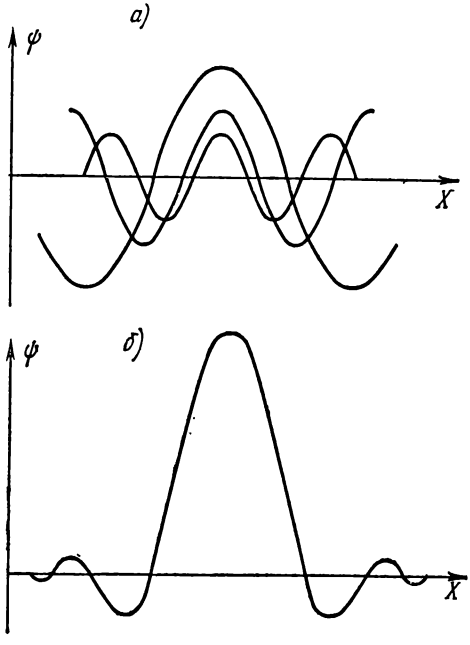


Рис. 290

Для того чтобы волна была заключена внутри некоторого интервала, она должна представлять собой *волновой пакет* — набор монохроматических волн с различными амплитудами и различными длинами, заключенными внутри интервала от λ до $\lambda + \Delta\lambda$ (рис. 290, *а*). На рис. 290, *б* показан результат сложения этих волн, т. е. волновой пакет.

Для волнового пакета координата x имеет значения, заключенные в интервале от x до $x + \Delta x$, но согласно соотношению неопределенностей мы уже не можем совершенно точно (как в предыдущем случае) указать значение длины волны, а можем указать только с допуском $\Delta\lambda$. Следовательно, и значение импульса тоже потеряло определенность и заключено в интервале от p до $p + \Delta p$, причем

$$\Delta p = \Delta\left(\frac{h}{\lambda}\right) = \frac{h}{\lambda^2}\,|\Delta\lambda|.$$

Для того чтобы выяснить физический смысл функции ψ, проведем аналогию с электромагнитной волной. Как известно, плотность электрической энергии электромагнитной волны пропорциональна квадрату напряженности электрического поля ($w_э = \varepsilon\varepsilon_0 E^2/2$), а плотность магнитной энергии пропорциональна квадрату магнитной индукции магнитного поля ($w_м = B^2/2\mu\mu_0$). Согласно этим формулам, квадрат напряженности электрического поля характеризует плотность электрической энергии, квадрат индукции магнитного поля — плотность магнитной энергии. Аналогично этому квадрат модуля [1] $|\psi|^2$ толкуется как вероятность обнаружить электрон в единице объема. Это толкование связано с тем, что квантовая механика не делает однозначных предсказаний о поведении микрочастицы, а лишь определяет вероятность того или иного поведения. Следовательно, $|\psi|^2\, dV$ есть вероятность обнаружить электрон в объеме dV, а $\int |\psi|^2\, dV$ по всему пространству есть вероятность обнаружения электрона где-либо в пространстве. Так как существование электрона где-либо в пространстве есть событие достоверное, то

$$\int |\psi|^2\, dV = 1.$$

Это уравнение называется *условием нормировки.*

Математический аппарат квантовой механики резко отличается от аппарата классической физики. Вместо прямого определения динамических переменных x, y, z, p_x, p_y, p_z, как функций времени t, квантовая механика находит волновую функцию ψ, описывающую состояние частицы.

Уравнение для волновой функции, предложенное в 1926 г. Шредингером, *имеет вид*

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - U)\psi = 0, \qquad (295)$$

где Δ — сокращенная запись оператора Лапласа:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

m — масса частицы; E — ее полная энергия; U — потенциальная энергия.

Одного уравнения (295) недостаточно для определения функции ψ. Следует еще учесть, что эта функция должна подчиняться некоторым условиям, вытекающим из ее физического смысла. Функция ψ характеризует вероятность обнаружения действия микрочастицы в данном элементе объема и в силу этого должна быть конечной (вероятность не может быть больше единицы), однозначной (вероятность не может быть неоднозначной величиной) и непрерывной (вероятность не может изменяться скачкообразно).

---

[1] Волновая функция заряженных частиц есть функция комплексная.

Из уравнения Шредингера и условий, налагаемых на волновую функцию, непосредственно вытекают правила квантования энергии. Таким образом, в квантовой механике квантование энергии получается как естественное развитие теоретических представлений, в то время как в теории Бора оно искусственно постулировалось.

§ 264. Микрочастица в потенциальной яме

Рассмотрим состояние электрона проводимости в металле. Поскольку равнодействующая всех сил, действующих на электрон в отсутствие электрического поля, в среднем может считаться равной нулю, его потенциальная энергия U_0 постоянна.

Как известно из раздела электричества, для выхода за пределы металлического образца электрон должен совершить определенную работу A, называемую работой выхода. Потенциальная энергия $U_{внешн}$ электрона, вырвавшегося из металла, больше потенциальной энергии U_0 электрона внутри металла на величину работы выхода:

$$U_{внешн} = U_0 + A.$$

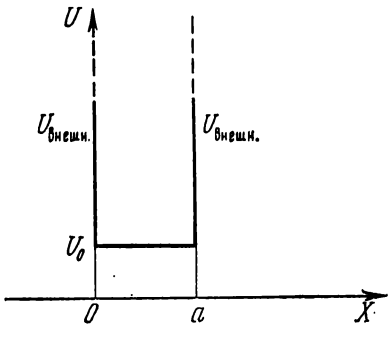


Рис. 291

Работа выхода при комнатных температурах значительно превышает кинетическую энергию электрона, поэтому электроны практически не вылетают наружу. При значениях координаты x, лежащих в интервале $0 < x < a$, потенциальная энергия электрона равна U_0, при значениях $x < 0$ и $x > a$ она равна $U_{внешн}$, причем $U_{внешн} \gg U_0$. Иными словами, электрон находится в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками (рис. 291).

Запишем для электрона в потенциальной яме уравнение Шредингера (при этом для простоты будем считать, что электрон движется только вдоль оси X), т. е.

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} E\psi = 0.$$

Решением этого уравнения (как это можно проверить подстановкой) является функция

$$\psi = (A + B)\cos kx + i(A - B)\sin kx, \qquad (*)$$

где A и B — некоторые постоянные, а

$$k = \sqrt{\frac{8\pi^2 mE}{h^2}}. \qquad (296)$$

Поскольку кинетическая энергия электрона недостаточна для выхода его за пределы металла, волновая функция должна обращаться в нуль при $x = 0$ и $x = a$.

Функция $\psi = 0$ при $x = 0$, тогда в уравнении (*) обращается в нуль не только второй, но и первый член, т. е.

$$A + B = 0 \quad \text{или} \quad A = -B,$$

откуда

$$\psi = 2iA \sin kx.$$

Функция $\psi = 0$ при $x = a$, если

$$ka = n\pi,$$

где n — любое целое число, откуда

$$k = n\frac{\pi}{a}.$$

Подставив это значение k в формулу (296), получаем

$$E = n^2 \frac{h^2}{8ma^2}. \tag{297}$$

Таким образом, оказывается, что электрон проводимости в металле не может иметь любые произвольные значения полной энергии E, а может иметь лишь значения энергии, кратные числу n^2. Иными словами, энергия этого электрона квантована. Подставляя в формулу (297) вместо n произвольные целые числа, можно определить значения E, т. е. энергетические уровни электрона.

Энергетический интервал между двумя соседними уровнями равен

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = (n+1)^2 \frac{h^2}{8ma^2} - n^2 \frac{h^2}{8ma^2} = (2n+1)\frac{h^2}{8ma^2}.$$

Отсюда видно, что с увеличением квантового числа n энергетический интервал между соседними уровнями возрастает. Кроме того, этот интервал обратно пропорционален ширине a потенциальной ямы. Пусть, например, электрон находится в металлическом образце, линейные размеры которого порядка 1 *см*. В этом случае энергетический интервал между соседними уровнями равен

$$\Delta E = (2n+1)\frac{(6{,}62 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-4}}\ дж \approx (2n+1) \cdot 6 \cdot 10^{-34}\ дж.$$

Средняя кинетическая энергия электрона при комнатных температурах согласно классической электронной теории будет

$$W = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300\ дж \approx 7 \cdot 10^{-21}\ дж.$$

Отсюда видно, что по сравнению со средней кинетической энергией значение энергетических интервалов чрезвычайно мало (в 10^{13} раз меньше!). Следовательно, можно считать, что энергия электрона в металле меняется непрерывно.

Иной результат получается, если линейные размеры ямы порядка размеров атома, т. е. если $a \approx 10^{-10}$ *м*; тогда

$$\Delta E = (2n+1)\frac{(6{,}62 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-20}}\ дж \approx (2n+1) \cdot 6 \cdot 10^{-18}\ дж.$$

В этом случае энергетический интервал между уровнями оказывается в 1000 раз больше энергии электронов, т. е. сильно выражено квантование.

Принципиальное различие в поведении классической и квантовомеханической частиц особенно сильно проявляется в том случае, когда частица встречает потенциальный барьер (рис. 292).

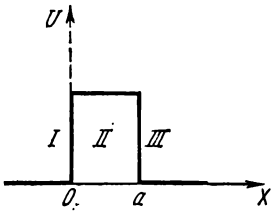


Рис. 292

Допустим для простоты, что частица совершает движение вдоль оси X. Пусть ее потенциальная энергия равна нулю при значениях $x < 0$ и $x > a$ и отлична от нуля при значениях $a > x > 0$. Иными словами, при движении частицы вдоль оси X слева направо или справа налево путь ее преграждается потенциальным барьером высотой U. Классическая частица может преодолеть этот барьер только при условии, что ее кинетическая энергия $W > U$. В противном случае эта частица может находиться либо в области I, либо в области III, в область II она проникнуть не может. Квантовомеханическая частица ведет себя по-другому. Решение уравнения Шредингера, которое здесь не приводится, показывает, что функция ψ имеет отличные от нуля значения и при условии, если $0 < x < a$, т. е. в области II. Это значит, что существует конечная вероятность обнаружить действие частиц внутри барьера. Следовательно, квантовомеханическая частица может пройти, как говорят, просочиться сквозь потенциальный барьер. Это явление носит название туннельного перехода. Оно наблюдается, например, при радиоактивном распаде, когда из ядер выбрасываются α-частицы (подробнее об этом будет сказано в § 270).

§ 265. Волновые свойства электронов и постулаты Бора

Уравнение Шредингера позволяет найти волновые функции и значения энергии электрона в атоме в стационарных состояниях, если в уравнение подставить выражение для потенциальной энергии

$$U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r}.$$

После подстановки получается дифференциальное уравнение, решение которого из-за его сложности здесь не приводится. Для упрощения задачи будем считать электронную волну не трехмерной, какой она в действительности является, а одномерной вдоль замкнутой орбиты (рис. 293).

Если колеблющуюся струну свернуть в кольцо, соединив оба ее конца в одной точке, то, очевидно, концы струны будут колебаться в одной фазе. Это значит, что на длине струны должно укладываться целое число волн. Аналогично в нашем случае на длине замкнутой

орбиты должно укладываться целое число волн де Бройля, т. е.

$$2\pi r = n\lambda.$$

Так как $\lambda = h/mv$, то

$$2\pi r = n\frac{h}{mv},$$

откуда

$$mvr = n\frac{h}{2\pi}.$$

Таким образом, получилось уравнение, тождественное с первым постулатом Бора [см. формулу (282)] и выражающее условие квантования орбит. Решая это уравнение совместно с уравнением (278), выражающим равенство центростремительной силы и силы притяжения электрона к ядру, можно, как это уже было показано в § 256, определить радиусы r орбит, скорости v электрона на этих орбитах и дискретные значения энергии электрона на них:

$$E = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Ze^4m}{\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}.$$

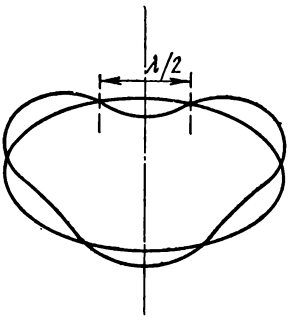


Рис. 293

Таким образом, можно еще раз убедиться в том, что правило квантования энергии, которое в теории Бора искусственно постулировалось, является следствием волновых свойств электрона.

§ 266. Квантовые числа

Модель движения электрона в атоме, которая рассматривалась в § 265, является грубым упрощением действительной картины. Рассуждения предыдущего параграфа, в котором действительная трехмерная волна для простоты была заменена условной одномерной, привели к выводу, что состояние электрона в атоме характеризуется одним квантовым числом n. Если учесть принятое упрощение, то становится ясным, что для характеристики состояния электрона требуется не одно, а по крайней мере три квантовых числа. В действительности же состояние электрона в атоме характеризуется четырьмя квантовыми числами. Для наглядности вернемся к орбитальной модели.

Как нам уже известно, энергия электрона в атоме определяется квантовым числом n. Оно называется главным квантовым числом. Это число может иметь любые целые значения начиная с единицы ($n = 1, 2, 3, 4, \ldots$) и дает дискретный ряд значений энергии электрона в атоме.

Двигаясь по орбите радиуса r со скоростью v, электрон в атоме обладает моментом импульса (рис. 294), равным

$$\vec{p}_m = m[\vec{v} \times \vec{r}].$$

Как показывает квантовая механика, момент импульса электрона в атоме, как и энергия, может принимать не любые значения, а лишь значения, кратные некоторому целому числу. Иными словами, момент импульса электрона принимает дискретный ряд значений согласно выражению

$$p_m = \frac{h}{2\pi}\sqrt{l(l+1)}, \qquad (298)$$

где l — целое число, которое может принимать значения от 0 до $n-1$. Оно называется орбитальным квантовым числом.

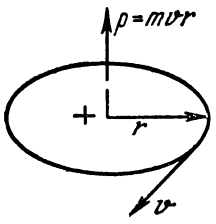


Рис. 294

Если, например, $n = 4$, то орбитальное квантовое число l может иметь значения либо 0, либо 1, либо 2, либо 3. Соответственно момент импульса p_m равен либо 0, либо $\frac{h}{2\pi}\sqrt{2}$, либо $\frac{h}{2\pi}\sqrt{6}$, либо $\frac{h}{2\pi}\sqrt{12}$.

Общепринята следующая запись электронных состояний: главное квантовое число обозначается цифрой, а орбитальное квантовое число — буквой, причем состояние с $l = 0$ обозначается буквой s, с $l = 1$ — буквой p, с $l = 2$ — буквой d, с $l = 3$ — буквой f. Таким образом, состояние электрона, при котором $n = 1$, а $l = 0$, обозначается $1s$, состояние, при котором $n = 2$, а $l = 1$, обозначается $2p$, и т. д.

Как «выглядит» электрон в различных состояниях? Выше говорилось, что понятие орбиты к электрону в атоме неприменимо, что квантовая механика не делает однозначных предсказаний о поведении электрона и что квадрат модуля волновой функции толкуется как вероятность обнаружить электрон в единице объема. Эта вероятность различна в различных частях атома. Если договориться изображать электрон так, чтобы бóльшей вероятности отвечала бóльшая густота изображения, то у нас получится так называемое *электронное облако*, окружающее находящееся в центре атома ядро. В разных состояниях форма и густота электронных облаков различны. Форма облака сильно зависит от значения квантового числа l. При $l = 0$ облако имеет сферическую форму, при $l = 1$ — форму тела, получающегося при вращении восьмерки, а в других состояниях — более сложную форму (рис. 295).

Энергия электрона в атоме зависит не только от значения главного квантового числа n, но и от значения l, так как взаимодействие электронов в одном и том же атоме существенно зависит от их моментов импульса.

Однако для полного описания состояния электрона знание значений n и l еще недостаточно. Помимо орбитального механического

момента импульса электрон в атоме обладает еще и связанным с ним *орбитальным магнитным моментом*, поэтому во внешнем магнитном поле электронное облако может ориентироваться только вполне определенным образом.

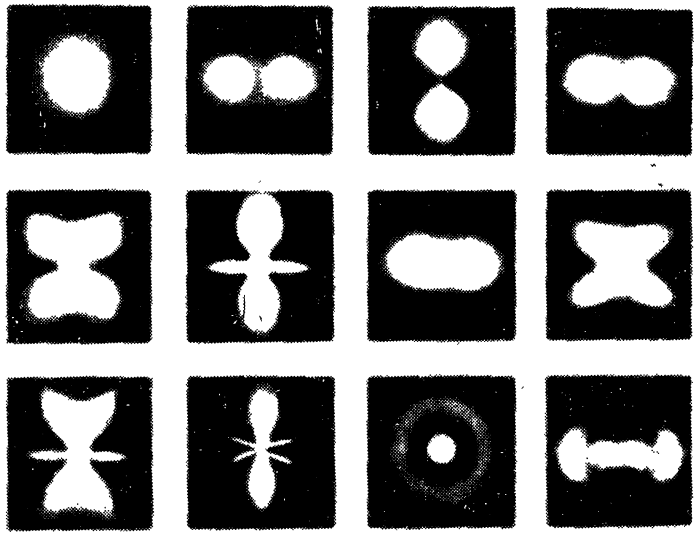


Рис. 295

Например, если поместить во внешнее магнитное поле атом, находящийся в состоянии с квантовым числом $l = 1$, то «восьмерка» ориентируется одним из трех возможных способов (рис. 296). При этом проекция орбитального момента импульса L_z на направление внешнего магнитного поля может иметь лишь вполне определенные квантовые значения:

$$L_z = m\frac{h}{2\pi}, \qquad (299)$$

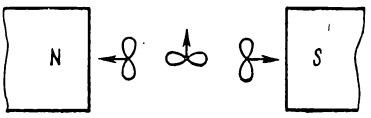


Рис. 296

т. е. значения L_z определяются *магнитным квантовым числом* m, которое может принимать любые целые значения от $-l$ до $+l$. Если $l = 1$, как в изображенном на рисунке случае, то m может иметь значение либо -1, либо 0, либо $+1$.

И наконец, состояние электрона в атоме характеризуется *спиновым квантовым числом* s. Как известно, наряду *с орбитальным моментом импульса* электрон обладает *собственным моментом* L_s *импульса — спином*. Спин — важнейшее свойство электрона, присущее ему и в атоме, и в свободном состоянии. Так как спину соответствует собствен-

ный магнитный момент p_{ms} электрона, то во внешнем магнитном поле спин, как и орбитальный момент импульса, может ориентироваться лишь вполне определенным образом: проекция спинового момента импульса на направление внешнего поля может иметь лишь определенные квантованные значения:

$$L_{sz} = s\frac{h}{2\pi}, \tag{300}$$

где s — спиновое квантовое число. Оно может принимать лишь одно из двух значений: $+1/2$ или $-1/2$.

Подсчитаем, сколько всего электронов может находиться в состоянии с главным квантовым числом n. При данном l магнитное квантовое число может принимать любые целые значения от $-l$ до $+l$, т. е. всего $(2l+1)$ значений. Так как число l при этом может принимать любые целые значения от 0 до $n-1$, то общее число всех возможных состояний электрона в атоме без учета спина электрона составит

$$\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = \frac{1+[2(n-1)+1]}{2}n = n^2.$$

Если теперь учесть, что независимо от первой тройки квантовых чисел спиновое квантовое число может иметь одно из двух значений, то общее число возможных состояний электрона в атоме при данном n оказывается вдвое бóльшим.

Квантовые свойства электронов, установленные теоретически, с большой степенью точности подтверждены экспериментально при изучении спектров, магнитных и электрических свойств атомов и т. д. Понимание их важно для объяснения строения многоэлектронных атомов и закономерностей периодической системы Менделеева.

§ 267. Строение многоэлектронных атомов и периодический закон

В многоэлектронном атоме каждый электрон находится в одном из разрешенных состояний, которое характеризуется определенными значениями квантовых чисел n, l, m и s. Как распределяются электроны по состояниям? Очевидно, в этом распределении должна существовать некоторая периодичность, поскольку известно, что физические и химические свойства атомов подчиняются периодическому закону Менделеева, а эти свойства как раз и определяются характером распределения электронов атома по различным состояниям. Для того чтобы ответить на поставленный выше вопрос, необходимо иметь в виду два важных принципа, которым подчиняется поведение электронов.

Первый принцип состоит в том, что *при прочих равных условиях электрон находится в том состоянии, в котором его энергия минимальна.*

Вторым является *принцип Паули*[1]: *никакие два электрона (в атоме, молекуле, кристалле) не могут находиться в одном и том же состоянии.* Иными словами, *не существует двух электронов в одной и той же системе, все четыре квантовых числа которых были бы одинаковы*, хотя бы одно из четырех квантовых чисел должно иметь для этих электронов разные значения.

На основании этих двух принципов можно установить связь между распределением электронов в атоме по энергетическим состояниям и положениям атома в периодической системе.

Начнем с первого элемента — водорода. В атоме водорода один электрон. Согласно принципу минимальной энергии, его главное квантовое число $n = 1$. Так как орбитальное квантовое число l может принимать значения от 0 до $n - 1$, то для этого электрона возможно лишь одно значение l, а именно $l = 0$. Магнитное квантовое число m может иметь только одно значение, равное 0, а спиновое произвольное значение: $+1/2$ или $-1/2$. Согласно общепринятой записи, состояние единственного электрона в атоме водорода обозначается $1s$.

В следующем атоме гелия — два электрона. Оба они находятся в состоянии $1s$, но, согласно принципу Паули, их спиновые квантовые числа различны: $+1/2$ и $-1/2$.

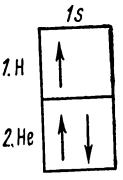


Рис. 297

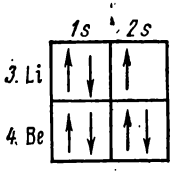


Рис. 298

Если изобразить положительный спин стрелкой, направленной вверх, а отрицательный — вниз, то можно представить состояния атомов H и He так, как показано на рис. 297.

Атом лития имеет три электрона. Два из них находятся в состоянии $1s$ с различными спинами, а третий в этом состоянии, согласно принципу Паули, находиться уже не может. Очевидно, его энергия должна быть более высокой. Он попадает в состояние $2s$.

Атом бериллия имеет четыре электрона. Два из них находятся в состоянии $1s$ с различными спинами, два — в состоянии $2s$, но с противоположными спинами (рис. 298).

В атоме бора пять электронов. Первые четыре распределяются по энергетическим состояниям так же, как четыре электрона атома Be, т. е. занимают состояния $1s$ и $2s$. Пятый уже не сможет находиться ни в одном из этих двух состояний: это запрещено принципом Паули. Однако при главном квантовом числе $n = 2$ орбитальное квантовое число l может иметь не только нулевое значение, но и значение, равное 1. При $l = 0$ число $m = 0$, при $l = 1$ оно имеет уже три значения: $m = -1, 0, +1$. Соответственно состоянию с $n = 2$, $l = 1$, т. е. $2p$-состоянию, принадлежат уже три клеточки, в каждой из которых может поместиться по два электрона с противоположными спинами. Второй период менделеевской системы изобразится схемами строения атомов, показанными на рис. 299.

---

[1] Название принципа дано в честь ученого Вольфганга Паули, открывшего его в 1925 г.

Из рис. 299 видно, что заполнение p-состояний происходит по определенному правилу. Сначала заполняются все состояния с различными m, причем спины электронов имеют одинаковое направление (атомы B, C, N), а затем уже в каждую «клеточку» добавляется по одному электрону с противоположным спином (атомы O, F, Fe).

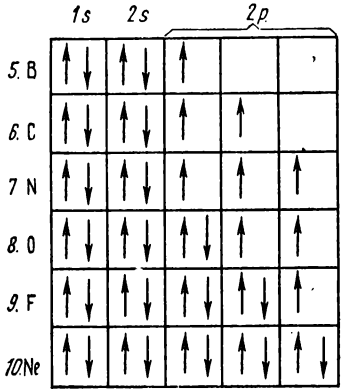


Рис. 299

Итак, электроны в атомах распределяются по различным состояниям. Разобьем по «слоям», или по «оболочкам», в соответствии со значениями главного квантового числа n. Эти электронные оболочки имеют следующие названия:

$n=1$ . . . . . K-оболочка
$n=2$ . . . . . L-оболочка
$n=3$ . . . . . M-оболочка
$n=4$ . . . . . N-оболочка
$n=5$ . . . . . O-оболочка
$n=6$ . . . . . P-оболочка
$n=7$ . . . . . Q-оболочка

Как видно из этой записи, у атома He заполнена K-оболочка, у атома Ne—L-оболочка. И неон, и гелий — инертные газы.

У следующего за неоном элемента Na начинается заполнение M-оболочки (рис. 300).

Очевидно, что при химическом взаимодействии атомов внутренние электроны, защищенные от взаимодействия при соприкосновении

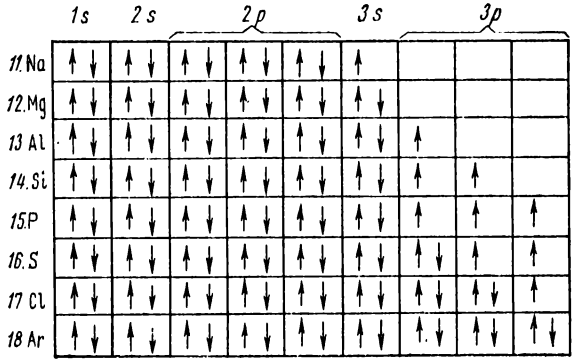


Рис. 300

с другими атомами, играют второстепенную роль. Химические и физические свойства атомов в основном определяются числом электронов на внешней, наиболее удаленной от ядра оболочке.

Аргон, имеющий в наружной M-оболочке восемь электронов ($3s$ и $3p$), подобен гелию и неону. Оказалось, что наружная оболочка, в которой заполнены все s- и p-состояния, очень устойчива, и элемент с такой наружной оболочкой является химически инертным. Таковы

криптон (8 электронов в состояниях $4s$ и $4p$), ксенон (8 электронов в состояниях $5s$ и $5p$) и радон (8 электронов в состояниях $6s$ и $6p$).

Связь периодичности в свойствах со строением электронных оболочек становится очевидной и при сопоставлении других элементов таблицы. Например, Li, Na и K, обладающие близкими химическими свойствами, имеют сверх заполненной оболочки по одному электрону, находящемуся в s-состоянии. Формы электронных облаков этих атомов аналогичны. У Be, Mg и т. д. сверх заполненной оболочки имеется по два электрона в s-состоянии.

Таким образом, сходство физических и химических свойств атомов является отражением сходства в строении их электронных оболочек. Причиной периодичности этих свойств является рассмотренная нами периодичность в заполнении электронных состояний. Следовательно, периодичность заложена в самой структуре атомов.

ГЛАВА ТРИДЦАТЬ ВОСЬМАЯ

РАДИОАКТИВНОСТЬ

§ 268. Открытие радиоактивности. Работы Кюри

Через три месяца после открытия рентгеновских лучей, в феврале 1896 г., французский физик Анри Беккерель обнаружил, что металл уран и его соединения самопроизвольно, без какого-либо внешнего воздействия, испускают лучи, похожие по своим свойствам на лучи Рентгена. Они ионизируют воздух, проходят через непрозрачные для световых лучей вещества, засвечивают пластинку, заставляют флуоресцировать некоторые вещества.

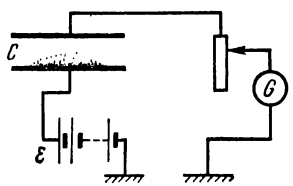


Рис. 301

Это явление было обстоятельно изучено Пьером Кюри и его супругой Марией Кюри и получило название *радиоактивности*. Для своих исследований они использовали установку, схема которой изображена на рис. 301. Электрическая цепь составлена из источника тока $\mathcal{E}$ достаточно высокого напряжения, конденсатора C, чувствительного гальванометра G и замыкается через землю. Прослойка воздуха между пластинами конденсатора является изолятором, и ток в цепи отсутствует. Когда же на нижнюю пластинку помещался порошок вещества, обладающего радиоактивностью, воздух между пластинами конденсатора ионизировался, цепь замыкалась и стрелка гальванометра отклонялась, причем тем больше, чем интенсивнее было радиоактивное излучение.

Уже в 1898 г. было обнаружено, что металл *торий*, подобно урану, обладает радиоактивностью.

Установив, что некоторые урановые руды производят ионизацию воздуха интенсивнее чистого урана, супруги Кюри после длительной

и весьма трудоемкой работы сумели выделить из руды в виде хлористой соли металл *радий* [1], который в миллионы раз активнее урана, а вскоре и другой радиоактивный элемент *полоний*. В 1903 г. был открыт еще один радиоактивный элемент — *актиний*.

§ 269. Сущность радиоактивных процессов

Природу радиоактивности выяснил Резерфорд. Он произвел опыт, который помог ему изучить свойства лучей, испускаемых радиоактивными веществами. Между двумя полюсами электромагнита (рис. 302) помещался свинцовый цилиндр с радием, излучения которого выходили из отверстия цилиндра и были направлены вверх. В магнитном поле они разделялись на три отдельных пучка, получивших наименования α, β и γ-лучей. Используя правило левой руки, можно установить, что α-лучи являются потоком положительно заряженных частиц, а β-лучи — отрицательно заряженных частиц; γ-лучи не являются носителем электрического заряда.

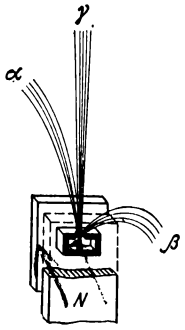


Рис. 302

Дальнейшие исследования позволили сделать заключение, что ядра атомов радиоактивного вещества являются неустойчивыми, вследствие чего они самопроизвольно (спонтанно) распадаются. При этом из ядра выбрасывается либо α-, либо β-частица и оно превращается в ядро нового элемента. Выброс β-частицы сопровождается γ-излучением.

Быстрота радиоактивного распада для разных веществ различна; *время, в течение которого распадается половина его атомов, носит название периода полураспада*, и для данного вещества оно является величиной постоянной (обозначается буквой T). Так, для урана $T = 4{,}5 \cdot 10^9$ лет, для тория $T = 1{,}5 \cdot 10^{10}$ лет, для радия $T = 1620$ лет и т. д.

Кроме периода полураспада вводят *постоянную радиоактивного распада, характеризующую вероятность того, что атом данного вещества будет претерпевать радиоактивное превращение.*

Количество вещества, распадающегося за единицу времени, т. е. с к о р о с т ь р а д и о а к т и в н о г о р а с п а д а, пропорционально всему количеству вещества (числу его атомов N):

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N,$$

где λ — *постоянная распада*, а знак минус указывает, что число нераспавшихся атомов все время убывает. Если обозначить начальное количество атомов через N_0 и произвести интегрирование этой формулы, получим *закон радиоактивного распада*:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \qquad (301)$$

где e — основание натуральных логарифмов.

[1] Чистый металлический радий Марией Кюри был получен только в 1910 г.

Согласно этому выражению, число N распадающихся атомов убывает со временем *по экспоненциальному закону* (рис. 303). Из рис. 303 видно, что за время, равное периоду T полураспада, число распадающихся атомов уменьшается в два раза, за следующий отрезок времени T — еще в два раза, и т. д.

При $t = T$ получим $N = N_0/2$ и формула примет вид

$$\lambda T = -\ln \frac{1}{2},$$

откуда

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Так как $\ln 2 = 0{,}69315$, то можно приблизительно считать, что

$$T \approx 0{,}7/\lambda \quad \text{или} \quad \lambda \approx 0{,}7/T. \tag{302}$$

При α-радиоактивном распаде порядковый номер элемента, образовавшегося после вылета α-частицы, будет на 2 единицы меньше, а массовое число на 4 единицы меньше, чем для элемента, претерпевающего распад, так как α-частица — это ядро гелия $_2He^4$.

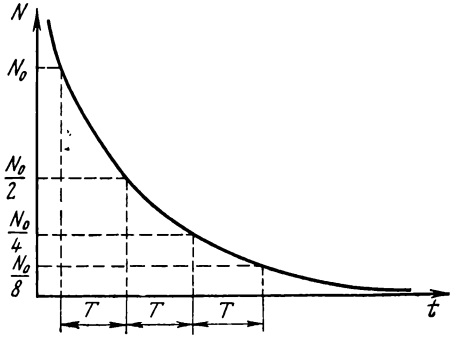


Рис. 303

При β-радиоактивном распаде из ядра вылетает электрон, вследствие чего массовое число получившегося элемента можно считать неизменившимся, а порядковый номер возрастает на единицу (электрон имеет отрицательный заряд, а вылет его из ядра вызовет увеличение заряда ядра на единицу).

Процессы α- и β-распада можно условно изобразить следующими схемами:

$$_zX^A \rightarrow {}_2\alpha^4 + {}_{z-2}Y^{A-4},$$
$$_zX^A \rightarrow {}_{-1}\beta^0 + {}_{z+1}Y^A,$$

где X обозначает атом радиоактивного вещества, а Y — атом продукта его распада.

Процесс распада радия, казалось, должен был бы в конце концов привести к полному исчезновению этого элемента с нашей планеты, однако существование радия несомненно доказывает, что его расход постоянно пополняется. Ввиду того что радий всегда находится в урановой руде, вполне естественно предположить, что он сам является продуктом радиоактивного распада урана.

Действительно, Содди на непосредственном опыте смог доказать возникновение радия из урана. Совершенно очистив соль урана от примесей радия, он установил, что через некоторое время она опять содержала некоторое, правда весьма малое, количество радия.

Путем химических реакций Круксу и Беккерелю удалось отделить от урана некоторый осадок, обладавший активностью, тогда как оставшаяся в растворе соль урана, казалось, теряла свою активность. Впоследствии было выяснено, что уран, распадаясь, дает целую цепочку радиоактивных изотопов, распадающихся один в другой. Все радиоактивные процессы этого ряда помещены в таблице:

Изотоп	Массовое число	Порядковый номер Z	Период полураспада T	Характер излучения
Уран	238	92	$4{,}5 \cdot 10$ лет	α
Торий	234	90	24,5 дня	β
Протактиний	234	91	1,14 *мин*	β
Уран	234	92	$2{,}5 \cdot 10^5$ лет	α
Торий	230	90	$8{,}2 \cdot 10^4$ »	α
Радий	226	88	1620 »	α
Радон	222	86	3,82 дня	α
Полоний	218	84	3,05 *мин*	α
Свинец	214	82	26,8 »	β
Висмут	214	83	19,7 »	α, β
Полоний	214	84	$1{,}6 \cdot 10^{-4}$ *сек*	α
Таллий	210	81	1,32 *мин*	β
Свинец	210	82	22 года	β
Висмут	210	83	5,02 дня	β
Полоний	210	84	138 дней	α
Свинец	206	82	Стабильный	—

В исследуемых ныне урановых рудах имеет место так называемое *радиоактивное равновесие.*

Радиоактивное равновесие связано с тем, что за единицу времени распадается такое же количество атомов последующего элемента, какое образовалось из предыдущего элемента радиоактивного ряда. Таким образом, содержание в урановой руде радиоактивных веществ не уменьшается, так как их убыль все время пополняется за счет распада предшествующих изотопов; фактически убывает только количество урана, стоящего во главе ряда. Но так как период его полураспада весьма велик, убыль его содержания малозаметна.

Многочисленные исследования, произведенные в дальнейшем, показали, что кроме радиоактивных элементов семейства урана-238 существуют радиоактивные семейства тория-232 и другого изотопа — урана-235. Кроме того, слабой β-активностью обладают калий и рубидий, а слабая α-радиоактивность была замечена у самария. Поскольку все перечисленные радиоактивные изотопы встречаются в природе, они получили название природных, или естественных, радиоизотопов.

Активностью препарата называется число атомов радиоактивного вещества, распадающихся в единицу времени, т. е. скорость распада.

Единицей активности является *кюри*, т. е. число атомных распадов, происходящих за 1 *сек* в 1 *г* радия, что соответствует $3{,}7 \cdot 10^{10}$ актов распада в секунду, т. е.

$$1 \text{ кюри} = 3{,}7 \cdot 10^{10} \text{ распад/сек.}$$

Получила распространение единица активности — *резерфорд*:

$$1 \text{ резерфорд} = 10^6 \text{ распад/сек.}$$

Запишем соотношение между кюри и резерфордом:

$$1 \text{ кюри} = 3{,}7 \cdot 10^4 \text{ резерфордов.}$$

§ 270. Альфа-излучение

Естественными источниками α-излучения являются уран, радий, торий, актиний, плутоний.

Ядерные силы удерживают α-частицу внутри ядра, в то время как кулоновское взаимодействие ее с остальной частью ядра обусловливает появление силы отталкивания.

Опыты по рассеянию α-частиц показали, что столкновения их с ядрами происходят так, как если бы вокруг ядра был потенциальный барьер. Частица должна обладать некоторым запасом энергии, чтобы этот барьер преодолеть. Отсюда можно заключить, что при вылете из ядра α-частица также должна преодолеть потенциальный барьер, ибо она находится в потенциальной яме. Потенциальный барьер создается силами, удерживающими частицу в ядре.

Энергия α-частицы, испускаемой ядром урана-238, оказалась равной 4,2 *Мэв*, потенциальный барьер для ядер урана характеризуется энергией в 28 *Мэв*. Таким образом, согласно законам классической физики, α-частица не может вырваться из ядра — ее энергия недостаточна для преодоления потенциального барьера. Однако α-распад существует. Классическая физика оказалась бессильной объяснить это явление, его объяснение было дано квантовой механикой.

В § 264 указывалось, что квантовая механика допускает прохождение (просачивание) частицы сквозь потенциальный барьер — происходит так называемый туннельный эффект. Уравнение Шредингера дает решение этой задачи.

При движении α-частицы в воздухе и в другой среде она расходует энергию, которой обладает при вылете из ядра, на ионизацию и возбуждение встречных атомов. По мере потери энергии скорость ее движения уменьшается и она теряет возможность производить дальнейшую ионизацию. Так как о траектории движения α-частицы можно судить по ее ионизирующему действию, вводится термин *пробег α-частицы, т. е. то расстояние, на котором она производит ионизацию*. Он обозначается буквой R.

Пробег α-частицы приблизительно пропорционален кубу ее скорости v:

$$R \approx av^3, \tag{303}$$

или ее энергии в степени 3/2.

Для воздуха при нормальных условиях пробег R_0 α-частицы можно выразить формулой

$$R_0 \approx 0{,}32E^{3/2}\ см, \qquad (304)$$

где E — энергия α-частицы (в *Мэв*).

Пробег α-частицы в газе обратно пропорционален его плотности. Если обозначить плотность газа ρ, а плотность воздуха при нормальных условиях ρ_0, то

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\rho_0}{\rho},$$

где R — пробег α-частицы в газе.

В жидкостях и твердых телах, обладающих большой плотностью, пробег α-частицы измеряется миллионными долями метра.

Приводим значения пробега α-частиц в воздухе, их энергий и скоростей для разных источников:

Источник α-частиц	R_0, *см*	E, *Мэв*	v, *км/сек*
Уран-238	2,7	4,2	14 200
Радий-226	3,3	4,8	15 200
Радон-222	4,0	5,5	16 200
Полоний-210	3,8	5,3	15 900
Торий-232	2,8	4,3	14 400

Из таблицы следует, что пробег α-частицы в воздухе относительно мал. Биологическая защита для α-радиоактивного излучателя не требуется, так как слой воздуха толщиной около 10 *см* уже является надежной защитой. Связь между начальной скоростью α-частицы и периодом полураспада вещества выражается *законом Гейгера — Нэттола*: чем меньше период полураспада элемента, тем более быстрые α-частицы испускаются им.

Запишем эмпирическую формулу этого закона:

$$\log \lambda = A + B \log R_0, \qquad (305)$$

где λ — постоянная радиоактивного распада; A и B — некоторые коэффициенты. Формула показывает, что с увеличением пробега R_0 растет постоянная распада λ, т. е. соответственно уменьшается период полураспада T.

При прохождении α-частицы через вещество вся потеря ее энергии обусловлена, по существу, столкновением с электронами. Это связано с тем, что масса электронов мала и они успевают прийти в движение под действием сил поля движущейся α-частицы. Ядра атомов слишком тяжелы для такого движения, если не считать прямого столкновения α-частицы с ними. По этой же причине пробег α-частиц в веществе прямолинеен. Двигаясь в среде, они оставляют за собой след из положительных и отрицательных ионов. Выбитые α-частицей электро-

ны в свою очередь могут вызвать ионизацию. В жидкостях и твердых телах выбитые электроны быстро рекомбинируют с ионизированными атомами или другими имеющимися ионами. В газах же рекомбинация происходит достаточно медленно. Это обстоятельство, с одной стороны, позволяет обнаружить трек α-частицы (камера Вильсона), с другой стороны, измерить энергию, выделяемую ею в единице объема газа, и определить количество ионизированных атомов (ионизированный ток в камере).

Экспериментально установлено, что средняя энергия, необходимая для образования одной пары ионов в воздухе, равна приблизительно 35,5 *эв*. В других веществах эта энергия приблизительно такая же.

При сравнении потерь энергии заряженной частицей на ионизацию в воздухе или другой среде принято сопоставлять слои вещества такой толщины, чтобы масса слоя на каждый квадратный сантиметр его поверхности составляла 1 *г* или 1 *мг*. Потерю энергии в таком слое называют удельной ионизацией. Удельную ионизацию выражают обычно в мегаэлектрон-вольтах на $г/см^2$, либо в килоэлектрон-вольтах на $мг/см^2$.

§ 271. Бета-излучение

Как показали исследования, *β-излучение представляет поток электронов, выбрасываемых из ядер радиоактивного вещества.* Следует отметить, что некоторые искусственно полученные радиоактивные вещества при распаде выбрасывают из своих ядер не электроны, а позитроны — частицы с такой же, как у электронов, массой и таким же по абсолютному значению, но положительным, зарядом ($e = +1{,}6 \times \times 10^{-19}$ *к*).

Как поток электронов, так и поток позитронов, вылетающих из радиоактивного вещества, получил наименование β-излучения.

Атом радиоактивного вещества до вылета из него β-частицы имел строго определенную энергию (E_1), так же как и атом после ее вылета (E_2). Казалось бы, что β-частица должна иметь энергию, в точности равную $E_1 - E_2$. Однако эксперимент показывает, что вылетающие электроны и позитроны при β-распаде уносят различные количества энергии, но всегда меньшие, чем ($E_1 - E_2$). Точно так же и импульс исходного атома не равен сумме импульсов вновь образовавшегося атома и вылетевшей из него частицы.

На основании этого несоответствия физик Паули предположил, что вместе с электроном или позитроном из ядра вылетает еще частичка, не обнаруживаемая на опыте, так как она не имеет заряда и ее масса покоя ничтожно мала. По предложению итальянского ученого Ферми ее стали называть *нейтрино*. Она обычно обозначается символом ν. Взаимодействие нейтрино с веществом чрезвычайно мало, так что эта частица способна пройти сквозь всю толщу Земли и Солнца, практически не потеряв своей энергии. Экспериментально доказано существование не только нейтрино, но и *антинейтрино. Антинейтрино* ($\tilde{\nu}$) *образуется при вылете электрона из ядра, а нейтрино — при позитронном распаде.*

Наличие этих частичек и объясняет существование сплошного спектра энергий при β-радиоактивном распаде. *Сумма энергий электрона (позитрона) и антинейтрино (нейтрино) является постоянной величиной, причем чем больше энергии несет электрон или позитрон, тем меньше энергии приходится на долю антинейтрино или нейтрино.*

Бета-частицы при прохождении через вещество теряют свою энергию так же, как и α-частицы. Вследствие того что масса β-частиц мала, они получают большое ускорение при столкновении со встречными электронами и ядрами среды. При любом столкновении с электроном отклонение β-частицы так же вероятно, как и отклонение встречного электрона. Следствием этого является извилистый, беспорядочный характер траекторий β-частиц.

Так как β-частицы производят ионизацию примерно в 100 раз более слабую, чем α-частицы, их пробег значительно больше. Приводим для сравнения значения пробега β- и α-частиц, обладающих одинаковой энергией в воздухе при нормальных условиях:

Энергия частиц, *Мэв*	Пробег R_0 в воздухе, *см*	
	β-частицы	α-частицы
0,2	32	0,25
0,5	114	0,8
1,0	325	2,25
2,0	760	7,4

§ 272. Гамма-излучение

Радиоактивный α- и β-распад многих элементов сопровождается γ-излучением.

Гамма-лучи являются жесткими электромагнитными волнами с длинами волн приблизительно от 1 Å до тысячных долей ангстрема. Также можно сказать, что γ-излучение является потоком фотонов, несущих энергию от десятых долей электрон-вольта до нескольких мегаэлектрон-вольт.

Изучение спектра γ-лучей показало, что каждое радиоактивное вещество испускает либо фотоны с одной определенной энергией, либо несколько групп фотонов, причем все фотоны одной группы обладают одинаковой энергией.

Поглощение γ-лучей средой связано с производимым ими фотоэффектом и с комптоновским рассеянием, т. е. с процессами, происходящими в электронной оболочке атома. Гамма-лучи, обладающие достаточной энергией, при поглощении ядрами атомов могут привести их в возбужденное состояние, причем возвращение ядер в исходное состояние может сопровождаться выбрасыванием из них протона или нейтрона. Известно также, что, проходя через вещество, например свинец, γ-кванты в отдельных случаях порождают появление пар «позитрон + электрон». Пробег γ-лучей в различных средах приблизительно в 100 раз больше, чем β-лучей с той же энергией.

При выяснении ионизирующего действия γ-лучей устанавливается его доза. Для измерений ее пользуются теми же единицами, что и для рентгеновских лучей, т. е. рентгенами.

Рентген — экспозиционная доза излучения, при которой в 1 $см^3$ *воздуха, находящегося при нормальных условиях, образуется столько ионов, что их суммарный заряд каждого знака в отдельности равен одной электростатической единице.*

Дозу облучения в 1 рентген создает рентгеновская трубка при напряжении 60 *кв* и силе тока 10 *ма* на расстоянии 1 *м* в течение 2 *сек*. Эта же доза создается в течение часа лучами, испускаемыми 1 *г* радия на расстоянии 1 *м* от источника.

Для характеристики поглощенной дозы излучения пользуются единицей *рад, соответствующей поглощению энергии в 0,01 дж на 1 кг вещества.*

Задачи для повторения

330. Сколько ядер распадается в 1 *сек* из кобальта $_{27}Co^{60}$, если его масса 5 *г*, а период полураспада 5,3 года?

331. Принимая, что из каждого миллиарда атомов радия F в 1 *сек* распадается 58 атомов, найти период его полураспада.

332. Имеется 20 *г* RaA. Через сколько времени останется 1 *г* этого вещества, если период его полураспада составляет 3,05 *мин*?

333. Постоянная распада радона составляет 0.181 $день^{-1}$. Найти период его полураспада и определить, какая доля первоначального числа атомов радона распадается за 30 дней.

334. Определить количество радия, которое распадается за 1000 лет из 1 *г* чистого радия, если период его полураспада $T = 1620$ лет.

§ 273. Методы регистрации и измерения радиоактивных излучений

Приборы, предназначенные для регистрации и измерения радиоактивных излучений, называются *детекторами*. Устройство их основано на явлениях, возникающих при взаимодействии излучения с веществом: 1) возбуждение атомов и молекул среды (сцинтилляционные счетчики, счетчики Черенкова) и 2) ионизирующее действие излучения (ионизационная камера, пропорциональные счетчики, счетчики Гейгера, кристаллические и полупроводниковые счетчики, камера Вильсона, пузырьковая камера, метод фотоэмульсий).

Обычно помимо самого детектора применяется регистрирующая схема, содержащая чувствительный прибор (электроскоп, электрометр, электрометрическая схема). Рассмотрим принципы действия детекторов, получивших наиболее широкое распространение.

1. Методы регистрации частиц, основанные на возбуждении атомов и молекул среды.

Сцинтилляционные счетчики. Сцинтилляционные методы регистрации излучений основаны на измерении интенсивности

вспышек, возникающих в люминесцирующих веществах при прохождении через них заряженных частиц. Впервые метод сцинтилляции был использован для визуального подсчета числа α-частиц с помощью *спинтарископа* (рис. 304). Альфа-частицы, излучаемые радиоактивным препаратом, нанесенным на острие *1*, попадая на экран *2* спинтарископа, покрытый сернистым цинком, вызывают отдельные вспышки, наблюдаемые через лупу *3*. Глаз человека позволяет вести счет сцинтилляций со скоростью, не превышающей 60 вспышек в минуту, поэтому спинтарископ, широко использовавшийся на заре ядерной физики, в настоящее время практически не применяется.

Современный сцинтилляционный счетчик представляет собой комбинацию люминесцирующего кристалла с фотоэлектронным умножителем (см. § 247). Фотоэлектронный умножитель позволяет преобразовывать слабые световые вспышки от люминофора в достаточно большие электрические импульсы, которые регистрируются электронной аппаратурой.

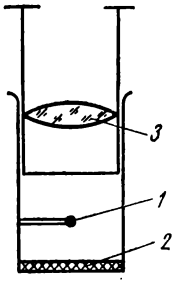


Рис. 304

Сцинтилляционные счетчики применяются для измерения числа заряженных частиц, гамма-квантов, быстрых и медленных нейтронов, для измерения мощности дозы излучений, для исследования спектров гамма- и нейтронного излучений. К их преимуществам по сравнению с другими методами следует отнести большую скорость счета (до 10^5 частиц/*сек*), возможность фиксировать момент попадания частицы в детектор с точностью до 10^{-9} *сек*, возможность регистрации различных излучений в широком диапазоне энергий, относительно большое значение импульса на выходе и др.

В качестве люминесцирующих веществ используются неорганические кристаллы (сернистый цинк, иодистый натрий, иодистый калий, иодистый цезий), а также неорганические сцинтилляторы (антрацен, стильбен, терфенил, нафталин).

Счетчики Черенкова. Устройство их основано на *эффекте Вавилова — Черенкова*, обнаруженного в 1934 г. Если заряженная частица движется в среде со скоростью, превышающей скорость света в данной среде, то возникает свечение. Если обозначить скорость света в вакууме через c, то скорость света в данной среде будет c/n, где n — показатель преломления. Условием возникновения эффекта Вавилова — Черенкова является $v > c/n$, где v — скорость заряженной частицы.

Характерным свойством возникающего свечения является его направленность. Свет излучается не во все стороны, а только в направлениях, составляющих вполне определенный острый угол с траекторией частицы, т. е. вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы. Этот угол определяется соотношением

$$\cos\theta = \frac{c}{v \cdot n}, \qquad (306)$$

полученным теоретическим путем и подтвержденным опытом.

Счетчики Черенкова — детекторы быстрых заряженных частиц. Их основное назначение — разделение частиц с различными скоростями, которое может быть осуществлено двумя способами. Первый способ основан на зависимости угла испускания излучения от скорости частицы. Если имеются два пучка частиц, скажем пучок π-мезонов и пучок протонов, скорости которых (соответственно v_1 и v_2) превышают скорость света в данной среде, но различны, то, как видно из формулы (306), различны будут и углы испускания излучений θ_1 и θ_2. Основанные на этом счетчики называются *дифференциальными*, они регистрируют излучение в узком угловом интервале, соответствующем определенному интервалу скоростей частиц, выделяемых этим счетчиком.

Счетчики второго типа — *пороговые* — регистрируют все частицы, скорость которых отвечает условию $v > c/n$. Если, например, скорость π-мезонов отвечает этому условию, а скорость протонов — нет, то π-мезоны будут давать черенковское излучение, а протоны не будут, и таким образом можно разделить эти два пучка частиц. Возникающее излучение может регистрироваться далее с помощью фотоумножителя так же, как и в сцинтилляционных счетчиках.

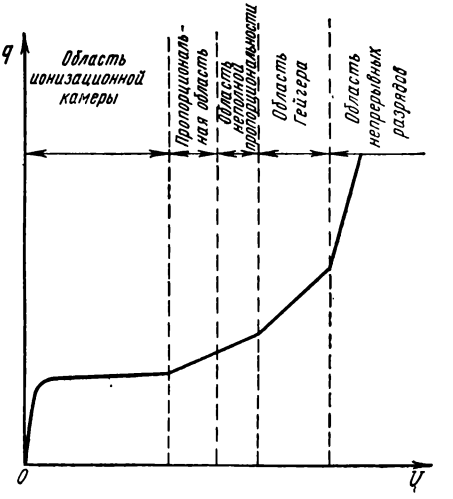


Рис. 305

2. Методы регистрации частиц, основанные на ионизирующем действии излучения.

Газонаполненные детекторы. Принципиальное устройство таких детекторов очень несложно. В стеклянном баллоне находятся два электрода — катод и анод. Баллон заполняется необходимой смесью газов при пониженном давлении. Заряженная частица, проникшая внутрь баллона через его стенки или специальное окошко, вызывает ионизацию газа.

При отсутствии поля между электродами образовавшиеся ионы и электроны сравнительно быстро рекомбинируют и возникший электрический заряд нейтрализуется. Процесс рекомбинации происходит быстрее, если в баллоне присутствуют электроотрицательные газы, молекулы которых захватывают свободные электроны. К таким газам относятся кислород, галогены, пары воды и некоторых спиртов.

Ионизация и режим работы в детекторах зависят от приложенного напряжения. На рис. 305 изображен график зависимости импульса тока от приложенного напряжения.

В слабом электрическом поле большая часть ионов и электронов рекомбинирует друг с другом. При достаточном возрастании разности потенциалов между электродами вероятность рекомбинации уменьшается до нуля и все ионы, образующиеся в газе, попадают на элек-

троды. При этом ионизационный ток возрастает и достигает значения насыщения. В режиме тока насыщения работают детекторы, называемые *ионизационными камерами* (рис. 306).

Если повысить приложенное к электродам напряжение, то число ионов и ток возрастают вследствие ударной ионизации. Возникает лавинный разряд, который сразу прекращается, как только образовавшиеся электроны и ионы достигнут соответствующих электродов. Несмотря на лавинообразный характер нарастания тока разряд продолжает оставаться несамостоятельным, т. е. для его поддержания требуется наличие внешнего ионизатора.

Увеличение ионизационного тока с использованием несамостоятельного разряда называется газовым усилением, а число k, равное отношению числа ионов, образовавшихся в результате газового усиления, к числу ионов, образованных ионизирующей частицей, называется *коэффициентом газового усиления*. Для области ионизационной камеры $k = 1$.

Поскольку при не слишком больших напряжениях ток пропорционален ионизации («пропорциональная область» на рис. 305), детекторы,

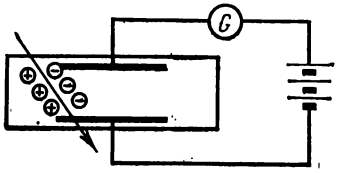


Рис. 306

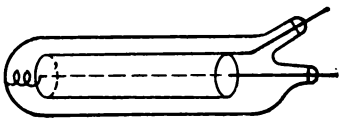


Рис. 307

работающие в описанном режиме, называются *пропорциональными счетчиками*.

Если продолжать увеличивать напряжение между электродами, то при некотором его значении, называемом напряжением пробоя, разряд становится самостоятельным: для его поддержания уже не требуется внешнего ионизатора. Эта область соответствует режиму работы *счетчика Гейгера*. (Область, лежащая между пропорциональной и гейгеровской — так называемая область неполной пропорциональности, не используется.)

Счетчик Гейгера регистрирует прохождение через него каждой частицы в отдельности. Он представляет собой металлическую тонкостенную трубку с двумя электродами — катодом в виде цилиндра и анодом в виде острия или натянутой по оси цилиндра нити (рис. 307). Между катодом и анодом приложена значительная разность потенциалов $U \approx 800 - 1000$ *в*. В трубке находится газ при пониженном давлении.

Проникающие внутрь трубки частицы ионизируют атомы газа. Возникающие электроны, ускоренные электрическим полем, производят дальнейшую ионизацию, которая приводит к пробою. Возникающий импульс тока не зависит от энергии частицы. Независимо от того, сколько пар ионов создано частицей, на выходе будет стандартный импульс, значение которого обусловлено типом счетчика и электронным устройством.

Недостатком счетчика является образование большого пространственного заряда, рассеяние которого происходит медленно. После возникновения лавины в счетчике наступает «мертвое время», в течение которого электроны собираются на аноде, а положительные ионы движутся на катод. Потенциал вблизи нити снижается, и возникновение нового импульса становится невозможным. Затем следует «время восстановления», к концу которого положительные ионы достигают катода и разность потенциалов между электродами полностью восстанавливается. Разрешающее время определяется суммой мертвого времени и времени восстановления и имеет порядок 10^{-4} *сек*.

Если за гейгеровской областью продолжать повышение напряжения, то наступает область непрерывного (самопроизвольного) разряда, который уже не вызывается ионизацией. В этом случае счетчик непригоден для измерения.

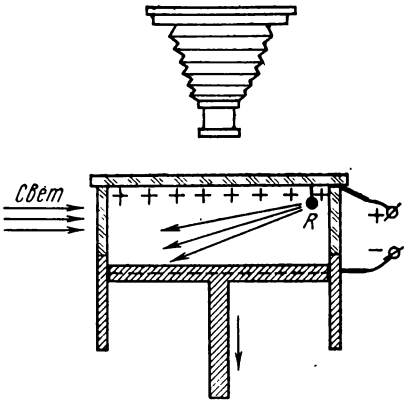


Рис. 308

Камера Вильсона. С помощью камеры Вильсона можно наблюдать и фотографировать путь, проходимый заряженной частицей в газе (рис. 308). Принцип ее действия состоит в следующем. Камера заполняется газом (воздухом или аргоном), насыщенными парами воды или спирта при атмосферном давлении. При резком опускании поршня происходит адиабатическое расширение и охлаждение газа, пары переходят в перенасыщенное состояние и легко конденсируются на ионах, образованных пролетевшей через камеру частицей. Таким образом, частица оставляет за собой след в виде ниточки тумана — трек. По характеру трека можно судить о пролетевшей частице: α-частица оставляет сплошной жирный след, β-частица — тонкий, при большой скорости извилистый след и т. д.

Чтобы удалить из объема камеры случайные ионы, в ней создается электрическое поле.

Если поместить камеру в магнитное поле, то траектория частицы под действием силы Лоренца искривляется в ту или иную сторону в зависимости от знака частицы, что позволяет судить о природе частицы и ее энергии (рис. 309).

Пузырьковая камера. При изучении частиц больших энергий камера Вильсона неудобна, так как трек, наблюдаемый с ее помощью, представляет собой лишь небольшой участок траектории пролетевшей через камеру частицы. В этих случаях целесообразнее пользоваться пузырьковой камерой Глезера, заполненной не газом, а более плотной средой — прозрачной жидкостью (например, жидким водородом), находящейся при температуре, превышающей точку кипения. (Жидкость не кипит, так как находится под высоким давлением.) Если внезапно понизить давление, то жидкость окажется

перегретой (т. е. она окажется при таких условиях, которым соответствует не жидкое, а парообразное состояние), ее состояние станет неустойчивым. Если в этот период в камеру влетит заряженная частица, то образовавшиеся на ее пути ионы станут центрами парообразования и возникнет цепочка пузырьков, благодаря которой траектория частицы станет видимой. Так как ионизация жидкости требует большой энергии, след частиц заканчивается внутри камеры.

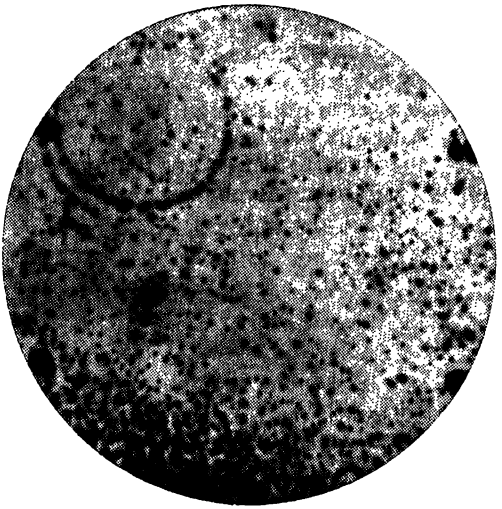


Рис. 309

Метод ядерной фотографической эмульсии. Этот метод, предложенный и разработанный Л. В. Мысовским и А. П. Ждановым, основан на том, что, проходя через эмульсию, заряженная частица ионизирует атомы и молекулы вещества, входящие в состав эмульсии. Например, ионизирующее действие частицы разрушает кристаллы галоидного серебра на фотопластинке и делает их способными к проявлению. Проявленную пластинку с эмульсией рассматривают под микроскопом. След прошедшей частицы наблюдается в виде цепочки отдельных черных зерен металлического серебра (рис. 310). По длине и жирности следа можно судить о природе частицы

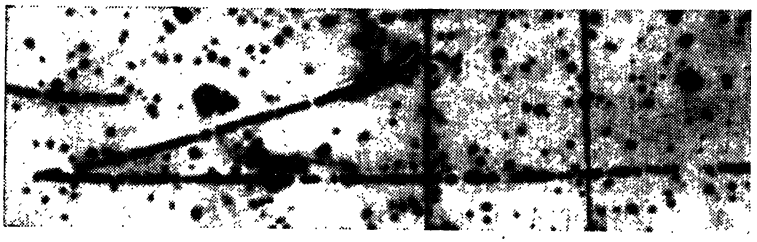


Рис. 310

и ее энергии. Так как эмульсия представляет собой среду более плотную, чем газ или жидкость, используемые в камере Вильсона и пузырьковой камере, то при прочих равных условиях длина следа частицы получается более короткой и даже следы частиц высоких энергий обычно заканчиваются внутри эмульсии. Для частиц очень высоких энергий можно использовать пачку пластин, чтобы сделать видимым трек.

§ 274. Циклотрон

Для получения широко применяемых в технике радиоактивных изотопов, ускорения химических процессов, изменения физических свойств материалов, для медицинских целей, а главным образом для целей ядерной физики необходимы пучки протонов, электронов, α-частиц, дейтронов и других частиц с энергией от сотен килоэлектрон-вольт до десятков миллиардов электрон-вольт.

Пучки частиц с такими энергиями получаются на специальных установках — *ускорителях*. Сконструированный в 1932 г. Лоуренсом *циклотрон* позволяет ускорять тяжелые частицы: протоны, α-частицы, ионы.

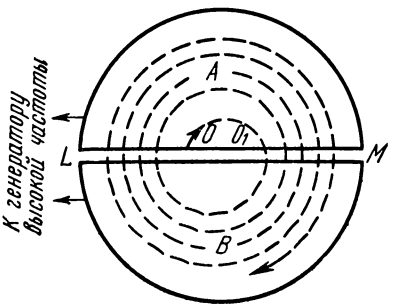


Рис. 311

Ускорение частиц в циклотроне происходит внутри плоской цилиндрической камеры, помещенной между полюсами электромагнита. Камера состоит из двух полуцилиндров A и B с небольшим зазором LM между ними (рис. 311), называемых д у а н т а м и. Внутри камеры поддерживается вакуум. Источником ионов служит дуга с накаленным катодом, горящая в центре камеры в специальной металлической коробке. Через капиллярное отверстие в этой коробке ионы попадают в камеру циклотрона. Между дуантами с помощью специального лампового генератора создается переменное электрическое поле, внутри дуантов электрическое поле отсутствует. Перпендикулярно к плоскости оснований дуантов направлено магнитное поле, создаваемое электромагнитом.

Попав в зазор между дуантами, ион ускоряется электрическим полем и попадает внутрь одного из дуантов. Под действием силы Лоренца его траектория искривляется и, описав окружность OO_1, ион снова попадает в зазор между дуантами. К этому моменту направление электрического поля изменяется на обратное и ион, получив новое ускорение в зазоре, влетает во второй дуант, в котором тоже описывает полуокружность, но уже бóльшего радиуса, поскольку скорость его увеличилась. Таким образом, с каждым оборотом скорость иона, а значит, и энергия возрастают. Для того чтобы каждый раз, попав в зазор, ион испытывал ускорение, а не торможение, необходимо обеспечить синхронизм между частотой обращения иона и частотой электрического поля. Это оказалось возможным, поскольку период его обращения остается постоянным, несмотря на то что скорость иона возрастает. Это вытекает из следующих простых соображений (см. § 165). При движении иона по окружности роль центростремительной силы играет

сила Лоренца:

$$\frac{mv^2}{R} = Bqv,$$

где m — масса иона; v — его скорость; q — заряд; B — индукция магнитного поля. Следовательно,

$$R = \frac{m}{q} \cdot \frac{v}{B}$$

и

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{m}{q}.$$

Из последней формулы видно, что период не зависит от скорости иона и остается постоянным при всем движении его по полуокружности любого радиуса. Для обеспечения синхронизма электрическое поле должно изменяться с резонансной частотой

$$f = \frac{1}{T} = \frac{B}{2\pi} \cdot \frac{q}{m}. \qquad (307)$$

Кинетическая энергия, приобретаемая ионом за n оборотов, равна

$$\frac{mv^2}{2} = 2nqU_0, \qquad (308)$$

где U_0 — амплитудное значение приложенного к дуантам напряжения. Цифра 2 в правой части равенства появилась потому, что за один оборот ион дважды проходит зазор между дуантами и, следовательно, дважды ускоряется электрическим полем.

Через 50—100 оборотов, когда энергия достигнет заданного значения, пучок ускоренных частиц выводится наружу через спектральное окошко при помощи электрического поля, созданного особой направляющей пластиной.

Циклотрон позволяет ускорять тяжелые частицы (протоны, α-частицы, ионы) до энергий порядка 10 *Мэв*. Бóльшие энергии недостижимы, так как начинает сказываться релятивистская зависимость массы от скорости:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где m — масса движущейся частицы; m_0 — масса ее покоя; v — скорость частицы; c — скорость света.

v, *м/сек*	m/m_0
$1{,}5 \cdot 10^8$	1,16
$2{,}97 \cdot 10^8$	7
$2{,}9996 \cdot 10^8$	2000

В таблице (слева) приведена релятивистская зависимость массы от скорости.

Из таблицы видно, что, когда v меньше c на 40 *км/сек*, масса частицы m возрастает в 2000 раз по сравнению с ее массой покоя m_0. Так как период прямо пропорционален массе частицы, то при увеличении скорости увеличивается и период, синхронизм нарушается и ускорение прекращается.

Пределы достижимых энергий были значительно расширены, после того как советским физиком В. И. Векслером в 1944 г. и независимо от него американцем Мак-Миллаком в 1945 г. с целью компенсации увеличения периода обращения была выдвинута идея медленного изменения частоты магнитного поля, или электрического поля, или того и другого вместе. При этом, как было ими открыто, резонанс между частотой обращения иона и частотой ускоряющего поля в среднем автоматически поддерживается. Это явление автоматического поддержания резонанса Векслер назвал *автофазировкой*, а Мак-Миллан — *фазовой стабильностью*.

Существуют три типа ускорителей в соответствии с тем, меняется ли частота магнитного поля или электрического или меняются оба поля одновременно.

§ 275. Фазотрон и бетатрон

В фазотроне резонансное ускорение обеспечивается медленным уменьшением частоты электрического поля, компенсирующим уменьшение частоты, связанное с релятивистским эффектом массы. Фазотрон является циклическим ускорителем тяжелых заряженных частиц (протонов, дейтронов, ядер гелия и др.). Поскольку при работе фазотрона частота электрического поля убывает, ускорение каждой группы частиц можно начать лишь после того, как закончен весь цикл ускорения предыдущей группы. Действующий в Объединенном институте ядерных исследований в Дубне фазотрон ускоряет протоны до энергии 680 *Мэв*, дейтроны — до 420 *Мэв*, а α-частицы — до 840 *Мэв*.

Циклотрон и фазотрон непригодны для получения электронов больших энергий, во-первых, потому что масса электронов мала (почти в 2000 раз меньше, чем масса протонов, и примерно в 4000 раз меньше, чем масса дейтронов) и, следовательно, резонансная частота [см. (307)] оказывается слишком высокой, что неудобно по техническим причинам; во-вторых, у легких частиц значительно больше релятивистская зависимость массы от скорости. У электронов, например, с энергией порядка 10 *Мэв* масса движения примерно в 28 раз превышает массу покоя.

Ускорители электронов — бетатроны — основаны на совершенно ином принципе — явлении электромагнитной индукции.

Между полюсами электромагнита устанавливается кольцевая ускорительная камера, в которой поддерживается высокий вакуум. Источником электронов служит раскаленная нить катода, расположенного внутри камеры. Весь процесс ускорения каждой группы электронов завершается примерно за четверть периода изменения тока, питающего электромагнит.

В результате изменения во времени магнитного потока Ф в камере бетатрона создается вихревое электрическое поле. Электродвижущая сила, вызывающая движение электронов в камере, определяется по закону Фарадея (см. § 175):

$$\mathscr{E} = -d\Phi/dt.$$

Вследствие вихревого характера поля при одном обороте по силовой линии радиуса r электрон приобретает кинетическую энергию $W_к = \mathcal{E}e$ и скорость

$$v = \sqrt{2W_к/m} = \sqrt{2\mathcal{E}e/m}.$$

Кольцевая ускорительная камера бетатрона располагается концентрически с круговыми силовыми линиями вихревого электрического поля. Допустим, что направление вихревого поля остается постоянным в течение 10^{-3} *сек*. Пусть далее радиус камеры равен 5 *см*, а индуцированная электродвижущая сила составляет всего лишь 20 *в*. В таком случае скорость, приобретаемая электроном при одном обороте, достигает значения

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{9 \cdot 10^{-31}}} \frac{м}{сек} = 2{,}65 \cdot 10^6 \ м/сек.$$

При этом время одного оборота, как легко подсчитать, будет $\sim 2{,}4 \times \times 10^{-7}$ *сек*, а ускорение электрона $1{,}1 \cdot 10^{13}$ *м/сек*^{2}.

Из этого элементарного подсчета следует, что для вычисления скорости и длины пути, проходимого электроном даже за очень малый промежуток времени порядка 10^{-3} *сек*, необходимо пользоваться формулами релятивистской механики. При таком вычислении, которое здесь не приводится, оказывается, что за время 10^{-3} *сек* электрон пройдет путь в 290 *км* и сделает $9{,}25 \cdot 10^5$ оборотов, а так как при каждом обороте он приобретает энергию в 20 *эв*, то его энергия в конце пути составит

$$20 \cdot 9{,}25 \cdot 10^5 \ эв = 18{,}5 \ Мэв.$$

Масса электрона при такой энергии примерно в 32 раза больше его массы покоя, но, поскольку в бетатроне никакого синхронизма не требуется, это возрастание массы не влияет на приобретение электроном энергии.

Техническое осуществление изложенной идеи потребовало преодоления больших трудностей. Очень важно, чтобы электрон все время двигался по одной и той же орбите. С этой целью, во-первых, приходится по определенному закону изменять индукцию магнитного поля в камере и, во-вторых, придавать наконечникам электромагнита определенную форму, обеспечивающую фокусировку.

Расчеты показали, что энергия электронов с помощью бетатрона не может увеличиваться беспредельно, так как ускоренно движущийся электрон излучает энергию и при больших энергиях потери становятся очень значительными. Максимально достижимая энергия составляет примерно 500 *Мэв*.

§ 276. Синхротрон и синхрофазотрон

Синхротрон представляет собой усовершенствованный бетатрон. Так же как и в бетатроне, электроны ускоренно движутся по стабильной орбите определенного радиуса вследствие явления электромагнитной индукции. Когда энергия достигает 2 *Мэв*, скорость электронов состав-

ляет 97% скорости света. При дальнейшем «ускорении» скорость уже практически не увеличивается, возрастает лишь энергия (а значит, и масса). Поскольку скорость остается постоянной, оказывается возможным осуществлять дальнейшее ускорение, используя принцип действия циклотрона. С этой целью в одном или нескольких ускоряющих промежутках на орбите создается переменное по величине и постоянное по направлению электрическое поле, за счет которого теперь и осуществляется главным образом ускорение. Роль электромагнитной индукции становится второстепенной. С помощью синхротронов можно получать электроны с энергиями в десятки и сотни мегаэлектронвольт.

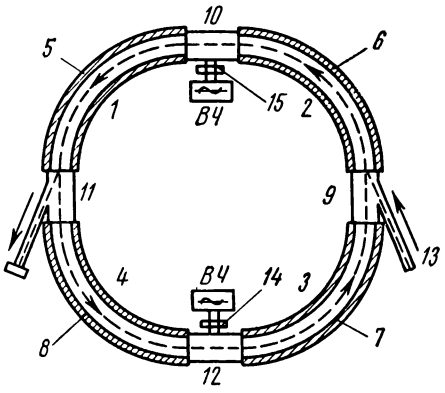


Рис. 312

Устройство синхрофазотрона, предназначенного для ускорения тяжелых частиц, несколько напоминает устройство синхротрона (рис. 312). Траектория частиц здесь так же представляет собой орбиту постоянного радиуса, на которой создается ряд ускоряющих промежутков (*9—12*). Частота электрического поля в этих промежутках меняется в процессе ускорения при помощи высокочастотных генераторов (*14*, *15*). Магнит (*1—4*) синхрофазотрона имеет кольцеобразную форму. Создаваемое им магнитное поле меняется с тем, чтобы удержать частицы на постоянной орбите. Частицы, предварительно разогнанные линейным ускорителем *13*, поступают в кольцевую вакуумную камеру (*5—8*) синхрофазотрона, где ускоряются до энергий порядка 10 *Мэв*. В СССР имеются синхрофазотрон, дающий пучок протонов с энергией в 10 млрд. электрон-вольт (г. Дубна), и ускоритель протонов на 70 млрд. электрон-вольт (г. Серпухов).

ГЛАВА СОРОКОВАЯ

СТРОЕНИЕ АТОМНЫХ ЯДЕР

§ 277. Опыты Резерфорда по искусственному превращению ядер

Первая реакция искусственного превращения ядер была осуществлена в 1919 г. Резерфордом. Схема приборов Резерфорда изображена на рис. 313. На держателе R в камере T, наполненной азотом, находится радиоактивный препарат полоний $_{84}Po^{214}$, испускающий α-частицы с энергиями 7,58 *Мэв*. При такой энергии α-частицы не могли достигнуть экрана B, однако на экране возникали сцинтилляции (наблюдение велось через микроскоп M). Если азот заменялся другими газами, в частности кислородом, сцинтилляций не было. Следовательно, сцин-

тилляции вызывались какими-то новыми частицами, испускавшимися ядрами азота при обстреле их α-частицами. В дальнейшем выяснилось, что этими частицами являются *протоны* с энергиями порядка 6 *Мэв*.

Данная реакция протекает следующим образом: α-частица сталкивается с ядром азота $_7N^{14}$ и поглощается им. Образующееся при этом промежуточное ядро $_9X^{18}$ неустойчиво, оно выбрасывает из себя один протон, превращаясь в ядро изотопа кислорода $_8O^{17}$. Реакция записывается в виде

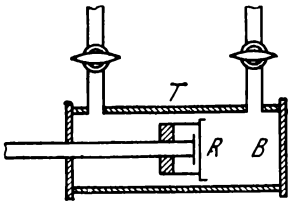
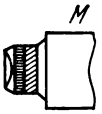


Рис. 313



$$_7N^{14} + {}_2He^4 \rightarrow {}_8O^{17} + {}_1H^1.$$

На рис. 314, *а* приведена фотография, на которой хорошо видно превращение одного из ядер азота. Расходящийся пучок линий представляет собой треки α-частиц. Одна из них поглощается ядром азота и при этом образуются ядро кислорода (толстый короткий трек, направленный вверх и влево) и протон (тонкий и длинный трек вниз и вправо). На рис. 314, *б* отдельно показаны треки α-частицы, ядра кислорода и протона.

Из фотографии на рис. 314, *а* видно, что лишь немногие α-частицы попадают во встречное ядро. Это и понятно, так как α-частица, несу-

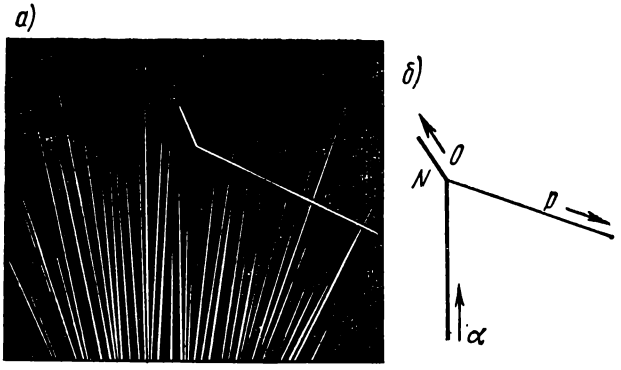


Рис. 314

щая двойной положительный заряд, отталкивается бомбардируемым ядром. Поэтому в ядро может попасть лишь α-частица, обладающая достаточно большой энергией.

Аналогичные написанной выше ядерные реакции наблюдались при обстреле α-частицами бора, фтора, натрия, алюминия и фосфора. При всех этих искусственных превращениях из ядер вылетали протоны. Таким образом, *было доказано, что в состав атомных ядер входят протоны.*

§ 278. Открытие нейтрона

В 1932 г. Боте и Беккер ставили опыт по обстрелу α-частицами бериллия. При этом было обнаружено сильно проникающее излучение, не несущее электрического заряда. Дальнейшие исследования Ф. Жолио-Кюри и Ирен Кюри показали, что новое излучение выбивает протоны из водородсодержащих материалов, помещаемых перед счетчиком, например из парафина. Естественно было предположить, что испускаемые нейтральные частицы — фотоны. На расчет показал, что обнаруженные в опыте протоны могли бы быть выбитыми лишь фотонами чрезвычайно больших для того времени энергий (свыше 50 *Мэв*). Как только стали известны результаты опыта Кюри, Дж. Чедвик в Кембридже продолжил этот эксперимент и показал, что проникающие частицы обладают массой, приблизительно равной массе протона. Возможность существования такой нейтральной частицы действительно обсуждалась Резерфордом еще в 1920 г., и последняя была тогда названа *нейтроном*. Для ее обнаружения в 20-е годы было поставлено много экспериментов, но все они тогда окончились безрезультатно.

Будем обозначать нейтрон символом ${}_0n^1$. Индексы указывают, что заряд нейтрона $Z = 0$, а массовое число $A = 1$. Реакция получения нейтрона при бомбардировке бериллия α-частицами может быть записана следующим образом:

$$ {}_4\mathrm{Be}^9 + {}_2\mathrm{He}^4 \rightarrow {}_6\mathrm{C}^{12} + {}_0n^1. $$

§ 279. Состав атомного ядра. Изотопы. Ядерные силы

Согласно опытам, приведенным в § 276, можно сделать заключение, что α-частицы из одних ядер выбивают протоны, а из других — нейтроны. Каков же состав атомного ядра? Советские физики Д. Д. Иваненко и Е. Н. Гапон высказали гипотезу, что *ядра атомов состоят из протонов и нейтронов*. Эта гипотеза подтверждалась многочисленными экспериментами. Частицы, составляющие ядро, протоны и нейтроны, получили общее название *нуклонов*. Стал ясен физический смысл массового числа A: это число нуклонов в ядре. Так как атом в целом электрически нейтрален, то число положительно заряженных частиц в ядре (протонов) должно быть равным числу отрицательно заряженных частиц (электронов) Z на электронной оболочке атома. Следовательно, число нейтронов оказывается равным разности $A - Z$ и можно сделать такую запись:

A нуклонов = Z протонов + $(A - Z)$ нейтронов.

Атомы, ядра которых состоят из одинакового числа протонов, но из различного числа нейтронов, называются *изотопами*. Как мы уже указывали, у водорода имеются изотопы: протий (легкий водород) ${}_1\mathrm{H}^1$, дейтерий (тяжелый водород) ${}_1\mathrm{H}^2$, тритий (сверхтяжелый водород) ${}_1\mathrm{H}^3$. Ядро протия (протон) состоит из одного протона ($A = 1$), ядро дейте-

рия (дейтрон) ${}_1H^2$ — из протона и нейтрона ($A = 2$), ядро трития (тритон) ${}_1H^3$ — из протона и двух нейтронов ($A = 3$).

Все изотопы одного химического элемента имеют одинаковое строение электронных оболочек. Поэтому у изотопов данного элемента одинаковы как химические свойства, так и те физические свойства, которые определяются главным образом строением электронной оболочки. Однако физические свойства, обусловленные структурой ядра (массовое число, плотность, радиоактивность), заметно различаются.

Установлено, что большинство химических элементов, встречающихся в природе, представляет собой смесь изотопов. Именно этим, как уже было указано, главным образом объясняется тот факт, что атомные массы элементов отличны от целых чисел.

Для объяснения строения атомного ядра был разработан ряд теорий. В частности, капельная модель ядра исходит из предположения, что нуклоны, составляющие ядро, связаны между собой особыми силами притяжения — *ядерными силами*, подобно тому как молекулы в капле жидкости связаны молекулярными силами сцепления.

Устойчивость атомных ядер большинства элементов говорит о том, что ядерные силы исключительно велики; они должны превышать огромное кулоновское отталкивание протонов, расположенных очень близко друг к другу. Это не могут быть силы гравитационного притяжения, которые для этого слишком малы.

Следовательно, *ядерные силы являются силами особого рода — не гравитационными и не электрическими.*

Ядерные силы проявляются только на очень малых расстояниях порядка 10^{-15} *м*. При незначительном увеличении расстояния между нуклонами ядерные силы резко уменьшаются и кулоновское отталкивание разрушает ядро. Наиболее устойчивы ядра легких элементов, состоящие из приблизительно одинакового числа протонов и нейтронов. У самых тяжелых элементов (расположенных в периодической таблице после свинца), ядра которых состоят из большого числа нуклонов, ядерные силы не обеспечивают устойчивости ядра. Такие ядра радиоактивны. Полная теория ядерных сил не построена до настоящего времени.

§ 280. Объяснение β-распада. Нейтрино. К-захват

Теперь, зная состав атомного ядра, можно объяснить β-распад. Рассмотрим, например, β-распад изотопа лития ${}_3Li^8$:

$$ {}_3Li^8 \rightarrow {}_{-1}e^0 + {}_4Be^8. \qquad (*) $$

В состав ядра лития входят три протона и пять нейтронов. В состав ядра бериллия, образовавшегося в результате распада, входят четыре протона и четыре нейтрона. Можно предположить, что при β-распаде происходит превращение нейтрона в протон и электрон. Протон остается в ядре, а электрон из него выбрасывается. В пользу этого предположения говорит тот факт, что свободный нейтрон превращается в протон и электрон.

В § 271 указывалось, что при β-распаде вместе с электроном вылетает антинейтрино $\tilde{\nu}$. Поэтому реакцию (*) можно записать более точно:

$$_3Li^8 \rightarrow {}_4Be^8 + {}_{-1}e^0 + {}_0\tilde{\nu}^0.$$

Реакцию превращения свободного нейтрона в протон можно записать так:

$$_0n^1 \rightarrow {}_1p^1 + {}_{-1}e^0 + {}_0\tilde{\nu}^0. \qquad (**)$$

Нейтрино и антинейтрино долгое время не удавалось обнаружить из-за большой проникающей способности этих частиц.

Следует иметь в виду, что реакция (**) не является делением нейтрона на три составные части. Здесь происходит *превращение одной частицы в другую.* Наблюдается аналогичное превращение протона в нейтрон, при котором выбрасываются нейтрино и позитрон. Если обозначить позитрон через $_1e^0$, то эта реакция может быть записана так:

$$_1p^1 \rightarrow {}_0n^1 + {}_1e^0 + {}_0\nu^0.$$

В отличие от закона смещения для β^--распада при β^+-распаде заряд ядра уменьшается на единицу и происходит смещение элемента в таблице Менделеева на одну клетку влево. В качестве примера приведем реакцию распада изотопа бора:

$$_5B^9 \rightarrow {}_4Be^9 + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu^0.$$

В заключение рассмотрим еще одно превращение, получившее название *К-захвата*:

$$_1p^1 + {}_{-1}e^0 \rightarrow {}_0n^1 + {}_0\nu^0.$$

Ядро атома захватывает один из электронов оболочки (чаще всего электрон с ближайшего к ядру К-слоя) и выбрасывает нейтрино. При этом один из протонов ядра превращается в нейтрон, заряд ядра уменьшается на единицу и, как при β^+-распаде, происходит смещение элемента в таблице Менделеева на одну клетку влево.

Нейтрон и протон имеют приблизительно равные массы и отличаются только тем, что заряд нейтрона равен 0, а протона + 1. При этом, как было показано выше, наблюдаются превращения протона в нейтрон и наоборот. Все это дает основание предположить, что протон и нейтрон — не две различные частицы, а одна частица в двух различных состояниях. Она получила название нуклона.

ГЛАВА СОРОК ПЕРВАЯ

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЯДЕРНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

§ 281. Энергия связи и дефект массы атомного ядра

Нуклоны в ядре прочно связаны ядерными силами. Для того чтобы эту связь преодолеть, т. е. полностью разобщить нуклоны, нужно затратить определенное количество энергии. *Энергия, необходимая для того чтобы расщепить ядро на составляющие его нуклоны, называется энергией связи ядра.*

На рис. 315 условно изображено ядро гелия, состоящее из двух нейтронов (*а*), и показаны те же четыре нуклона, не связанные друг с другом (*б*). Каждому из двух изображенных на рисунке состояний (ядро и разобщенные нуклоны) соответствует определенная энергия. Пусть E_1 — энергия ядра, E_2 — энергия разобщенных нуклонов. Очевидно, $E_2 > E_1$, так как, для того чтобы перейти от первого состояния ко второму, необходимо затратить энергию (энергия связи), равную

$$\Delta E = E_2 - E_1.$$

Из теории относительности известно, что энергия тела пропорциональна его массе. Следовательно,

$$E_1 = m_1 c^2, \quad E_2 = m_2 c^2,$$

где m_1 — масса ядра; m_2 — сумма масс разобщенных нуклонов; c — скорость света.

Поскольку $E_2 > E_1$, то и $m_2 > m_1$, т. е. сумма масс разобщенных нуклонов должна быть больше массы ядра, которое они составляют, на некоторую величину $\Delta m = m_2 - m_1$, названную *дефектом массы*.

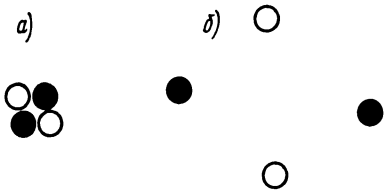


Рис. 315

Очевидно, что

$$\Delta E = \Delta m c^2, \qquad (309)$$

где ΔE есть энергия связи.

В настоящее время массы атомных ядер определены с большой точностью; известны и массы нуклонов. Это дает возможность определить дефект массы Δm и с помощью формулы (309) энергию связи ΔE.

Так как сумма масс протонов и нейтронов, составляющих ядро, равна

$$Z m_p + (A - Z) m_n,$$

где Z — атомный номер; m_p — масса одного протона; A — массовое число; m_n — масса одного нейтрона, то общая формула для расчета энергии связи любого ядра по дефекту массы будет иметь вид

$$\Delta E = c^2 \{[Z m_p + (A - Z) m_n] - m_я\}, \qquad (310)$$

где $m_я$ — масса ядра.

Пример. Рассчитать энергию связи ядра гелия.

Ядро гелия состоит из двух протонов и двух нейтронов. Масса протона $m_p = 1{,}6724 \cdot 10^{-27}$ *кг*. Масса нейтрона $m_n = 1{,}6748 \cdot 10^{-27}$ *кг*. Масса ядра гелия $m_я$ составляет $6{,}6446 \cdot 10^{-27}$ *кг*. Энергию связи находим по формуле (310):

$$\Delta E \approx 9 \cdot 10^{16} (2 \cdot 1{,}6724 \cdot 10^{-27} + 2 \cdot 1{,}6748 \cdot 10^{-27} - 6{,}6446 \cdot 10^{-27}) \text{ дж} \approx$$
$$\approx 4{,}5 \cdot 10^{-12} \text{ дж} \approx 2{,}8 \cdot 10^{7} \text{ эв} \approx 28 \text{ Мэв}.$$

§ 282. Удельная энергия связи

Энергия связи, приходящаяся на один нуклон, называется удельной энергией связи, т. е.

$$\varepsilon = \Delta E / A, \qquad (311)$$

где ε — удельная энергия связи; ΔE — энергия связи; A — массовое число, т. е. количество нуклонов в ядре.

Для гелия энергия связи составляет 28 *Мэв*; его массовое число $A = 4$. Следовательно, удельная энергия связи $\varepsilon = 7$ *Мэв*.

По формуле (311) можно рассчитать удельную энергию связи для любого ядра. Результаты этих расчетов представлены на графике рис. 316. Из графика видно, что удельная энергия связи имеет максимальное значение (8,65 *Мэв*) для ядер с массовыми числами порядка 100; у тяжелых и легких ядер она несколько меньше, например у урана — 7,5 *Мэв*, у гелия — 7 *Мэв*. Удельная энергия связи ядра атома водорода равна нулю. Это и понятно, поскольку в ядре водорода лишь один нуклон (протон) и, следовательно, в нем нечего разобщать.

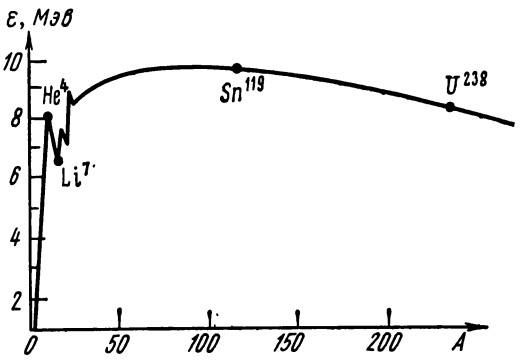


Рис. 316. (По оси ординат вместо цифр 2, 4, 6, 8, 10 следует читать 1, 3, 7, 9.)

Удельная энергия связи характеризует устойчивость ядра. Из графика видно, что наиболее устойчивы средние элементы таблицы Менделеева. Уменьшение удельной энергии связи у тяжелых ядер объясняется тем, что при большом числе протонов в ядре значительно усиливается кулоновское отталкивание.

§ 283. Выделение энергии при ядерных реакциях

Всякая ядерная реакция сопровождается выделением или поглощением энергии. С помощью графика зависимости удельной энергии связи от массового числа можно определить, при каких ядерных превращениях происходит выделение энергии, а при каких — поглощение.

Выделение энергии происходит при ядерных реакциях двух типов: 1) деление тяжелого ядра и 2) объединение (синтез) нескольких легких ядер в одно.

Рассмотрим реакцию деления тяжелого ядра — ядра $_{92}U^{238}$ ($A_1 = 238$) — на два атомных ядра (осколка) с массовыми числами $A_2 = 119$. Удельная энергия связи урана равна $\varepsilon_1 = 7{,}5$ *Мэв*, удельная энергия связи осколков $\varepsilon_2 = 8{,}6$ *Мэв*.

Для разобщения всех нуклонов, составляющих ядро урана, необходимо затратить энергию, равную энергии связи урана:

$$E_1 = \varepsilon_1 A_1 = 7{,}5 \cdot 238 \text{ Мэв} \approx 1785 \text{ Мэв}.$$

При объединении этих нуклонов в два новых ядра выделяется энергия, равная сумме энергий связи этих ядер:

$$E_2 = 2\varepsilon_2 \cdot A_2 = 2 \cdot 8{,}6 \cdot 119 \text{ Мэв} \approx 2046{,}8 \text{ Мэв}.$$

Таким образом, в результате реакции деления ядра выделяется энергия, равная разности между энергией связи новых ядер и энергией связи ядра урана [1]:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = (2046{,}8 - 1785)\ Мэв = 261{,}8\ Мэв.$$

Теперь рассмотрим реакцию синтеза двух ядер дейтерия с массовым числом $A_1 = 2$ и удельной энергией связи $\varepsilon_1 = 1{,}09\ Мэв$ в ядро гелия с массовым числом $A_2 = 4$ и удельной энергией связи $\varepsilon_2 = 7\ Мэв$.

Для того чтобы разобщить все нуклоны обоих ядер, следует затратить энергию, равную сумме их энергий связи:

$$E_1 = 2\varepsilon_1 A_1 = 2 \cdot 1{,}09 \cdot 2 Мэв \approx 4\ Мэв.$$

При объединении этих нуклонов в одно ядро выделяется энергия, равная

$$E_2 = \varepsilon_2 A_2 = 7 \cdot 4\ Мэв = 28\ Мэв.$$

Таким образом, в результате рассмотренной реакции синтеза выделяется энергия, равная разности между энергией связи нового ядра и энергией связи двух ядер дейтерия:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = (28 - 4)\ Мэв = 24\ Мэв.$$

Итак, *выделение ядерной энергии происходит как при реакциях деления тяжелых ядер, так и при реакциях синтеза легких.* Ядерная энергия ΔE, выделяемая каждым прореагировавшим ядром, равна разности между энергией связи E_2 продуктов реакции и энергией связи E_1 исходных ядер, т. е.

$$\Delta E = E_2 - E_1.$$

На этом положении основаны прямые способы получения ядерной энергии. Наиболее энергетически выгодной является реакция синтеза водорода ${}_1H^1$ или дейтерия ${}_1H^2$, поскольку в этом случае разность ΔE максимальна.

§ 284. Цепная реакция

К началу 1939 г. благодаря работам многих ученых — Ирен Жолио-Кюри и П. Савич (Франция), О. Гана и Ф. Штрассмана (Германия), Л. Майтнер (Австрия), Э. Ферми (Италия) — было установлено, что ядра урана при бомбардировке нейтронами распадаются на осколки, представляющие собой радиоактивные изотопы элементов средней части периодической таблицы. В опытах Гана и Штрассмана продуктами распада урана были барий ($Z = 56$) и молибден ($Z = 42$). Обсуждая результаты опытов, Нильс Бор, Лиза Майтнер и Отто Фриш высказали предположение, что расщепление ядра урана должно сопровож-

[1] Приведенные здесь рассуждения не отражают действительного механизма реакции деления, т. е. не следует понимать дело таким образом, что при делении ядро урана распадается на отдельные нуклоны, а затем нуклоны объединяются в новые ядра. Здесь и далее речь идет не о механизме реакции, а об энергетическом балансе.

даться выделением энергии. Это предположение было сразу же подтверждено экспериментально.

Последовательные стадии деления ядра урана изображены на рис. 317. При захвате нейтрона ядро деформируется, образуется перетяжка, в которой кулоновское отталкивание положительно заряженных осколков оказывается бо́льшим, чем взаимное притяжение, обусловленное ядерными силами. В результате осколки разделяются с большими скоростями, при этом выбрасываются один-три нейтрона.

Последнее обстоятельство легко понять. С увеличением порядкового номера число протонов Z растет от 1 (водород) до 92 (уран), а массовое число A — от 1 (водород) до 238 (уран). Следовательно, с увеличением порядкового номера увеличивается относительное содержание числа нейтронов в ядре. Так, в ядре $_{92}U^{238}$ на 92 протона приходится 146 нейтронов, т. е. число нейтронов примерно в 1,5 раза больше числа протонов, а в ядре молибдена $_{42}Mo^{96}$ на 42 протона приходится 54 нейтрона, т. е. число нейтронов больше числа протонов только в 1,3 раза. При распаде ядра урана на более легкие осколки общее число протонов сохраняется, а лишние нейтроны выбрасываются.

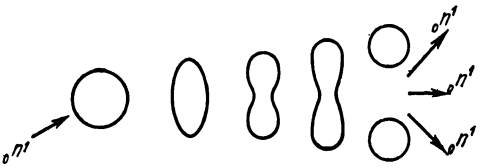


Рис. 317

В качестве примера приводим реакцию распада [1] ядра изотопа $_{92}U^{235}$:

$$_{92}U^{235} + {}_0n^1 \rightarrow {}_{54}Xe^{144} + {}_{38}Sr^{90} + 2{}_0n^1 + 200\ Мэв.$$

Энергия нейтронов, испускаемых при реакции деления, различны — от долей электрон-вольта до 10 *Мэв*. Нейтроны с меньшей энергией называются м е д л е н н ы м и (очень медленные с энергией меньше 1 *эв* называются т е п л о в ы м и), с бо́льшей — б ы с т р ы м и. Осколки радиоактивны: они испускают β-частицы и нейтроны. В отличие от нейтронов, испускаемых сразу же при реакции деления и называемых м г н о в е н н ы м и, нейтроны, испускаемые продуктами распада в течение нескольких минут после акта деления, называются з а п а з д ы в а ю щ и м и, число их составляет примерно 1% всех образующихся при делении.

Природный уран состоит из трех изотопов: $_{92}U^{238}$ — 99,282%, $_{92}U^{235}$ — 0,712% (актиноуран) и $_{92}U^{234}$ — 0,006%. Быстрые нейтроны вызывают деление ядер всех изотопов урана, медленные — только ядер $_{92}U^{235}$. При энергиях нейтрона, меньших 1 *Мэв*, захват его ядром урана $_{92}U^{238}$ уже не вызывает деления. В этом случае происходит следующее:

$$_{92}U^{238} + {}_0n^1 \rightarrow {}_{92}U^{239}.$$

---

[1] Заранее предсказать элементы, которые будут продуктами распада, невозможно, так как каждый раз ядро урана разбивается по-разному. Массовые числа продуктов распада заключены в интервале от 30 до 100.

Образовавшийся изотоп $_{92}U^{239}$ является радиоактивным ($T = 25$ *мин*) и превращается в нептуний [1]:

$$_{92}U^{239} \rightarrow {}_{93}Np^{239} + {}_{-1}e^{0} + {}_{0}\tilde{\nu}^{0}.$$

Изотоп нептуния — первого зауранового (трансуранового) элемента — также β-радиоактивен ($T = 2{,}346$ дня):

$$_{93}Np^{239} \rightarrow {}_{94}Pu^{239} + {}_{-1}e^{0} + {}_{0}\tilde{\nu}^{0}.$$

Получившийся в результате реакции второй трансурановый элемент плутоний более устойчив, его период полураспада $T = 24\,410$ лет. Плутоний является таким же ядерным горючим, как и актиноуран. Актиноуран и плутоний расщепляются нейтронами всех энергий, но вероятность захвата нейтрона ядром больше для медленных нейтронов.

Итальянский физик Энрико Ферми и французский физик Жолио-Кюри обратили внимание на чрезвычайно важное обстоятельство: для расщепления ядра урана нужен один нейтрон, а в результате расщепления появляется несколько новых, т. е. происходит воспроизводство нейтронов. Если новые нейтроны в свою очередь попадают в ядра урана, то появится следующая — бóльшая серия нейтронов, которая снова может вызвать расщепления. Возникает *цепная реакция*, которая может привести к взрыву.

Характер цепной реакции определяется коэффициентом воспроизводства (размножения) нейтронов k:

$$k = \frac{N_i}{N_{i-1}},$$

где N_i — число нейтронов, вызывающих деление ядер на одном из этапов реакции; N_{i-1} — число нейтронов, вызывающих деление ядер на предшествующем этапе.

Коэффициент k зависит от ряда факторов: от природы делящегося вещества, от его объема, поверхности, ограничивающей объем (так как часть нейтронов утрачивается, уходя через поверхность), и др. Так как при заданном объеме наименьшую поверхность имеет шар, то при прочих равных условиях коэффициент k будет наибольшим, если объем «горючего» будет иметь шарообразную форму.

Если $k < 1$, то процесс затухает; если $k > 1$, процесс приобретает лавинный характер и может привести к взрыву (атомная бомба). В ядерных реакторах используется реакция, идущая с постоянной интенсивностью, при этом $k = 1$.

Для того чтобы реакция не затухала, т. е. чтобы значение k было не меньше единицы, необходима определенная масса горючего, поскольку при слишком малом объеме большинство нейтронов, рожденных при делении отдельных ядер, вырывается наружу и уже не может участвовать в дальнейшей реакции. *Масса делящегося вещества, в котором цепная реакция идет с $k = 1$, называется критической.* Для чистого актиноурана критическая масса составляет 40 *кг* (для шарообразной формы).

[1] Названия первых трансурановых элементов даны по аналогии с названиями планет: за орбитой Урана следует орбита Нептуна, а еще дальше от Солнца — орбита Плутона.

§ 285. Ядерные реакторы

При делении ядра урана, как мы видели, выделяется около 200 *Мэв* энергии (примерно 80% этой энергии составляет кинетическая энергия осколков, 20% — энергия радиоактивного излучения осколков и кинетическая энергия образовавшихся нейтронов). При делении всех ядер, содержащихся в 1 *кг* урана, выделяется $2{,}3 \cdot 10$ *квт·ч* энергии, т. е. такое же количество, которое выделяется при сгорании примерно $2 \cdot 10^6$ *кг* бензина, $2{,}5 \cdot 10^6$ *кг* каменного угля или при взрыве $2{,}5 \cdot 10^8$ *кг* тротила. Таким образом, задача получения и практического использования ядерной энергии имеет огромное значение для народного хозяйства.

Устройства, в которых осуществляются управляемые реакции деления ядер, называются *ядерными реакторами*. В качестве горючего в первых реакторах использовался природный уран. Вероятность захвата нейтрона ядром урана существенно зависит от кинетической энергии нейтрона: при меньших энергиях вероятность захвата возрастает. Это легко понять, так как чем меньше энергия нейтрона, тем меньше и его скорость, тем больше время, которое он проводит в радиусе воздействия ядра, тем больше, следовательно, и вероятность его захвата.

Ядра основного изотопа природного урана ${}_{92}U^{238}$ делятся только быстрыми нейтронами, ядра урана ${}_{92}U^{235}$ и плутония ${}_{94}Pu^{239}$ (который, как мы увидим, образуется в процессе работы реактора) — быстрыми и медленными. Допустим, в массе природного урана по какой-либо причине появился быстрый нейтрон. Его происхождение несущественно: это может быть нейтрон, возникший в результате случайного деления одного из ядер, либо полученный от какого-либо искусственного источника, либо нейтрон космических лучей. Вероятность захвата этого быстрого нейтрона очень мала, и, сталкиваясь с ядрами (без захвата), он постепенно теряет свою энергию. Однако здесь следует иметь в виду явление, о котором пока не упоминалось. Дело в том, что для ядер ${}_{92}U^{238}$ характерно очень резкое возрастание вероятности захвата нейтрона при энергии последнего около 7*эв* (так называемый резонансный захват). Таким образом, нейтрон, так и не достигнув тепловой скорости, захватывается ядром ${}_{92}U^{238}$ и, следовательно, уже не может поддержать цепную реакцию. Именно поэтому в природном уране любого объема цепная реакция невозможна. В результате поглощения нейтрона ядром ${}_{92}U^{238}$ происходит образование плутония ${}_{94}Pu^{239}$ по схеме § 284.

Для осуществления цепной реакции необходимо замедлить быстрые нейтроны по возможности без потерь. Тепловые нейтроны будут захватываться ядрами ${}_{92}U^{235}$ и ${}_{94}Pu^{239}$ и вызывать их деление. Замедлитель должен состоять из легких ядер (при столкновениях с легкими ядрами нейтрон испытывает бо́льшее замедление), и эти ядра должны слабо поглощать нейтроны. Этим требованиям отвечают тяжелая вода, графит, бериллий и окись бериллия. Если ввести в массу ядерного горючего замедлитель, скажем, графитовые стержни, то у нейтронов при столкновениях с ядрами графита будет уменьшаться энергия, а скорость

в конце концов достигнет значения тепловой. Активная зона ядерного реактора окружается отражателем, уменьшающим утечку нейтронов. Управление цепной реакцией осуществляется при помощи материалов, сильно поглощающих нейтроны, — бора, кадмия и др. В массу ядерного горючего вводятся стержни из бористой стали или кадмия. Извлечение этих стержней приводит к уменьшению числа поглощаемых нейтронов и увеличению мощности реактора.

На рис. 318 представлена принципиальная схема ядерного реактора: *1* — ядерное горючее; *2* — замедлитель; *3* — стержни регулирования и аварийной защиты; *4* — отражатель нейтронов; *5* — канал для протока теплоносителя. Конструктивные особенности реакторов зависят от их назначения. Первые реакторы строились для получения плутония, затем в ряде стран появились исследовательские реакторы для получения пучков нейтронов. При конструировании энергетических реакторов главной задачей является использование выделяющейся ядерной энергии и превращение ее в электрическую. За счет ядерной энергии урановые стержни разогреваются и отдают свое тепло теплоносителю, циркулирующему по трубкам, пронизывающим реактор. В качестве теплоносителя применяют газы, воду (обычную и тяжелую), жидкие металлы, органические жидкости. Далее это тепло может быть использовано для нагревания воды и превращения ее в пар. Пар вращает турбину, а соединенный с турбиной электрогенератор дает ток.

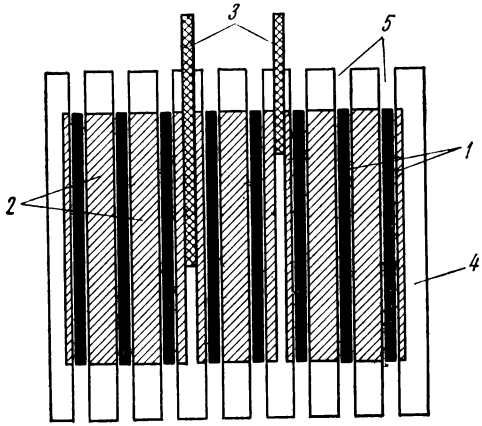


Рис. 318

Существуют схемы, работающие и без промежуточного теплоносителя. Так, в схеме «кипящий котел» пластины из урана, заключенные в герметическую оболочку, погружены в воду, которая является одновременно и замедлителем и теплоносителем. Образовавшийся при кипении пар воды используется для работы турбогенератора.

Наиболее перспективный путь развития атомной энергетики — разработка реакторов на быстрых нейтронах, так называемых *реакторов-размножителей*. Такой реактор производит больше ядерного горючего, чем потребляет. Реакция идет на быстрых нейтронах, поэтому в ней могут участвовать не только $_{92}U^{235}$ и $_{94}Pu^{239}$, но и $_{92}U^{238}$. В активную зону загружается ядерное горючее, обогащенное $_{92}U^{235}$ или $_{94}Pu^{239}$.

Вместо отражателя активная зона окружается «зоной воспроизводства», в которую загружают $_{92}U^{238}$. Таким образом, реакторы на быстрых нейтронах позволяют использовать весь уран (и $_{92}U^{238}$, и $_{92}U^{235}$), а также торий $_{90}Th^{232}$, который, как и $_{92}U^{238}$, делится только быстрыми нейтронами, для получения энергии, что намного увеличит ресурсы ядерного горючего.

§ 286. Применение радиоактивных изотопов

К настоящему времени открыто и исследовано почти 1500 радиоактивных изотопов, из которых основную часть составляют искусственные радиоактивные изотопы. Главным источником получения радиоактивных изотопов является ядерный реактор. В процессе деления изотопов $_{92}U^{235}$ или $_{92}Pu^{239}$, находящихся в реакторе, образуются осколки деления, представляющие собой радиоактивные изотопы элементов средней части периодической системы. Эти радиоактивные изотопы накапливаются при работе ядерного реактора. Будучи химически выделены из облученного в реакторе топлива, они в дальнейшем могут быть использованы.

Одновременно ядерный реактор является интенсивным источником нейтронов, образующихся при цепной реакции деления. Если облучать реакторными нейтронами стабильный изотоп какого-либо химического элемента, специально введенного в реактор, то будет происходить ядерная реакция радиационного захвата (n, γ). Например,

$$_{27}Co^{59} + {}_0n^1 \rightarrow {}_{27}Co^{60} + \gamma.$$

Эта ядерная реакция широко используется для промышленного получения радиоактивных изотопов.

Наконец, еще один способ получения искусственных радиоактивных изотопов — это облучение стабильных изотопов в ускорителях заряженных частиц. При этом также происходят ядерные реакции, но с заряженными частицами — протонами и альфа-частицами.

Применение радиоактивных изотопов развивается по двум направлениям: 1) в качестве меченых атомов; 2) в качестве источников излучения.

Меченый атом —это атом радиоактивного изотопа какого-либо элемента. Метод меченых атомов основан на сходстве свойств радиоактивного и нерадиоактивного изотопов того же элемента, благодаря чему введение меченых атомов практически не влияет на обычное течение физических, химических и биологических процессов. А так как меченые атомы дают излучение, которое регистрируется детекторами, то можно проследить за ходом этих процессов.

Так, например, метод меченых атомов получил широкое распространение в металлофизике для изучения процессов диффузии и самодиффузии, ионной эмиссии, коррозии, кристаллизации и др. Рассмотрим, например, как изучаются процессы диффузии. На пластинку из основного материала наносится слой радиоактивного изотопа того вещества, диффузию которого в данном материале изучают. Затем пластинка нагревается в печи и меченые атомы проникают на некоторую глубину. После этого с пластинки снимают полировкой слой определенной толщины и с помощью регистрирующего детектора определяют интенсивность излучения, даваемого каждым слоем. Тем самым определяют число меченых атомов, проникших в слои различной глубины. По полученным данным можно построить график. На рис. 319 показана зависимость числа N меченых атомов, проникших

в поверхностные слои некоторого материала в течение определенного отрезка времени, от глубины слоя d.

С помощью меченых атомов можно осуществить контроль за износом деталей — поршней, подшипников, поршневых колец. Существует несколько различных методов. Например, поверхность деталей покрывается слоем радиоактивного изотопа, и в случае ее износа счетчик, расположенный поблизости, фиксирует резкий спад интенсивности излучения. Иногда слой радиоактивного изотопа наносится на некоторой глубине под поверхностью. В этом случае в результате износа детали смазка начинает давать радиоактивное излучение, о чем также сигнализирует счетчик.

Метод меченых атомов широко применяется в металлургии — для изучения движения газов в плавильных печах, для изучения скорости перехода и распределения серы, кремния, фосфора, марганца

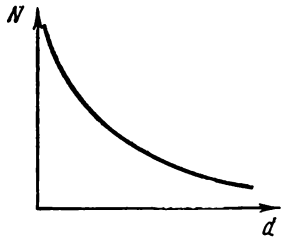


Рис. 319

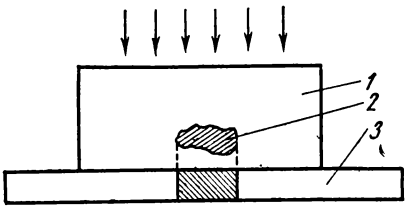


Рис. 320

между металлом и шлаком в печах, для контроля процессов термической обработки изделий и пр.

С помощью меченых атомов оказалось возможным проследить за реакциями, происходящими в живых организмах, не нарушая жизнедеятельности последних. Например, при некоторых заболеваниях щитовидной железы она усиленно поглощает введенный в организм иод. Если к иоду добавить его радиоактивный изотоп, то аномальная скорость поглощения может быть обнаружена по интенсивности излучения, даваемого железой и регистрируемого счетчиком. Таким образом, меченые атомы могут использоваться для диагностики. В сельском хозяйстве меченые атомы применяются для изучения усвоения растениями различных элементов из почв и удобрений.

Широкое распространение получили изотопы и как *источники излучений*. Для контроля качества металлических отливок и сварных швов используется так называемый метод гамма-дефектоскопии, основанный на том, что γ-лучи, проходя через участок изделия с разной плотностью и протяженностью в направлении просвечивания, ослабляются в разной степени. В качестве радиоактивных изотопов используются кобальт Co^{60}, цезий Cs^{137}, иридий Ir^{192}, европий Eu^{152}, Eu^{154}, Eu^{155}, тулий Tu^{170}. Существует несколько методов γ-дефектоскопии.

1. Гамма-дефектоскопия с применением в качестве детектора рентгеновской пленки (рис. 320), помещенной в светонепроницаемую кассету *3*, которая укрепляется на контролируемой детали *1*. После просвечивания детали γ-лучами пленку проявляют и при наличии

дефекта *2* наблюдают на ней потемнение, имеющее конфигурацию дефекта. Этот метод позволяет судить о размерах, характере и месте положения дефектов.

2. Ионизационная гамма-дефектоскопия с применением различного рода счетчиков. При прохождении через деталь γ-лучей, испускаемых радиоактивным изотопом, счетчик, установленный по другую сторону детали, сигнализирует о дефекте, регистрируя повышенную интенсивность излучения.

3. Визуальная гамма-дефектоскопия с применением в качестве детекторов сцинтиллирующих экранов. Получаемое на экране изображение имеет наибольшую яркость в местах, соответствующих дефектам, и дает наглядное представление об их размерах и форме.

В земснарядах радиоактивные изотопы Cs^{137} и Co^{60}, испускающие γ-лучи, применяются для контроля за плотностью перекачиваемой пульпы (смесь грунта с водой). Степень поглощения пульпой γ-лучей характеризует содержание в ней грунта. Интенсивность γ-лучей, прошедших сквозь трубу с пульпой, регистрируется чувствительным счетчиком.

С помощью приборов, основанных на использовании радиоактивных изотопов, измеряют и регулируют уровень жидкостей, уровень засыпки шихты в доменные печи, определяют толщину изделий при прокате, нейтрализуют заряды статического электричества на текстильных комбинатах и т. д.

§ 287. Термоядерные реакции

В § 283 было отмечено, что выделение ядерной энергии происходит не только при делении тяжелых ядер, но и при синтезе легких. Простейшим примером реакции синтеза легких ядер является слияние двух ядер дейтерия с образованием ядра изотопа гелия:

$$_1H^2 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^3 + {}_0n^1 + 3{,}3 \text{ } Мэв.$$

В результате такого слияния могут возникнуть также ядро трития и протон:

$$_1H^2 + {}_1H^2 \rightarrow {}_1H^3 + {}_1H^1 + 4 \text{ } Мэв.$$

Для того чтобы произошел синтез, взаимодействующие ядра должны подойти друг к другу на ничтожно малые расстояния (порядка 10^{-15} *м*). При этом они должна преодолеть силы кулоновского отталкивания своих положительных зарядов, что возможно только в том случае, если ядра движутся с очень большими скоростями. Следовательно, температура вещества должна быть очень высокой. Таким образом, для получения реакции синтеза необходимо сильно нагреть вещество. Поэтому реакции синтеза называются также *термоядерными реакциями*.

Такие реакции в природе происходят в недрах Солнца и звезд и являются главным источником солнечной и звездной энергии. Искус-

ственная термоядерная реакция осуществлена человеком. Эта реакция была неуправляемой, т. е. осуществлялась в виде взрыва так называемой водородной бомбы. В настоящее время усилия ученых направлены на получение управляемой термоядерной реакции.

Если учесть, что запасы дейтерия в морях и океанах практически неистощимы, так как на каждые 6000 молекул обычной воды (H_2O) приходится одна молекула тяжелой (D_2O), из которой может быть получен дейтерий, то становится ясным: осуществление управляемой термоядерной реакции даст миру новый чрезвычайно мощный источник энергии. Поэтому проблема управляемой термоядерной реакции — одна из важнейших проблем современной физики.

Расчет показывает, что для получения ядерной энергии, представляющей практический интерес, температура дейтерия должна достигать нескольких миллионов градусов. При таких температурах атомы веществ перестают быть нейтральными: электроны отрываются от своих атомов, т. е. происходит ионизация. При этом суммарный электрический заряд газа остается равным нулю. *Газ, в котором значительная часть атомов и молекул ионизирована, называется плазмой.* При температурах свыше 10 000 °С все вещества могут существовать только в виде плазмы. Это наиболее распространенное в природе состояние вещества, именно в этом состоянии находится вещество Солнца и звезд, источником энергии которых являются термоядерные реакции.

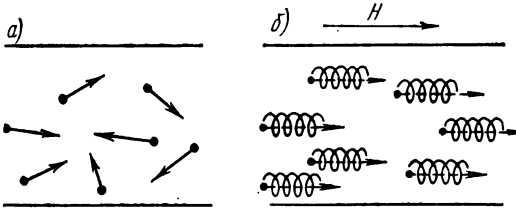


Рис. 321

Главная трудность, возникающая при попытках получить управляемую термоядерную реакцию, состоит в том, чтобы обеспечить полную изоляцию плазмы от стенок установки, в которой она находится: при соприкосновении со стенками произойдет мгновенное охлаждение и плазма перестанет существовать. Кроме того, и стенки при соприкосновении с плазмой не могут остаться в твердом состоянии. Следовательно, плазма должна быть со всех сторон окружена вакуумом. Для того чтобы удержать ее от соприкосновения со стенками, применяется так называемая магнитная теплоизоляция.

При отсутствии магнитного поля заряженные частицы — ионы и электроны, из которых состоит плазма, совершают хаотическое движение (рис. 321, *а*; стрелками обозначены векторы скоростей в некоторый момент времени). В сильном магнитном поле, как известно, на каждую движущуюся заряженную частицу действует сила Лоренца и траектория частицы винтообразно навивается на силовую линию (рис. 321, *б*). Так как заряженные частицы не могут свободно перемещаться в направлении, перпендикулярном магнитному полю, это поле должно удерживать плазму от контакта со стенками объема, в который заключена плазма.

Магнитное поле может быть создано пропусканием через плазму мощного электрического разряда, который одновременно обеспечит также и ее нагревание до нужной температуры. Линии вектора напряженности H поля представляют собой концентрические окружности, направление которых можно определить по правилу буравчика. Направление действия магнитного поля на проводник с током — в данном случае на плазму — находим по правилу левой руки: магнитное поле сдавливает плазменный цилиндр (рис. 322). Вследствие этого сжатия плазма отрывается от стенок сосуда.

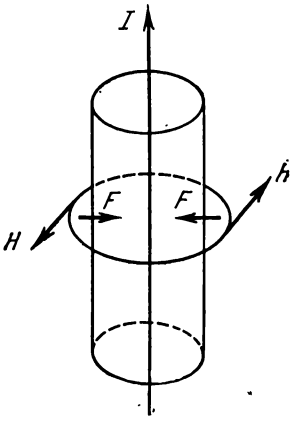


Рис. 322

В первых проведенных в СССР опытах максимальная сила тока через плазму составляла от 10^5 до 10^6 *а*. В начальный момент времени плазма быстро сжималась по оси разрядной трубки. В конце стадии сжатия температура плазмы достигала огромного значения — нескольких миллионов градусов. Однако оказалось, что полученный таким образом плазменный шнур неустойчив и существует лишь в течение нескольких микросекунд. В результате удара в момент сжатия, а также в результате случайных флуктуаций плазменный шнур деформируется. Простейшая деформация показана на рис. 323. В участке, где произошло сужение, напряженность магнитного поля на поверхности шнура становится больше, чем в недеформированном участке (напряженность обратно пропорциональна радиусу шнура), следовательно, в деформированном участке давление на шнур увеличится и деформация будет возрастать. Таким образом, шнур оказывается неустойчивым по отношению к изменениям его диаметра. В настоящее время делаются различные попытки добиться стабилизации плазменного проводника. В этих работах значительных успехов достигли советские ученые.

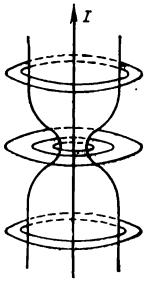


Рис. 323

§ 288. Элементарные частицы

При изучении строения вещества отмечалось, что атомы всех существующих в природе элементов построены из одних и тех же структурных частиц: протонов и нейтронов, составляющих ядро, и электро-

нов, образующих оболочки. В 1932 г. почти одновременно с открытием нейтрона американский физик К. Д. Андерсон по следу, оставленному в камере Вильсона, обнаружил четвертую по счету элементарную частицу — *позитрон*, имеющую массу, равную массе электрона, и заряд, равный заряду электрона, но противоположный по знаку.

Существование позитрона было предсказано еще в 1928 г. в созданной английским физиком П. Дираком теории электрона, согласно которой электрон должен иметь античастицу, сходную с ним во всех свойствах, но отличающуюся по знаку заряда.

На фотографии, полученной Андерсоном (рис. 324), видно, что траектория частицы, влетевшей в камеру Вильсона, искривлена под действием сильного магнитного поля. Частица прошла через шестимиллиметровую свинцовую пластинку. Поскольку над пластинкой кривизна траектории больше, чем под ней, очевидно, что частица летела снизу вверх. Зная направления движения частицы, магнитного поля и силы Лоренца, Андерсон смог сделать заключение, что частица имела положительный заряд, так как отрицательно заряженная частица, например электрон, отклонилась бы в противоположную сторону. Кроме того, по изменению кривизны после прохождения через свинцовую пластинку он смог показать, что эта частица во много раз легче протона. В дальнейшем Андерсон пришел к заключению, что она имеет массу электрона, и назвал ее *позитроном*.

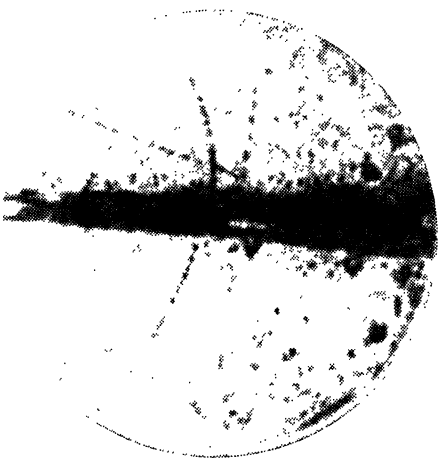


Рис. 324

Развитие физических представлений привело к тому, что в список элементарных частиц оказался включенным *фотон*. Этому способствовало открытие, с одной стороны, квантовых свойств света и, с другой — волновых свойств частиц вещества, показавшее, что между электромагнитным полем (светом) и веществом (частицами) и имеется глубокое единство — это две формы существования материи. Эти представления получили очень веское подтверждение, когда было обнаружено, что γ-кванты, проходя через вещества (газ в камере Вильсона), образуют пары электрон — позитрон:

$$\gamma \rightarrow {}_{-1}e + {}_{+1}e,$$

а электрон и позитрон при сближении могут превратиться в два γ-кванта, разлетающиеся в противоположные стороны. Этот второй процесс был назван аннигиляцией (исчезновение — от латинского

nihil — ничто). В действительности здесь происходит не исчезновение, а превращение.

Можно сказать, что от других элементарных частиц фотоны (или γ-кванты), по существу, отличаются только тем, что их масса покоя равна нулю. Фотон всегда движется со скоростью 300 000 *км/сек*.

При рассмотрении β^--распада и β^+-распада встречались еще две частицы — *нейтрино* и ее античастица — *антинейтрино*, не имеющие заряда и обладающие очень малой массой (сейчас считают, что масса покоя нейтрино, как и масса покоя фотона, равна нулю).

В середине 50-х годов в список элементарных частиц были включены *антипротоны* и *антинейтроны*.

В 1935 г., пытаясь объяснить природу ядерных сил, действующих между нуклонами, японский физик Юкава выдвинул гипотезу, согласно которой эти силы обусловлены тем, что нуклоны обмениваются частицами, масса которых в 6—8 раз меньше массы протона, но в 200—300 раз больше массы электрона. В 1947 г. частица Юкавы была обнаружена в космических лучах, а через год — в продуктах распада в ядерном реакторе. Она была названа π-мезоном (пион ом). Ранее (1936 г.) был открыт другой вид мезона, так называемый μ-мезон (мюон), обнаруженный по следу, оставленному в камере Вильсона.

Далее в космических лучах были обнаружены *K-мезоны* (каоны), Λ, Σ и Ξ-*гипероны*. Масса покоя *K-мезона* оказалась в два раза меньше массы покоя нуклона, масса гиперонов — немного больше.

В 1962 г. было обнаружено существование второго типа нейтрино. В отличие от первого, существующего всегда в паре с электроном (или позитроном) и называемого поэтому *электронным нейтрино*, это второе нейтрино существует в паре с μ-мезоном и называется *μ-мезонным;* μ-мезонное нейтрино также имеет свою античастицу — *μ-мезонное антинейтрино*.

Все известные в настоящее время элементарные частицы обычно подразделяют на *фотон* и три основные группы: *лептоны, мезоны* и *барионы* (см. таблицу). Приведенная таблица элементарных частиц отражает не только классификацию по массам (малые, средние, тяжелые), но и общность свойств частиц, входящих в каждую группу. Группа барионов объединяет нуклоны и гипероны.

Важнейшими характеристиками частицы являются ее масса и заряд. Для фотона и, по последним данным, для нейтрино обоих типов массы покоя равны нулю. Поэтому фотон и нейтрино лишены инерции и всегда движутся с максимально возможной скоростью — скоростью света. Самая тяжелая элементарная частица — Ω-гиперон, масса ее в 3350 раз больше массы электрона.

Одни частицы, например нейтрон, нейтрино, кси-нуль гиперон, нейтральны, другие, например электрон, протон, сигма-минус гиперон, имеют электрический заряд. Интересно, что для всех заряженных частиц заряд имеет одно и то же значение, равное заряду электрона, и отличается только по знаку: положительный (протон, позитрон, π^+-мезон и др.) либо отрицательный (электрон, антипротон, μ^--мезон и др.).

Название группы	Название частицы	Символ	Масса покоя в массах покоя электрона	Спиновое квантовое число	Электрический заряд
	Фотон	γ	0	1	0
Лептоны	Электронное нейтрино	ν_e	0	1/2	0
	Электрон	e^-	1	1/2	−1
	Мезонное нейтрино	ν_μ	0	1/2	0
	μ-мезон	μ^+	207	1/2	+1
Мезоны	π-мезон	π^0	264	0	0
		π^+	273	0	+1
	K-мезон	K^+	966	0	+1
		K_1^0 / K_2^0	994	0	0
Барионы: Нуклоны	Протон	p	1836,1	1/2	+1
	Нейтрон	n	1838,6	1/2	0
Барионы: Гипероны	Λ-гиперон	Λ^0	2183	1/2	0
	Σ-гиперон	Σ^+	2328	1/2	+1
		Σ^0	2333	1/2	0
		Σ^-	2340	1/2	−1
	Ξ-гиперон	Ξ^0	2572	1/2	0
		Ξ^-	2585	1/2	−1
	Ω-гиперон	Ω^-	3278	3/2	−1

Античастица	Среднее время жизни до распада, *сек*	Основные схемы превращений
Тождественна частице	∞	—
$\tilde{\nu}_e$	∞	—
e^+	∞	—
$\tilde{\nu}_\mu$	∞	—
μ^-	$2{,}2 \cdot 10^{-6}$	$\mu^+ \to e^+ + \tilde{\nu}_e + \nu_\mu$
Тождественна частице	$1{,}8 \cdot 10^{-16}$	$\pi^0 \to \gamma + \gamma$
π^-	$2{,}5 \cdot 10^{-8}$	$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$
K^-	$1{,}2 \cdot 10^{-8}$	$K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$; $K^+ \to \pi^+ + \pi^0$; $K^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$
$\tilde{K}^0$	$0{,}92 \cdot 10^{-10}$ $5{,}6 \cdot 10^{-8}$	$K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-$; $K_1^0 \to \pi^0 + \pi^0$; $K_2^0 \to 3\pi^0$; $K_2^0 \to \pi^- + e^+ + \nu_e$
$\tilde{p}$	∞	—
$\tilde{n}$	10^3	$n \to p + e^- + \tilde{\nu}_e$
$\tilde{\Lambda}^0$	$2{,}6 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda^0 \to p + \pi^-$;
$\tilde{\Sigma}^+$	$0{,}79 \cdot 10^{-10}$	$\Sigma^+ \to n + \pi^+$
$\tilde{\Sigma}^0$	$10^{-22} < \tau < 10^{-14}$	$\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$
$\tilde{\Sigma}^-$	$1{,}6 \cdot 10^{-10}$	$\Sigma^- \to n + \pi^-$
$\tilde{\Xi}^0$	$3{,}06 \cdot 10^{-10}$	$\Xi^0 \to \Lambda^0 + \pi^0$
$\tilde{\Xi}^-$	$1{,}74 \cdot 10^{-10}$	$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-$
$\tilde{\Omega}^-$	10^{-11}	$\Omega^- \to \Xi^0 + \pi^-$; $\Omega^- \to \Lambda^0 + K^-$

Различаются частицы также и значениями спинового квантового числа, характеризующего собственный момент импульса частицы.

Спиновое квантовое число электрона равно 1/2, фотона — 1. За исключением Ω-частицы, все частицы имеют спиновые квантовые числа 0, 1/2 или 1.

Из таблицы видно, что каждая частица имеет свою античастицу, т. е. частицу той же массы, близкую по свойствам. Для фотона, π^0-мезона и η-мезона частица и античастица ничем друг от друга не отличаются, т. е. это просто одна и та же частица, но во всех других случаях есть различия, например античастицей электрона является позитрон (и наоборот) — эти две частицы имеют заряды противоположных знаков; античастицей протона является антипротон (знаки зарядов также противоположны); нейтрон и антинейтрон отличаются друг от друга, несмотря на то что обе эти частицы не имеют заряда.

Как видно из таблицы, только небольшое число частиц (электрон, позитрон, оба типа нейтрино и антинейтрино, протон, антипротон) устойчивы, т. е. не превращаются спонтанно в другие частицы. Нейтрон устойчив лишь в ядре, в свободном состоянии он испытывает превращение:

$$n \to p + e^- + \tilde{\nu}_e.$$

Время жизни нейтрона в свободном состоянии $\sim 10^3$ *сек*.

При анализе свойств элементарных частиц прежде всего бросается в глаза их способность к взаимным превращениям. Помимо рассмотренных в настоящем параграфе процессов образования пар и аннигиляции существуют, как уже указывалось ранее, процессы взаимных превращений протона и нейтрона при β^--распаде, β^+-распаде и K-захвате. Основные схемы превращений приведены в таблице. При любом превращении элементарных частиц выполняются законы сохранения массы, энергии, электрического заряда, импульса, момента импульса.

Законы сохранения накладывают определенный запрет, так как не всякие превращения оказываются возможными. Кроме указанных существуют еще закон сохранения числа лептонов и закон сохранения числа барионов, проверенные на опыте с высокой степенью точности. Если в результате превращения исчез один барион, то обязательно возникает другой. То же относится и к лептонам. Мезоны составляют исключение: для них, как и для фотонов, закон сохранения числа не действует. Эти свойства элементарных частиц, как и многие другие, пока еще не получили объяснения.

Задачи для повторения

Найти энергию, поглощающуюся или выделяющуюся при следующих ядерных реакциях:

335. ${}_3Li^7 + {}_1H^1 \to {}_2He^4 + {}_2He^3 + {}_0n^1$;
336. ${}_7N^{14} + {}_2He^4 \to {}_1H^1 + {}_8O^{17}$;
337. ${}_1H^2 + {}_1H^2 \to {}_2He^3 + {}_0n^1$;
338. ${}_1H^2 + {}_1H^2 \to {}_1H^1 + {}_1H^3$;
339. ${}_3Li^6 + {}_1H^1 \to {}_2He^3 + {}_2He^4$;

340. ${}_3Li^6 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^4 + {}_2He^4$;
341. ${}_1H^2 + {}_2He^3 \rightarrow {}_1H^1 + {}_2He^4$;
342. ${}_3Li^7 + {}_1H^2 \rightarrow {}_4Be^8 + {}_0n^1$;
343. ${}_4Be^9 + {}_1H^2 \rightarrow {}_5B^{10} + {}_0n^1$.

Указание. При решении задач целесообразно выражать массы частиц, вступающих в ядерные реакции, в атомных единицах массы (*а. е. м.*).

А. е. м. — это 1/16 массы нейтрального атома изотопа кислорода ${}_8O^{16}$; 1 *а. е. м.* = $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ *кг*. Энергия, связанная с 1 *а. е. м.*, равна 931 *Мэв*.

В табл. 1 даны массы покоя частиц, а в табл. 2 — массы покоя некоторых изотопов.

ТАБЛИЦА 1

Частица	Масса частицы, *а. е. м.*	Частица	Масса частицы, *а. е. м.*
Электрон	0,00055	Дейтрон	2,01419
Протон	1,00759	α-частица	4,00278
Нейтрон	1,00899		

ТАБЛИЦА 2

Изотоп		Масса нейтрального атома, *а. е. м.*	Изотоп		Масса нейтрального атома, *а. е. м.*
Водород (протий)	${}_1H^1$	1,00814	Бериллий	${}_4Be^7$	7,01916
			»	${}_4Be^8$	8,00785
Дейтерий	${}_1H^2$	2,01474	»	${}_4Be^9$	9,01505
Тритий	${}_1H^3$	3,01700	Бор	${}_5B^{10}$	10,01612
Гелий	${}_2He^3$	3,01699	Углерод	${}_6C^{12}$	12,00380
»	${}_2He^4$	4,00388	»	${}_6C^{14}$	14,00767
Литий	${}_3Li^6$	6,01703	Азот	${}_7N^{13}$	13,00988
»	${}_3Li^7$	7,01823	»	${}_7N^{14}$	14,00752
			Кислород	${}_8O^{17}$	17,00453

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

I. Физические основы механики

2. 9 *м*. **3.** 2 *м/сек*^{2}; 21 *м/сек*. **4.** 8 *м/сек*; 4 *м/сек*. **5.** —0,95 *м/сек*^{2}; 7,33 *м/сек*. **6.** 0,45 *сек*; 1 *м*; 3 *м*; 5 *м*; 7 *м*. **7.** 3,4 *сек*. **8.** 35,1 *м*; 1 *сек*. **9.** За вторую секунду. **11.** $2{,}53\cdot10^3$ *н*. **12.** 138 *сек*. **13.** 2,45 *м/сек*^{2}; 1,1 *м/сек*^{2}. **14.** 981,6 *см/сек*^{2}. **15.** 1,09 *м/сек*^{2}. **17.** 0,41 R (R — радиус Земли). **18.** 2,45 *м/сек*^{2}; 1,22 *м*. **19.** 10^3 *км*. **20.** $6\cdot10^{24}$ *кг*. **21.** 3,92 *м/сек*^{2}. **22.** $9{,}6\cdot10^4$ *н/м*^{2}; $9{,}6\cdot10^5$ *дин/см*^{2}. **24.** 0,09 *м*. **25.** $F_{\text{н}} = 3\,P\sin\alpha$. **33.** 119 *дж*; 157 *дж*. **34.** $W_{\text{к}} = W_{\text{п}} = 98{,}1$ *дж*. **35.** $6\cdot10$ *н*. **36.** а) $1{,}01\cdot10^4$ *дж*; б) 460 *м*. **37.** $7{,}61\cdot10^3$ *м/сек*; 1,6 *ч*. **38.** $4{,}6\cdot10^3$ *м/сек*; $2{,}4\cdot10^{-4}$ *сек*$^{-1}$. **39.** 2,57 *м/сек*. **40.** 0,75 *м/сек*. **41.** 5,45 *дж*. **42.** 6,85 *м/сек*; —1,15 *м/сек*. **43.** а) 6,9 *квт*; б) 11,8 *квт*. **53.** 0,155 *дж*. **54.** 0,306 *м*. **55.** 856 *н*. **56.** 3,14 *н·м*. **57.** 39,1 *н·м*. **58.** $7{,}2\cdot10^{-2}$ *кг·м*^{2}. **59.** 1,54 *об/сек*. **63.** 19,4 *м*; 0,82 *м*. **64.** $1{,}26\cdot10^5$ *н/м*^{2}; 4,85 *м/сек*. **65.** 4,47 *м/сек*. **66.** $1{,}91\cdot10^5$ *н/м*^{2}. **67.** 25,8 *н*; $2\cdot10^4$ *н*. **68.** 0,75 *пз*. **69.** 1,1 *пз*; 1,2 *ст*. **70.** 1,98 *м/сек*. **71.** 1800; ламинарный режим.

II. Молекулярная физика и термодинамика

75. 33,2 *л*. **76.** $1{,}5\cdot10^7$ *н/м*^{2}. **77.** 1,13 *кг*. **78.** 8/7. **79.** 4,1 *кг/кмоль*. **80.** 73. **81.** $p = \dfrac{H\,(V + nV_0)}{V}$. **85.** 105° С. **86.** 65 *кг/кмоль*. **87.** $1{,}84\cdot10^3$ *м/сек*. **88.** 0,41 *см/сек*. **89.** $9{,}5\cdot10^{19}$ молекул. **92.** 1560 *дж/(кг·град)*; 2080 *дж/(кг·град)*. **93.** 7,25 *кдж*. **94.** 12,5 *кдж*. **95.** 1040 *дж/(кг·град)*; 743 *дж/(кг·град)*. **97.** 7,56 *кдж*. **98.** 19,3° С. **99.** 5 *кдж*. **100.** 330 *дж*. **101.** В 2,73 раза. **102.** В 5,19 раза. **103.** 240 °С. **104.** 39 *ат*. **105.** 40%. **106.** 45%. **107.** 34° С. **108.** а) 23%; б) $2{,}03\cdot10^5$ *дж/сек*; в) 61 *квт*. **109.** 8,4%; 21,1%. **111.** 1/21 000. **112.** —118,5 *дж/град*. **113.** —21,7 *дж/град*. **121.** 2,65 *см*. **122.** $1{,}17\cdot10^{-5}$ *кг*. **123.** 0,47 *н/м*. **124.** 4,8 *мм*. **125.** $2{,}24\cdot10^{-2}$ *н/м*. **126.** 4,81 *см*. **127.** 815 *кг/м*^{3}. **128.** 4,5 *мм рт. ст*. **132.** 177 *м*. **133.** 5,4 *км*. **134.** 676 *н*. **135.** 91° С. **136.** 0,19 *кн*. **137.** 16,7° С. **138.** 0,43 *дж/см*^{3}. **139.** 326 *м/сек*. **140.** 390 *дж/(кг·град)*; 446 *дж/(кг·град)*.

III. Электричество и магнетизм

143. $8{,}94\cdot10^{-2}$ *м*. **144.** В $1{,}25\cdot10^{36}$ раз. **145.** $9{,}3\cdot10^{-7}$ *кг*. **146.** $8{,}17\cdot10^{-4}$ *н*; $3\cdot10^{-8}$ *к*. **147.** В 1,33 раза. **148.** На расстоянии $1{,}43\cdot10^{-3}$ *м* от первого заряда. **149.** $2{,}82\cdot10^{-4}$ *н*. **150.** $1{,}41\cdot10^4$ *в/м*. **151.** $5{,}3\cdot10^{-9}$ *к/м*. **157.** 0,06 *м*. **158.** 2,82 *эв*. **159.** $5{,}2\cdot10^5$ *в*. **160.** 1470 *в*. **161.** $4{,}4\cdot10^{-7}$ *м*. **162.** 5 *см*. **168.** 1200 *в/м*. **169.** 0,05 *дж*. **170.** 0,01 *дж*. **171.** $1{,}06\cdot10^{-5}$ *к/м*^{2}. **172.** $8\cdot10^{-9}$ *к*. **173** 21,7 *кв*. **174.** $1{,}2\cdot10^{-4}$ *н*. **175.** $3{,}33\cdot10^5$ *в/м*; 2,94 *дж/м*^{3}. **179.** 5,2 *в*. **180.** $R = 213$ *ом*; $I = 1{,}5$ *а*. **181.** 19,2 *ом*. **186.** —3,25%/*град*. **187.** 30 °С. **192.** 24, 5 *а*. 19°. **193.** $5\cdot10^{-3}$ *тл*. **194.** 0,24 *дж*. **195.** 0,18 *вт*. **196.** $2{,}5\cdot10^{-6}$ *н·м*. **197.** $6\cdot10^{-3}$ *н·м*, **198.** 0 **199.** $1{,}7\cdot10^{-3}$ *тл*. **200.** $4{,}5\cdot10^{-5}$ *тл*. **201.** 10^3 *а*. **202.** 0,63 *мм*. **203.** $5{,}6\cdot10^{-3}$ *тл*. **204.** $9{,}6\cdot10^4$ *м/сек*. **205.** $1{,}66\cdot10^{-27}$ *кг*. **206.** $5{,}8\cdot10^{-3}$ *м*. **207.** 44,5 *в*. **208.** $8{,}8\cdot10^{-9}$ *сек*.

209. $9{,}6\cdot10^{7}$ *к/кг*. **210.** $1{,}1\cdot10^{-2}$ *тл*. **214.** 0,4 *в*. **215.** а) 3*а*; б) 1*а*. **216.** 25,1 *мв*. **217.** 1 *в*. **218.** уменьшится в 1,5 раза. **219.** $4\cdot10^{-4}$ *к*. **220.** а) $7{,}1\cdot10^{-4}$ *гн*; б) $3{,}6\cdot10^{-6}$ *вб*. **221.** $3\cdot10^{-5}$ *вб*. **222.** 10. **223.** 10 *а*.

IV. Колебания и волны

229. 3; 1; 1/3. **230.** 3 *сек*. **231.** $T/4$; $T/12$. **232.** $T/6$; 5,1 *см*. **233.** 2 *сек*; 0,49 *м/сек*^{2}. **234.** 0,67 *м*; 1,63 *сек*. **235.** 1 *сек*. **236.** 4,6 *см*; 62°. **239.** 1) 350 *м/сек*; 2) 0,786 *м/сек*. **240.** 8,1 *см*. **241.** 135°. **242.** 500 *гц*. **243.** 1,2 *м/сек*. **244.** 5 *см*. **245.** 48 *см*. **246.** π. **247.** 10 *см*; 2,5 *см* **248.** 16,4 *км*. **249.** 82 *км/ч*. **250.** 600 *м*. **251.** 1,12 раза.

V. Оптика

253. 11,3 *см*. **254.** Луч полностью отразится. **255.** 0,4 *мкм*. **256.** 41°28′; 40°40′. **259.** 1,5. **261.** 1 *м*; 8 *см*. **262.** 0,9 *м*; 1,8 *м*. **263.** —12 *см*; 3/5. **264.** 0,8 *м*. **265.** 0,6 *м*. **269.** $5{,}9\cdot10^{-7}$ *м*. **270.** 1,14 *м*. **271.** 1,25 *мм*. **272.** 0,625 *мкм*; 0,5 *мкм*; 0,42 *мкм*. **273.** 0,113 *мкм*. **274.** 0,27 *мкм*. **275.** 1,65 *мм*. **276.** 0,26 *м*. **279.** 2,21 *мкм*; 2,45 *мкм*. **280.** 143. **281.** 36′. **282.** 0,64 *мкм*. **283.** 1°42′; 3°24′; 5°6′. **284.** 0,55 *мкм*. **285.** 82 *см*; 40,8 *см*. **286.** 600. **287.** 48°30′. **288.** 1,43. **289.** $1{,}25\cdot10^{8}$ *м/сек*. **290.** 45°. **291.** В 2 раза. **292.** 6,25%. **295.** $5{,}44\cdot10^{4}$ *дж*. **296.** 1000° К. **297.** В 2 раза. **298.** 253° С. **299.** 930° К. **300.** В 2 раза. **301.** 25 *лк*. **302.** 17,6 *лм/вт*. **303.** 93 *вт/св*. **304.** 8,65 *м*. **305.** В 2,8 раза. **306.** 24 *лк*; 1,4 *лк*. **307.** 4,7 *эв*. **308.** Не будет. **309.** $8{,}8\cdot10^{5}$ *м/сек*. **310.** $41\cdot10^{-9}$ *м*. **311.** 3,7 *в*. **312.** 1 Å. **313.** $2{,}1\cdot10^{4}$ *км/сек*. **314.** $6{,}61\cdot10^{-34}$ *дж·сек*. **315.** 0,3 Å. **316.** $9{,}9\times\times10^{-16}$ *дж*; 2 Å; $8{,}9\cdot10^{-16}$ *дж*; 2,2 Å.

VI. Атомная и ядерная физика

320. На третьей. **321.** 10,2 *эв*. **322.** $5{,}5\cdot10^{-19}$ *дж* или 3 4 *эв*. **323.** $430\cdot10^{-9}$ *м*. **324.** $654\cdot10^{-9}$ *м*; $364\cdot10^{-9}$ *м*. **325.** $2{,}2\cdot10^{-12}$ *эрг* или 13,6 *эв*. **326.** 2,6. **327.** 4,5. **328.** 13,6 *эв*; —27,2 *эв*; —13,6 *эв*. **330.** $2\cdot10^{14}$ ядер. **331.** $1{,}2\cdot10^{7}$ суток. **332.** 13,3 *мин*. **333.** 3,81 дня; 99,6%. **334.** 0,35 *г*. **335.** 3,25 *Мэв*. **336.** 1,18 *Мэв*. **337.** 3,26 *Мэв*. **338.** 4,04 *Мэв*. **339.** 4 *Мэв*. **340.** 22,4 *Мэв*. **341.** 18,4 *Мэв*. **342.** 15,2 *Мэв*. **343.** 4,35 *Мэв*.

ПАВЕЛ АДАМОВИЧ РЫМКЕВИЧ

КУРС ФИЗИКИ

Научный редактор Г. М. Чернов
Редактор Е. С. Гридасова. Переплет художника Ю. И. Львова. Художественный редактор В. И. Пономаренко. Технический редактор Н. В. Яшукова. Корректор Г. И. Кострикова

Сдано в набор 11/VI-74 г. Подп. к печати 13/I-75 г. Формат 60×90¹/₁₆. Бум. тип. № 2. Объем 29 печ. л. (29 усл. п. л.). Уч.-изд. л. 30,21. Изд. № ФМ-480. Зак. № 1432. Тираж 70 000 экз. Цена 1 руб. 01 коп.

План выпуска литературы издательства «Высшая школа» (вузы и техникумы) на 1975 г, Позиция № 92.

Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14,
Издательство «Высшая школа»

Ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 197136, Ленинград, П-136, Гатчинская ул., 26.